

## Camera de poursuite SPEEDCAM

L'étude porte sur la camera de poursuite SPEEDCAM dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. Cette caméra est notamment utilisée lors des compétitions internationales d'athlétisme pour filmer les coureurs.



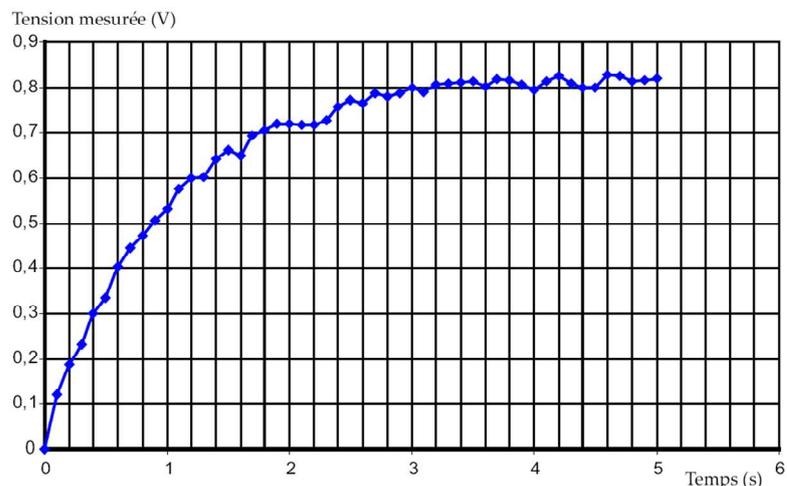
Exigences	Critères	Niveaux
Le système doit respecter les exigences techniques suivantes	Asservissement en vitesse <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erreur statique</li> <li>• Stabilité</li> <li>• Rapidité</li> </ul> ...	Nulle Stable $t_{5\%} < 0,5 \text{ s}$ ...

Cette caméra, utilisée aux championnats d'athlétisme pour filmer le sprint final des athlètes en tête de la course, est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Cette solution technique permet d'atteindre des vitesses supérieures à 15m/s. Un capteur optique embarqué permet de mesurer la position de la camera par rapport au coureur. A partir de cette mesure, un calculateur détermine la consigne de vitesse  $v_c(t)$  nécessaire pour suivre le coureur. Cette consigne  $v_c(t)$  est transmise sous forme de tension de commande  $u_c(t)$  à l'asservissement du chariot grâce à un adaptateur (Gain :  $K$ ). Le chariot est actionné par un moteur électrique piloté par sa tension d'entrée  $u_m(t)$ . Cette tension est obtenue à l'aide d'un amplificateur (Gain :  $K_A = 200$ ). Un capteur de vitesse mesure la vitesse  $v(t)$  et renvoi une information de tension  $u_e(t)$  proportionnelle à la vitesse  $v(t)$  (Gain :  $J = 0,3 \text{ V.s/m}$ ). Le chariot est asservi en vitesse.

**Q.1.** A partir de la description structurelle ci-dessus, réaliser le schéma-bloc du système. Définir les fonctions de transfert pour chacun des blocs ainsi que les grandeurs d'entrée et de sortie de chaque bloc (On notera la fonction de transfert du chariot  $H(p)$ ).

**Q.2.** Déterminer l'expression littérale du gain d'adaptation  $K$  de façon à annuler l'écart  $\epsilon(t)$  quand la vitesse du chariot et la vitesse de consigne sont égales.

Le modèle de connaissance du chariot est relativement complexe, ce qui ne permet pas de donner a priori un modèle de comportement  $H(p)$  comme pour le capteur de vitesse ou l'amplificateur. Afin de modéliser son comportement, on choisit de faire une mesure et de proposer un modèle simple représentatif. La courbe montre la réponse obtenue par le capteur de vitesse lorsqu'un échelon de tension  $u_m(t) = u_0 \cdot u(t)$  (avec  $u_0 = 70 \text{ V}$ ) est appliqué en entrée.



**Q.3.** Proposer par identification un modèle de comportement pour modéliser le comportement du chariot. Déterminer les paramètres de ce modèle.

On cherche maintenant à caractériser les performances du système asservi.

