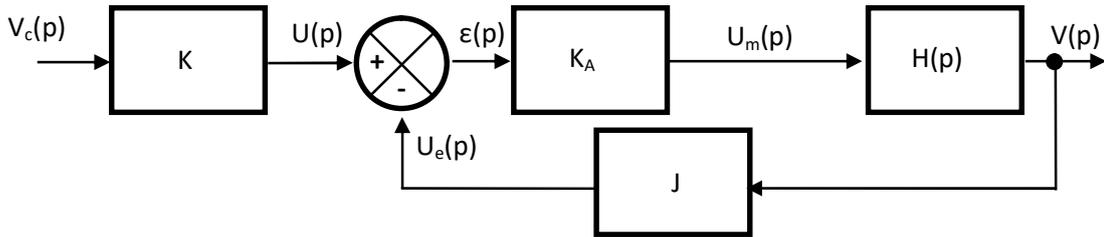


**Camera de poursuite SPEEDCAM - Corrigé**

**Q.1.**



**Q.2.**  $\epsilon(t) = u(t) - u_e(t) = K \cdot v_c(t) - J \cdot v(t) = 0 \rightarrow$  si  $v_c(t) = v(t)$  alors  $K = J$ .

**Q.3.** Système modélisable par un 1<sup>er</sup> ordre :  $H(p) = \frac{V(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$  dont on donne la réponse à un échelon

$$U_m(p) = \frac{u_0}{p}$$

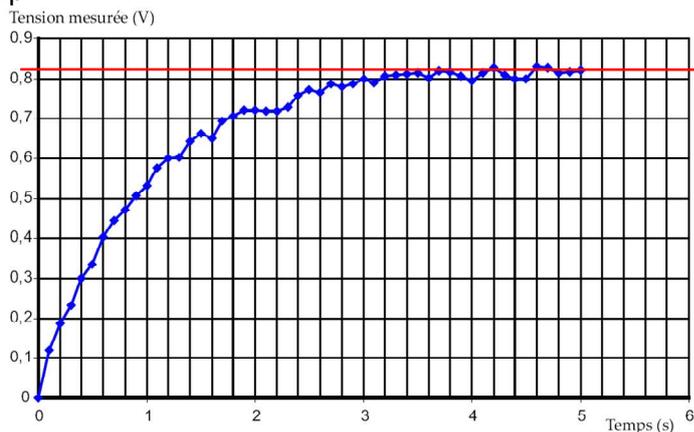
Identification de  $K_m$  :

$$s(+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot V(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{J \cdot K_m \cdot u_0}{1 + \tau_m \cdot p} = J \cdot K_m \cdot u_0$$

*Théorème de la valeur finale*

Graphiquement on lit :  $J \cdot K_m \cdot u_0 = 0,82V$

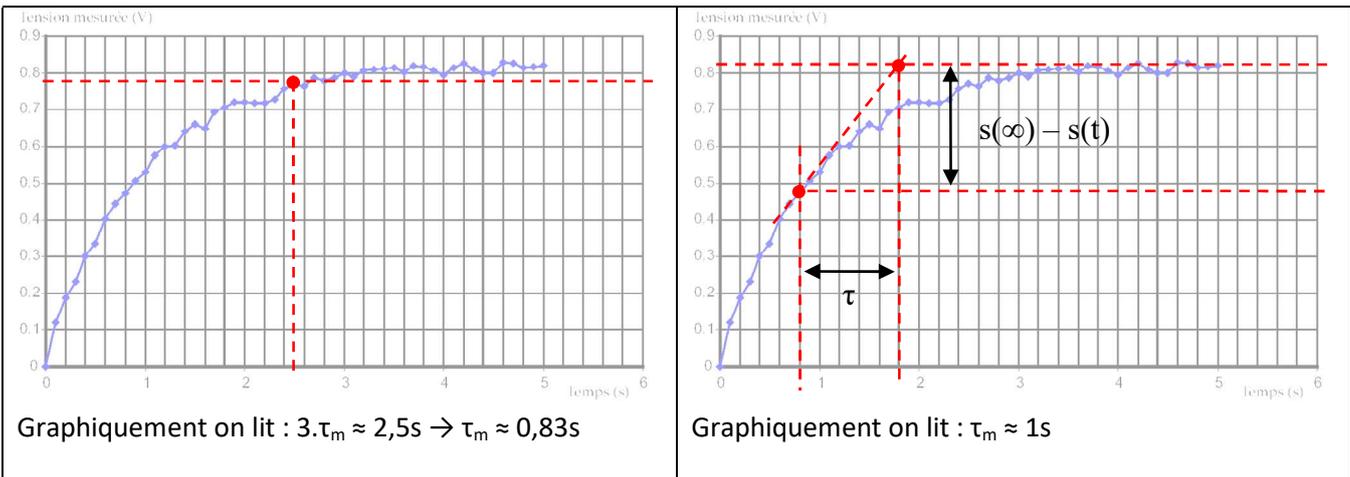
$$\text{Soit } K_m = \frac{0,82}{70 \times 0,3} = 0,04 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$$



Identification de  $\tau_m$  (4 méthodes possibles) :

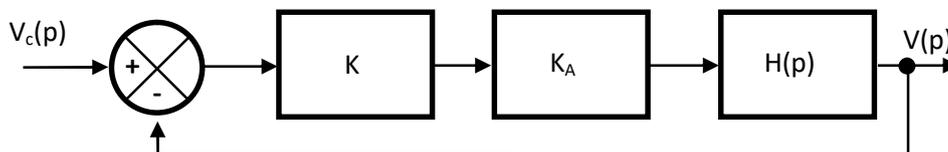
- tracer la pente à l'origine pour déterminer  $\tau_m$  (méthode 1),
- calculer 63% de la valeur finale pour déterminer  $\tau_m$  (méthode 2),
- calculer 95% de la valeur finale pour déterminer  $3 \tau_m$  (méthode 3),
- utiliser un instant quelconque t (méthode 4).

<p><b>Méthode 1 :</b></p> <p>Graphiquement on lit : <math>\tau_m \approx 0,82s</math></p>	<p><b>Méthode 2 :</b> <math>K_m \cdot u_0 = 0,82 \rightarrow 0,63 \cdot K_m \cdot u_0 = 0,516</math></p> <p>Graphiquement on lit : <math>\tau_m \approx 0,9s</math></p>
<p><b>Méthode 3 :</b> <math>K_m \cdot u_0 = 0,82 \rightarrow 0,95 \cdot K_m \cdot u_0 = 0,78</math></p>	<p><b>Méthode 4 :</b></p>



La méthode 4 est la moins efficace pour cette courbe. On retient  $\tau_m \approx 0,85s$  (moyenne des  $\tau_m$  obtenus avec les 3 premières méthodes).

**Q.4.**



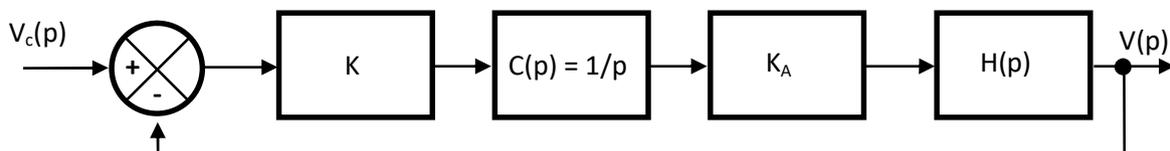
$$F(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_A \cdot J \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}}{1 + K_A \cdot J \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}} = \frac{K_A \cdot K \cdot K_m}{1 + K_A \cdot K \cdot K_c + \tau_m \cdot p} = \frac{K \cdot K_A \cdot K_m}{1 + \frac{\tau_m}{1 + K \cdot K_A \cdot K_m} \cdot p}$$

**Q.5.** FT d'un système du 1<sup>er</sup> ordre → stable.

**Q.6.**  $t_{5\%} = 3 \cdot \frac{\tau_m}{1 + K \cdot K_A \cdot K_m} = 3 \cdot \frac{0,85}{1 + 0,3 \times 200 \times 0,04} = 0,75 \text{ s}$

**Q.7.** FTBO de classe 0 → Pour  $V_c(p) = \frac{1}{p} \rightarrow e_r = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K}{p^\alpha} \cdot \frac{N(p)}{D(p)}} \rightarrow e_r = \frac{1}{1 + K \cdot K_A \cdot K_m} \rightarrow$  Cahier des charges non respecté.

**Q.7.**



$$F_2(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_A \cdot K \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}}{1 + K_A \cdot K \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}} = \frac{K_A \cdot K \cdot K_m}{p + \tau_m \cdot p^2 + K_A \cdot K \cdot K_c} = \frac{1}{\frac{\tau_m}{K_A \cdot K \cdot K_m} \cdot p^2 + \frac{1}{K_A \cdot K \cdot K_m} \cdot p + 1}$$

**Q.9.** FT d'un système du 2<sup>ème</sup> ordre → stable.

**Q.10.** FTBO de classe 1 → Pour  $V_c(p) = \frac{1}{p} \rightarrow e_r = 0 \rightarrow$  Cahier des charges ok.

**Q.11.**  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau_m}{K_A \cdot K \cdot K_m} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K_A \cdot K \cdot K_m}{\tau_m}}$        $\frac{2.z}{\omega_0} = \frac{1}{K_A \cdot K \cdot K_m} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{K_A \cdot K \cdot K_m \cdot \tau_m}}$