**Q.4.** Déterminer la fonction de transfert  $\frac{V(p)}{V_c(p)}$  du chariot asservi. La mettre sous forme canonique.

**Q.5.** Déterminer si le système est stable.

**Q.6.** Evaluer la rapidité du système.

**Q.7.** Calculer l'erreur appropriée qui permet de vérifier le critère de précision du cahier des charges.

Pour améliorer la précision une solution simple consisterait à ajouter un intégrateur dans la chaîne directe en amont de l'amplificateur par l'intermédiaire d'un correcteur intégral  $1/p$ .

**Q.8.** Déterminer la fonction de transfert  $\frac{V(p)}{V_c(p)}$  du chariot asservi avec correcteur.

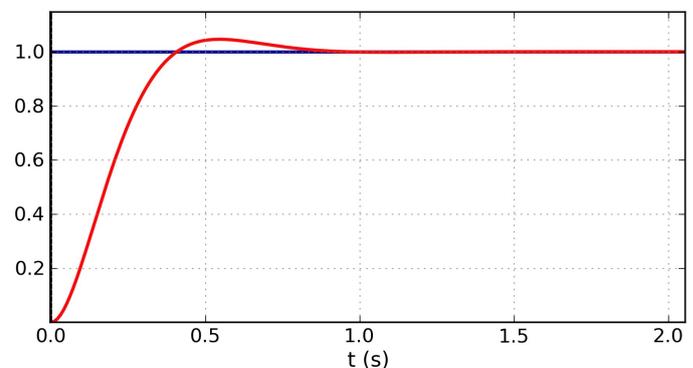
**Q.9.** Déterminer si le système corrigé est stable.

**Q.10.** Evaluer la performance en précision du système corrigé. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

**Q.11.** Déterminer le gain  $K_A$  qui permet d'avoir le système le plus rapide possible. Calculer le temps de réponse à 5% du système corrigé et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On constate que le système ne satisfait toujours pas le critère de rapidité du cahier des charges. En fait la correction du système n'est pas aussi simple que l'ajout d'un intégrateur. D'autre part l'asservissement est plus complexe car il faut réaliser, en plus de la boucle d'asservissement en vitesse, une boucle d'asservissement en position. On donne la réponse indicielle du système correctement corrigé.

**Q.12.** Conclure quant aux performances du système vis-à-vis du cahier des charges.



## Etude du plan horizontal réglable (PHR) de l'Airbus A340

(Inspiré de CCINP MP)

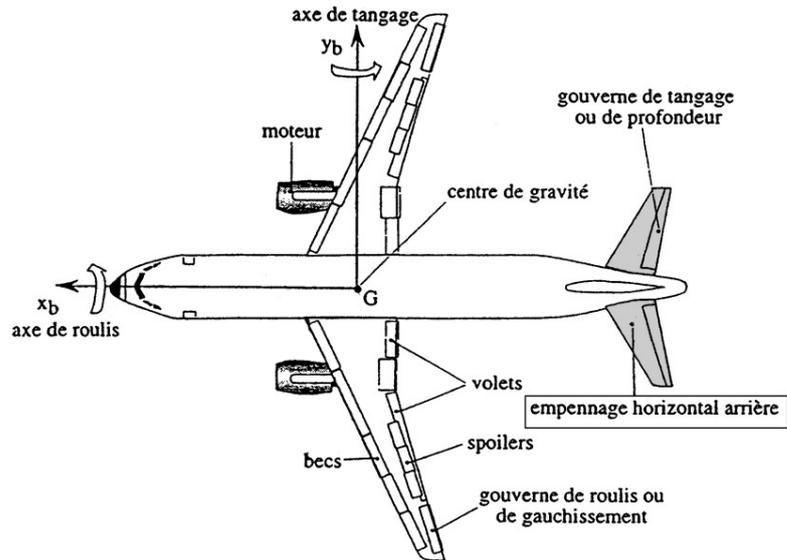
On s'intéresse à l'asservissement en position angulaire du moteur électrique au système de commande du plan horizontal réglable (PHR) d'un Airbus A340 dont on donne une description fonctionnelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges.



Exigences	Critères	Niveaux
Le système doit respecter les exigences techniques suivantes	... Erreur statique Temps de réponse à 5% Erreur de trainage ...	... Nulle $t < 0,2s$ Nulle ...