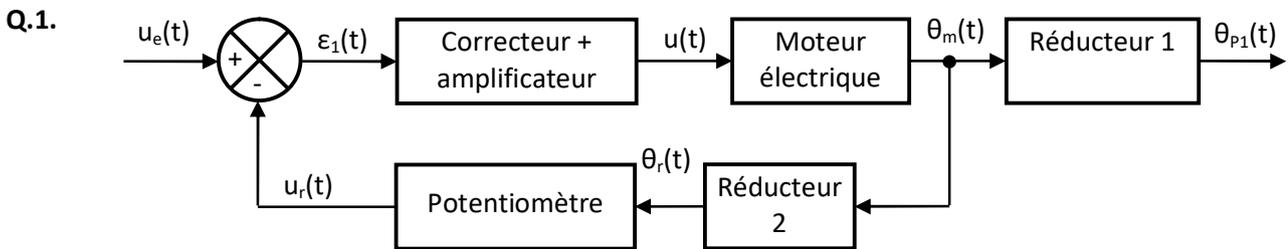
A.N. :  $K_A = \frac{1}{4 \times 0,7^2 \times 0,3 \times 0,04 \times 0,85} = 50$        $\omega_0 = \sqrt{\frac{50 \times 0,3 \times 0,04}{0,85}} = 0,86 \text{ rad/s}$

Pour  $z = 0,7$  le temps de réponse réduit vaut  $t_{5\%} \cdot \omega_0 = 3 \rightarrow t_{5\%} = \frac{3}{\omega_0} = \frac{3}{0,86} = 3,5 \text{ s !!}$

Le temps de réponse n'est pas du tout satisfaisant vis-à-vis du cahier des charges. Il faut en fait ajouter en plus de la boucle d'asservissement en vitesse une boucle d'asservissement en position.

**Q.12.**  $t_{5\%} < 0,5 \text{ s} +$  erreur statique nulle + système stable → Cahier des charges ok.

**Etude du plan horizontal réglable (PHR) de l'Airbus A340 - Corrigé**



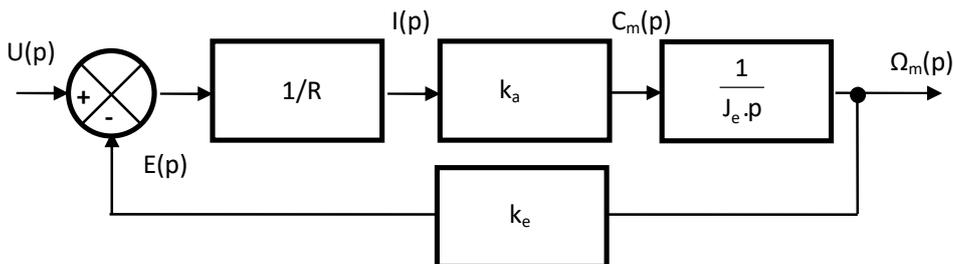
**Q.2.** La réponse possède une tangente à l'origine non nulle et tend vers une valeur finie, il s'agit donc de la réponse indicielle d'un système du 1<sup>er</sup> ordre.

On suppose ainsi que la fonction de transfert liant la tension aux bornes du moteur à la vitesse de rotation de son arbre de sortie peut être modélisée par un 1<sup>er</sup> ordre de gain statique K et de constante de temps T.

Pour déterminer K, on mesure la valeur finale 250 rad/s et on sait que c'est égale à K.U, donc  $K=50 \text{ rad/s/V}$ .

Pour déterminer T, on a 3 méthodes à notre disposition. Etant donné le bruit de fin de mesure, on choisit de prendre la méthode à 63% : à 63% de la VF, on est à  $t=T$  d'où  $T=0.01\text{s}$ . On peut également faire la méthode de la tangente à l'origine qui vaut  $K.U/T$ , et on obtient 0,009s.

**Q.3.**  $u(t) = e(t) + R \cdot i(t) \rightarrow U(p) = E(p) + R \cdot I(p)$   
 $e(t) = k_e \cdot \omega_m(t) \rightarrow E(p) = k_e \cdot \Omega_m(p)$   
 $J_e \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \rightarrow J_e \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p)$   
 $C_m(t) = k_a \cdot i(t) \rightarrow C_m(p) = k_a \cdot I(p)$



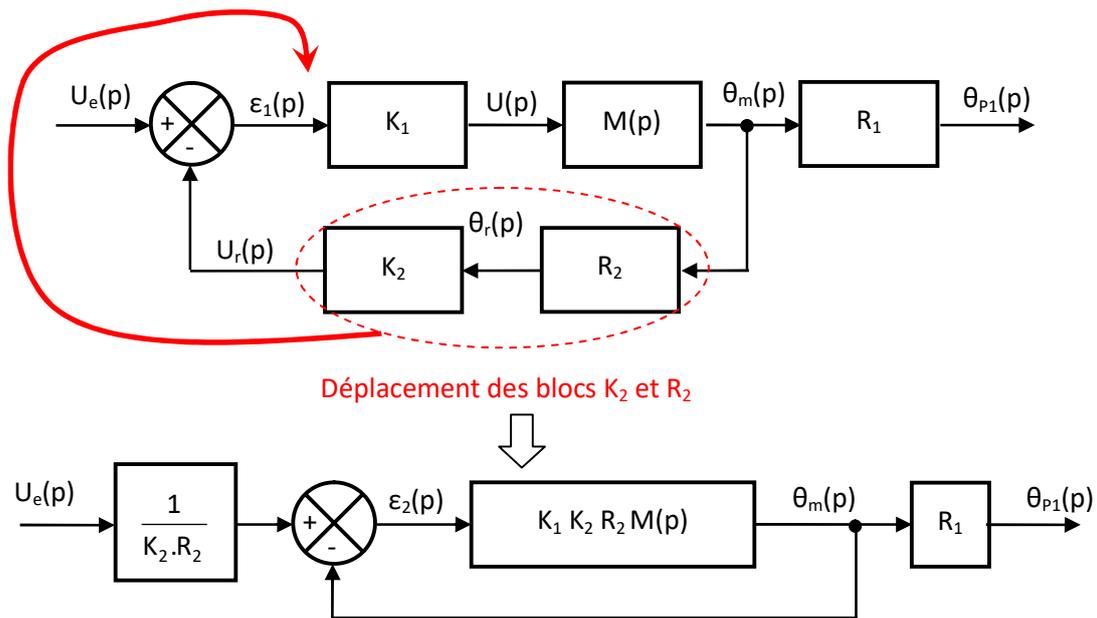
$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{k_a \cdot k_e}{1 + \frac{R \cdot J_e \cdot p}{k_a \cdot k_e}} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{k_a \cdot k_e}{R \cdot J_e \cdot p + k_a \cdot k_e} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R \cdot J_e \cdot p}{k_a \cdot k_e}} = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$$

$$\Omega_m(p) = p \cdot \theta_m(p) \text{ d'où } M(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$$

**Q.4.**  $K_m = \frac{1}{k_e}$  et  $\tau_m = \frac{R \cdot J_e}{k_a \cdot k_e}$

**Q.5.** Application numérique :  $K_m = 50 \text{ rad}/(\text{V} \cdot \text{s})$  et  $\tau_m = 0,01\text{s}$ .

**Q.6.**



**Q.7.**  $T(p) = \frac{\theta_m(p)}{\epsilon_2(p)} = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot M(p) = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot K_m}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)} = \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$  avec  $K_{BO} = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot K_m$

**Q.8.**  $F(p) = \frac{\theta_{p1}(p)}{U_e(p)} = \frac{1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}{1 + \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}} \cdot R_1 = \frac{R_1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p) + K_{BO}} = \frac{\frac{R_1}{K_2 \cdot R_2}}{1 + \frac{1}{K_{BO}} \cdot p + \frac{\tau_m}{K_{BO}} \cdot p^2}$

**Q.9.**  $K_{BF} = \frac{R_1}{K_2 \cdot R_2}$        $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau_m}{K_{BO}} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}}$        $\frac{2 \cdot z}{\omega_0} = \frac{1}{K_{BO}} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_0}{K_{BO}} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{K_{BO} \cdot \tau_m}}$

**Q.10.** Réponse à une entrée de type échelon la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement  $\rightarrow z = 1 \rightarrow 4 \cdot K_{BO} \cdot \tau_m = 1 \rightarrow K_{BO} = \frac{1}{4 \cdot \tau_m} = 25 \text{ s}^{-1}$

**Q.11.** Par définition  $e_r = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot E(p) = \frac{1}{1 + FTBO}$  avec FTBO :  $T(p) = \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$   
 $\rightarrow$  FTBO de classe 1  $\rightarrow$  erreur statique  $e_r = 0$ . Le système est précis.

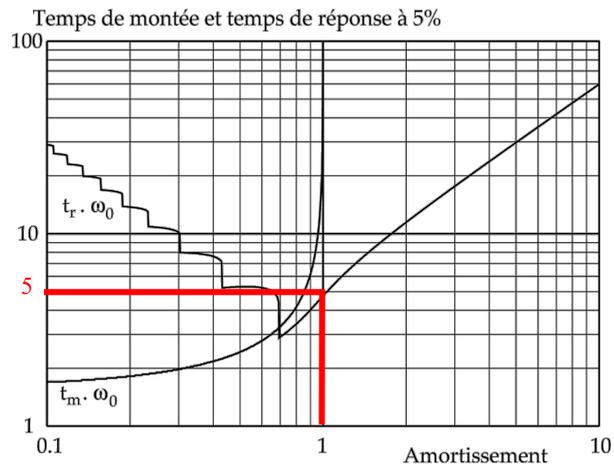
**Q.12.** Graphiquement on lit pour  $z = 1$ ,  $t_{5\%} \cdot \omega_0 \approx 5$

$$\rightarrow t_{5\%} \cdot \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}} \approx 5 \rightarrow t_{5\%} \approx 0,1s$$

**Q.13.** On a  $l = 0,6m$  et  $p_v = 10mm \rightarrow N_v = \frac{l}{p_v} =$

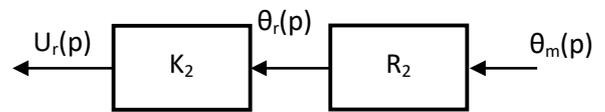
$$\frac{0,6}{0,01} = 60 \text{ tours.}$$