Le PHR est réglé à l'aide des gouvernes de profondeur. On peut montrer que pour une vitesse donnée, il est possible, par réglage du PHR, de réduire la poussée des réacteurs et donc d'économiser du carburant.

Afin de répondre aux exigences de fiabilité qui stipulent, en particulier, que le PHR doit pouvoir fonctionner durant  $10^9$  FH (Fly Hour) sans subir de défaillance, un certain nombre de composants de la chaîne de commande du PHR sont doublés ou triplés suivant les cas.



D'autre part, toujours par souci de sécurité, le PHR peut être commandé :

- soit automatiquement par un ordinateur de bord qui détermine, à partir des paramètres du vol, la valeur optimale de l'angle  $\beta$  que doit prendre les gouvernes de profondeur,
- soit manuellement par le pilote à partir d'un volant de commande situé dans le poste de pilotage et ce en cas de défaillance de la commande automatique du PHR.

La figure 1, placée en annexe, présente le schéma de principe de la chaîne d'énergie à partir de la génération de la commande par le calculateur ou le pilote.

Le calculateur génère une tension de commande qui va alimenter le moteur électrique qui est asservi en position angulaire pour permettre de générer l'angle de consigne initial. Cet angle de consigne initial est adapté à l'aide du réducteur 1. L'angle de sortie du réducteur 1 permet de commander les deux distributeurs proportionnels, qui vont délivrer un débit de fluide hydraulique pour alimenter les deux moteurs hydrauliques. Ces deux moteurs hydrauliques transforment l'énergie hydraulique en énergie mécanique de rotation. Les deux mouvements de rotation ainsi générés sont additionnés à l'aide du différentiel pour créer un seul mouvement de rotation à sa sortie. La sortie du différentiel est reliée au réducteur 6 qui va adapter l'énergie mécanique de puissance pour actionner la vis 4. La vis 4 est reliée à la gouverne de profondeur et permet de commander son angle.

L'angle de rotation de la vis 4 est capté à l'aide du réducteur 7 qui va l'adapter afin d'être comparé à la rotation de commande des distributeurs à l'aide du train épicycloïdal, qui joue ici le rôle d'un comparateur.

La boucle d'asservissement en position angulaire du moteur électrique a pour entrée une tension de consigne  $u_e(t)$  générée par le calculateur. Cette tension est comparée à la tension  $u_r(t)$ , image de l'angle  $\theta_r(t)$ , délivrée par un capteur potentiométrique. L'écart  $\varepsilon_1(t)$  est ensuite corrigé et amplifié par un bloc correcteur + amplificateur et fournit la tension  $u(t)$  aux bornes du moteur électrique. L'angle de rotation  $\theta_m(t)$  en sortie du moteur est réduit par un réducteur 2 pour donner la rotation  $\theta_r(t)$  mesurée par le capteur. D'autre part, l'angle  $\theta_m(t)$ , est réduit par un réducteur 1 pour fournir un angle de rotation en sortie  $\theta_{p1}(t)$ , sortie de cet asservissement.

**Q.1.** Construire le schéma bloc fonctionnel de cet asservissement.

Le moteur électrique est un moteur à courant continu. On procède à une identification du moteur en le soumettant à un échelon de tension  $U = 5V$ , afin de déterminer par un modèle de comportement sa fonction de transfert. On obtient la réponse indicielle (vitesse de rotation  $\omega_m(t)$ ) donnée dans le document réponse 1.

**Q.2.** Identifier la réponse en justifiant le modèle retenu et la (ou les) technique(s) utilisée(s) pour déterminer les paramètres. Les tracés seront laissés apparents sur la figure du document réponse 1.

Pour valider le modèle expérimental, on peut utiliser les équations du moteur à courant continu :

- Equation électrique liant la tension  $u(t)$  aux bornes du moteur et le courant  $i(t)$  le traversant :  $u(t) = e(t) + R.i(t)$ ,
- Equation de couplage électrique liant la tension contre-électromotrice  $e(t)$  à la vitesse de rotation  $\omega_m(t)$  de l'arbre du moteur :  $e(t) = k_e.\omega_m(t)$ ,
- Equation de la mécanique liant la vitesse de rotation  $\omega_m(t)$  et le couple moteur  $C_m(t)$ :  $J_e.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t)$ ,
- Equation de couplage mécanique liant le couple moteur au courant :  $C_m(t) = k_a.i(t)$ .