**Q.14.**  $\frac{N_{p1}}{N_v} = \frac{1}{5} \rightarrow N_{p1} = \frac{N_v}{5} = \frac{60}{5} = 12 \text{ tours.}$



**Q.15.**  $R_1 = \frac{1}{150} \rightarrow N_m = 150 \cdot N_{p1} = 150 \times 12 = 1800 \text{ tours.}$

**Q.16.**  $N_m = 1800 \text{ tours et } N_r = 10 \rightarrow R_2 = \frac{10}{1800} = \frac{1}{180}.$



**Q.17.** 10 tours  $\rightarrow 20 \cdot \pi \text{ rad}$  et l'entendue de mesure est de 24V  $\rightarrow K_2 = \frac{24}{20 \cdot \pi} = 0,382 \text{ V/rad.}$

**Q.18.**  $K_{BO} = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot K_m = 25 \text{ s}^{-1} \rightarrow K_1 = \frac{K_{BO}}{K_2 \cdot R_2 \cdot K_m} \rightarrow K_1 = \frac{25}{0,382 \times \frac{1}{180} \times 50} = 235,6 \text{ (sans unité).}$

**Q.19.** Par définition  $e_r = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot E(p) \cdot \frac{1}{1 + FTBO}$  avec  $T(p) = \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$  et  $E(p) = \frac{1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{1}{p^2}$

$\rightarrow$  erreur de traînage :  $e_r = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{1}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}} \rightarrow$  FTBO de classe 1  $\rightarrow e_r = \frac{1}{K_{BO} \cdot K_2 \cdot R_2} \rightarrow$  erreur non

nulle  $\rightarrow$  cahier des charges non respecté.

**Bras endoscopique - Corrigé**

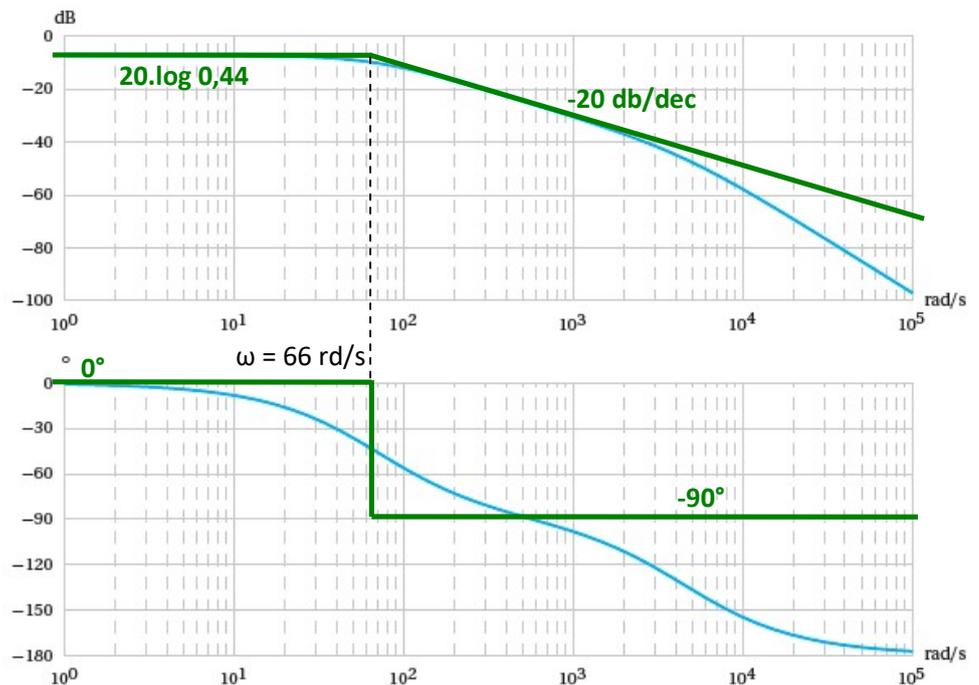
**Q.1.** On approxime l'ensemble motoréducteur par la fonction de transfert  $M(p) = \frac{0.44}{1 + 0,015.p}$ .

On a :

$$20 \cdot \log(0,44) = -7,14$$

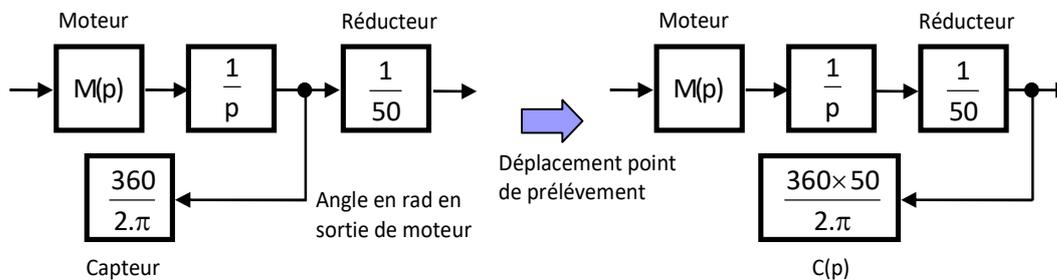
$$\omega = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0,015} = 66 \text{ rd/s}$$

On peut considérer que e modèle est convenable pour une plage de pulsation correspondant à ]0,1000] rd/s.



**Q.2.**  $B(p) = \frac{1}{50.p}$  (Intégrateur + rapport de réduction)

**Attention : Le capteur est placé en sortie de l'arbre moteur :**

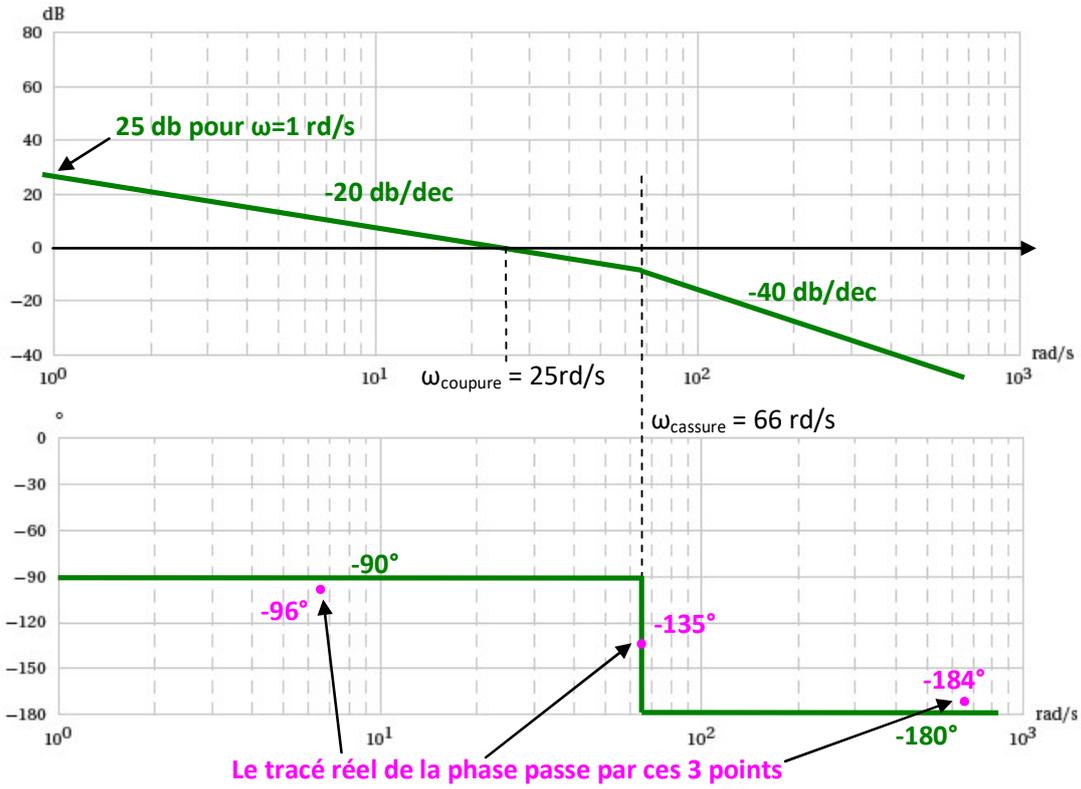


$$C(p) = \frac{50 \times 360}{2\pi}$$

**Q.3.**  $FTBO(p) = K.M(p) \cdot \frac{1}{50.p} \cdot \frac{360 \times 50}{2\pi} = K \cdot \frac{0.44}{1 + 0,015.p} \cdot \frac{1}{50.p} \cdot \frac{360 \times 50}{2\pi} \approx \frac{25.K}{p \cdot (1 + 0,015.p)}$

**Q.4.** Pour  $K = 1$  on a  $FTBO(p) = \frac{25}{p \cdot (1 + 0,015.p)} = \frac{25}{p} \cdot \frac{1}{1 + 0,015.p}$

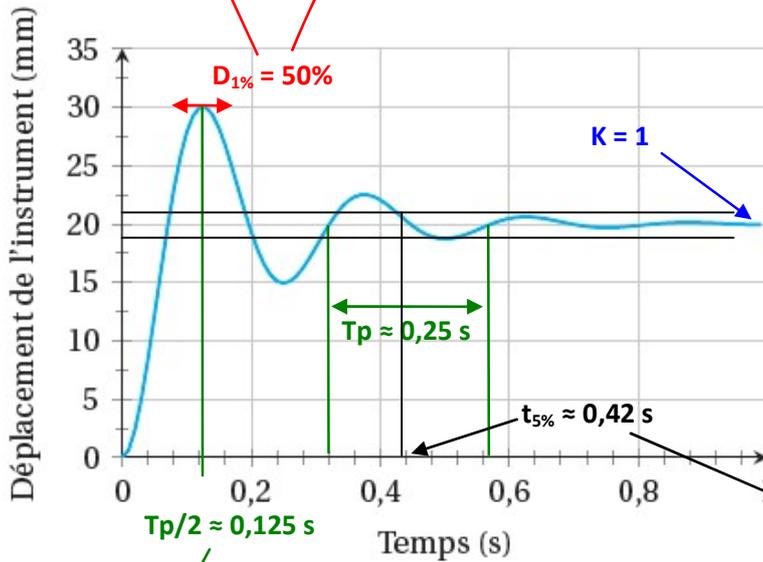
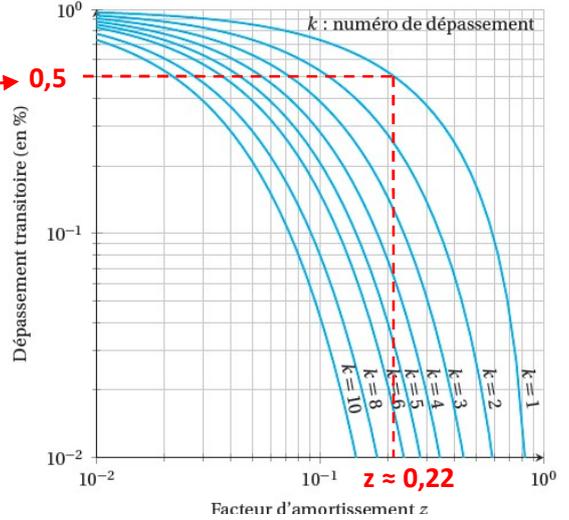
Soit un gain pur de 25 + 1 intégrateur + un système du 1<sup>er</sup> ordre de pulsation  $\omega = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0,015} = 66 \text{ rd/s}$