Avec :

- $R$  : la résistance de l'induit  $R = 1 \Omega$
- $J_e$  : inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur  $J_e = 4.10^{-6} \text{ kg.m}^2$
- $k_e$  : constante de force contre électromotrice  $k_e = 0,02 \text{ V/(rad/s)}$
- $k_a$  : constante de couple  $k_a = 0,02 \text{ Nm/A}$

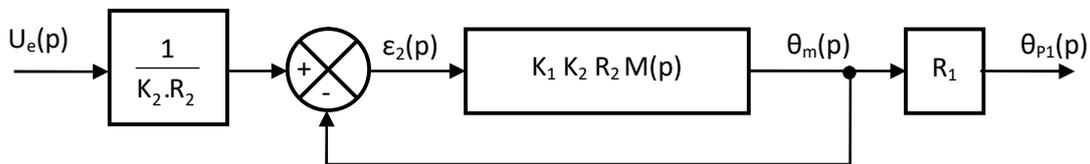
**Q.3.** Déterminer la fonction de transfert  $M(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)}$  du moteur électrique et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un intégrateur  $\frac{1}{p}$  multiplié par une fonction de transfert d'un 1er ordre de gain statique  $K_m$  et de constante de temps  $\tau_m$ .

**Q.4.** Donner les expressions littérales de  $K_m$  et  $\tau_m$ .

**Q.5.** Application numérique : calculer  $K_m$  et  $\tau_m$  en précisant les unités.

La fonction de transfert du correcteur + amplificateur peut être assimilé dans un gain  $K_1$ . La fonction de transfert du réducteur 2 est un gain noté  $R_2$ . La fonction de transfert du réducteur 1 est un gain noté  $R_1$ . La fonction de transfert du capteur potentiométrique est assimilé à un gain noté  $K_2$ .

**Q.6.** Montrer que le schéma bloc peut se mettre sous la forme suivante :



La rapport de transmission du réducteur 1 est  $R_1 = \frac{1}{150}$ .

**Q.7.** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $T(p) = \frac{\theta_m(p)}{\epsilon_2(p)}$ , la mettre sous la forme

$T(p) = \frac{K_{BO}}{p.(1 + \tau_m.p)}$  et en déduire l'expression du gain de boucle  $K_{BO}$ .

**Q.8.** Déterminer la fonction de transfert  $F(p) = \frac{\theta_{p1}(p)}{U_e(p)}$ . Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre. On notera  $K_{BF}$  le gain statique,  $z$  le coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  la pulsation propre.

**Q.9.** Donner l'expression littérale de  $K_{BF}$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $K_2$ , de  $z$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_{BO}$  et  $\tau_m$ .

**Q.10.** Déterminer la valeur du gain de boucle  $K_{BO}$  de telle sorte que la réponse à une entrée de type échelon soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement.

**Q.11.** Déterminer l'erreur statique du système. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

**Q.12.** Déterminer le temps de réponse à 5% du système document réponse 2 et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On admet que la longueur utile de la vis est  $l = 0,6m$ . Le pas de la vis est  $p_v = 10mm$ .

**Q.13.** Déterminer le nombre de tour maximal  $N_v$  que va faire la vis.

La vis est entraînée en rotation par un réducteur dont le rapport de réduction vaut  $\frac{\theta_{p1}}{\theta_v} = \frac{1}{5}$ .

**Q.14.** Déterminer le nombre de tour  $N_{p1}$  que va faire l'arbre d'entrée du réducteur à train épicycloïdal 52.

**Q.15.** En déduire le nombre de tour  $N_m$  que va faire l'arbre du moteur.

Le capteur de position de gain  $K_2$  de la boucle d'asservissement du moteur électrique est un capteur potentiométrique 10 tours dont la tension de sortie varie de -12 à +12 Volts.