Q.5. Identification

$D_{1\%} = 50\% = 0,5 = e^{-\frac{\pi \cdot z}{\sqrt{1-z^2}}}$   
 $\rightarrow z \approx 0,22$

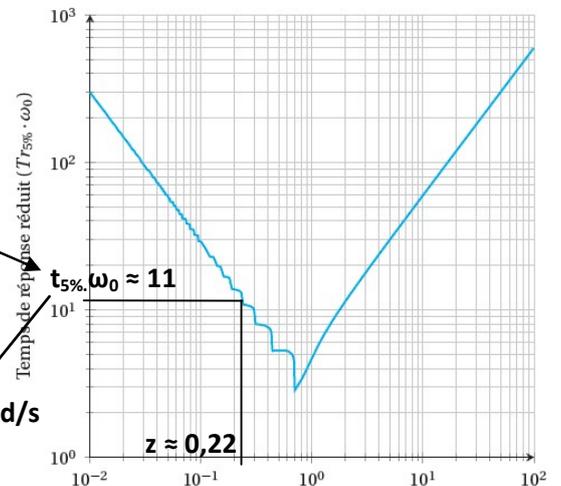
Ou bien



$T_p = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_p} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0 \cdot \sqrt{1-z^2}}$

$\rightarrow \omega_0 \approx 26$  rd/s

$\omega_0 \approx 11/0,42 = 26$  rd/s

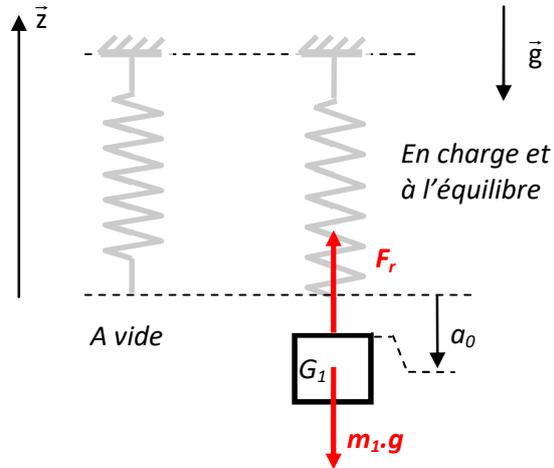


**Q.6.** Pour déterminer la bande passante il faut regarder la FTBF, cependant pour ce système on peut considérer que  $\omega_{BP-3dB} \approx \omega_{coupure(BO)} \approx \omega_{0(BF)} = 26 \text{ rad/s}$  soit une BP de  $BP_{-3dB} = \frac{26}{2.\pi} = 4,16 \text{ Hz} > 4 \text{ Hz} \rightarrow$  l'exigence est validée.

**Q.7.** On isole la masse  $m_1$  et on effectue le BAME. La masse  $m_1$  étant à l'équilibre on applique le PFS sur la masse.

TRS projeté sur  $\vec{z}$  :  $-m_1.g + F_r = 0$

$$\rightarrow -m_1.g - k_0.a_0 = 0 \rightarrow a_0 = -\frac{m_1.g}{k_0}$$



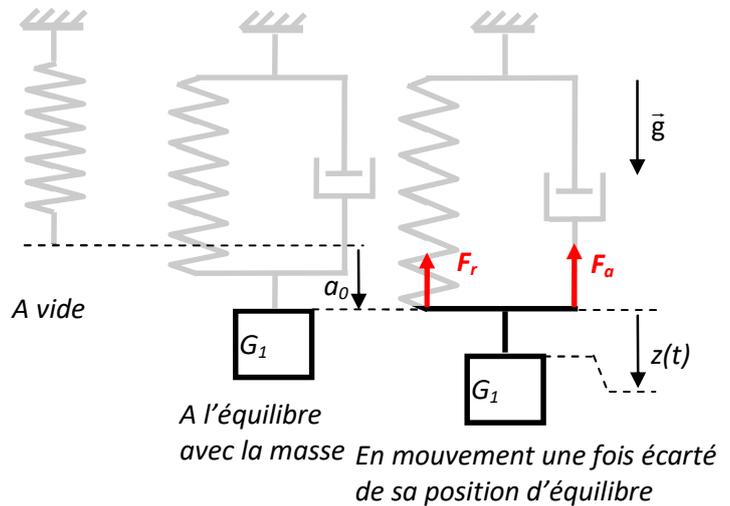
**Q.8.** On isole la masse  $m_1$  et on effectue le BAME. La masse  $m_1$  étant en mouvement on applique le PFD sur la masse.