**Q.16.** En supposant que l'on utilise le capteur sur toute sa plage (10 tours), déterminer le rapport de réduction  $R_2$  du réducteur reliant la sortie du moteur à l'entrée du potentiomètre.

**Q.17.** Déterminer le gain du capteur potentiométrique.

**Q.18.** En déduire le gain  $K_1$  du régulateur connaissant la valeur de  $K_{BO}$  fixée question 10.

Dans le cas d'une entrée de type rampe  $u_e(t) = t.u(t)$ , le cahier des charges stipule que l'erreur de traînage doit être nulle.

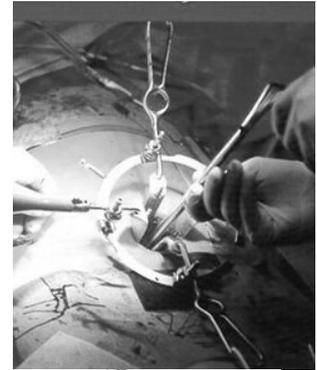
**Q.19.** Déterminer l'erreur de traînage et conclure vis-à-vis du cahier des charges.



# Etude des performances d'un robot esclave de chirurgie endoscopique

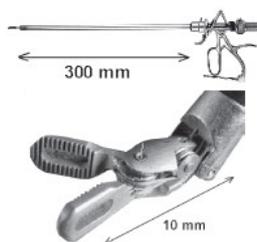
(Inspiré de Banque PT SIA)

La chirurgie endoscopique consiste à réaliser des opérations à l'aide d'outils chirurgicaux de très petite taille placés à l'extrémité de tiges tubulaires tenues par le chirurgien. La partie inférieure des tiges est insérée dans la zone à traiter, à travers trois petits orifices réalisés dans le corps du patient (entre les côtes par exemple pour une chirurgie cardiaque).



La chirurgie endoscopique robotisée utilise des robots à actionneurs électriques pour positionner et commander les instruments. Le chirurgien est alors plus confortablement installé devant un poste de commande et de contrôle pour piloter à distance les robots et donc les outils chirurgicaux.

Le poste de contrôle commande nommé « console » contient les dispositifs d'acquisition des mouvements du chirurgien, un écran vidéo pour le retour d'image provenant de l'endoscope et un écran de contrôle du système informatique.



Pince

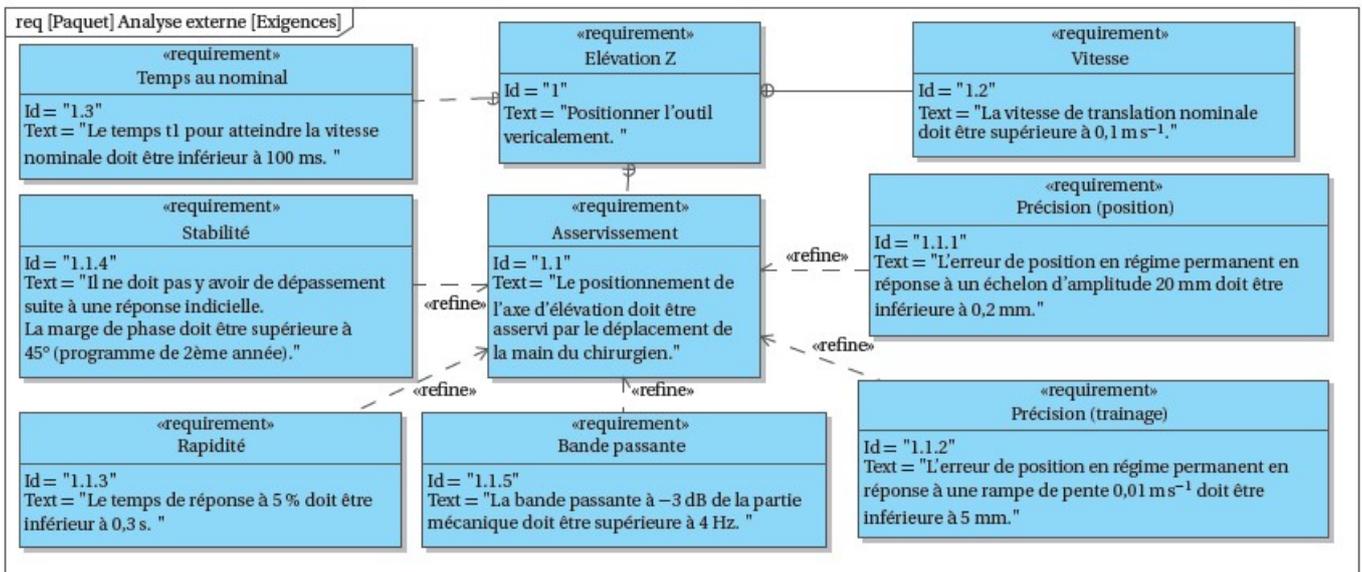
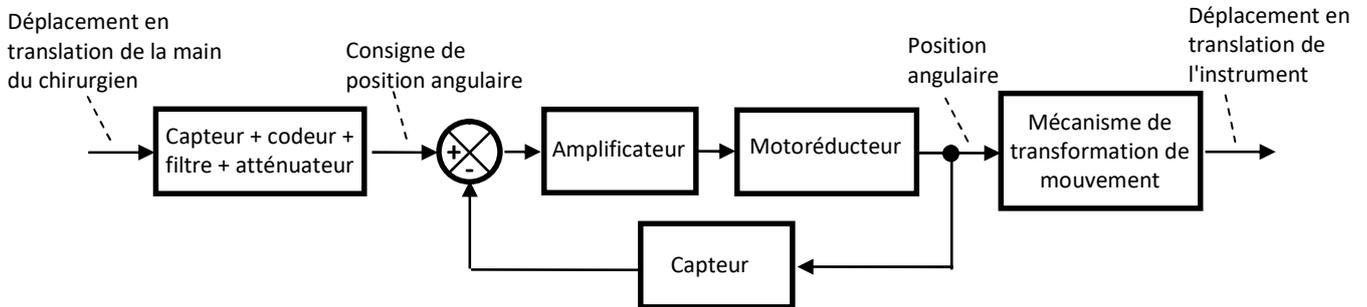