TRD projeté sur  $\vec{z}$  :  $F_r + F_a = m_1.\frac{d^2z(t)}{dt^2}$

$$\rightarrow -k_0.z(t) - f_0 \frac{dz(t)}{dt} = m_1.\frac{d^2z(t)}{dt^2}$$

$$\rightarrow m_1.\frac{d^2z(t)}{dt^2} + f_0 \frac{dz(t)}{dt} + k_0.z(t) = 0$$

$$\rightarrow \frac{m_1}{k_0}.\frac{d^2z(t)}{dt^2} + \frac{f_0}{k_0} \frac{dz(t)}{dt} + z(t) = 0$$



Système du second ordre de pulsation propre non amortie  $\omega_{03} = \sqrt{\frac{k_0}{m_1}}$  et de coefficient d'amortissement

$$\zeta_{03} = \frac{f_0}{2.k_0} \sqrt{\frac{k_0}{m_1}} = \frac{f_0}{2} \frac{1}{\sqrt{k_0.m_1}}$$

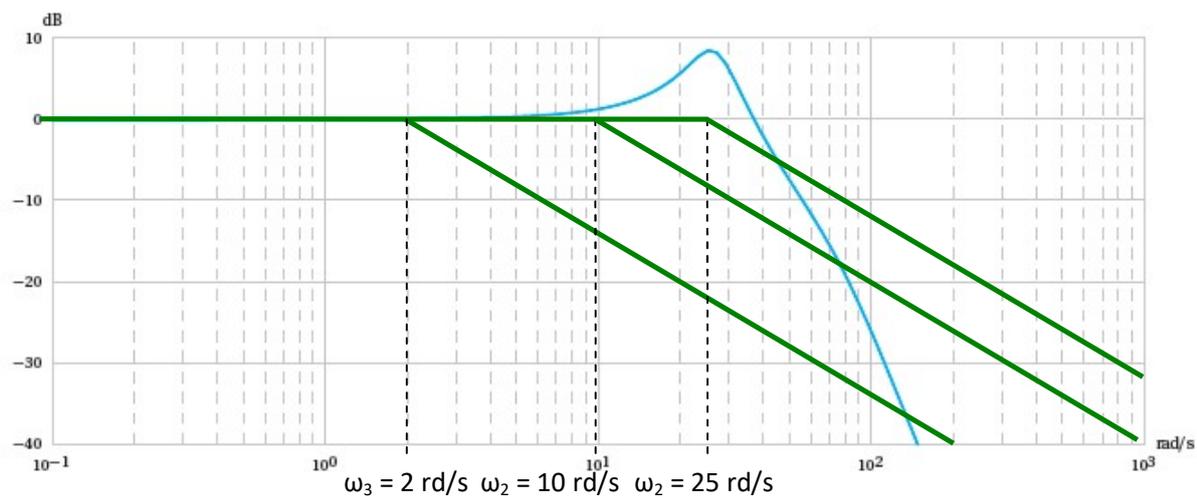
**Q.9.**  $\omega_{03} = \sqrt{\frac{k_0}{m_1}} \rightarrow k_0 = m_1.\omega_{03}^2 = 1,6 \times 26^2 = 1081 \text{ N/m}$ .

**Q.10.** On a pour entrée un signal de la forme  $e(t) = E_0.\sin(\omega_e.t)$  avec  $E_0 = 1 \text{ mm}$  et  $\omega_e = \frac{2.\pi}{T} = \frac{2.\pi}{0,25} = 25,13 \text{ rd/s}$ .

Graphiquement on lit sur le diagramme de Bode un gain de 8dB

$\rightarrow K = 10^{8/20} = 2,5$  ce qui fait une amplitude de sortie  $S_0 = 2,5.E_0$  (on amplifie de 2,5 fois l'amplitude de sortie / à la consigne d'entrée, ça sent une machine réglée par un chimiste et donc une boucherie pour le patient !)

**Q.11.**  $T_1 = 0,04s \rightarrow \omega_1 = 25 \text{ rd/s}$  ;  $T_2 = 0,1 \text{ s} \rightarrow \omega_2 = 10 \text{ rd/s}$  ;  $T_3 = 0,5 \text{ s} \rightarrow \omega_3 = 2 \text{ rd/s}$ .



**Q.12.** Filtre 2

**Q.13.** La bande passante vaut environ 30 rad/s soit 4,77 Hz > 4 Hz → le cahier des charges est validé.