« Console »



Robots esclaves

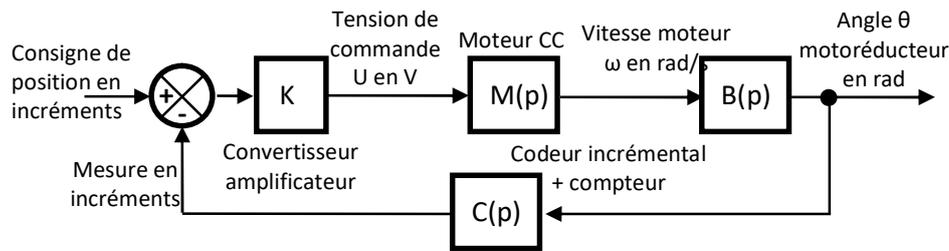
Le « robot esclave » étudié est constitué de 3 axes permettant de déplacer l'instrument chirurgical positionné sur la plaque support en translation selon les trois directions de l'espace. On ne considère que l'axe d'élévation du dispositif de commande de l'instrument chirurgical dont on donne le schéma bloc fonctionnel ainsi qu'un extrait de cahier des charges.



La console permet de capter le déplacement de la main, de le coder, de le corriger éventuellement afin d'élaborer la consigne de position angulaire du moteur. La position angulaire est ensuite transformée en position linéaire de l'instrument par un mécanisme de transformation de mouvement à vis /écrou. On cherche dans un premier temps à déterminer la fonction de transfert de l'asservissement de position angulaire.

Une identification temporelle a permis de proposer un modèle du premier ordre pour l'ensemble motoréducteur seul de fonction de transfert  $M(p) = \frac{0.44}{1 + 0,015.p}$ . Une identification fréquentielle du moto-réducteur est ensuite réalisée pour valider le modèle mis en place. On obtient le diagramme de Bode **document réponse 1**.

**Q.1.** Justifier au regard de la courbe que le modèle est pertinent dans une certaine bande de pulsations à préciser. Vérifier que les coefficients obtenus pour la fonction de transfert du moto-réducteur par l'identification temporelle sont cohérents avec ceux obtenus par identification fréquentielle. Le convertisseur-amplificateur de gain K élabore la commande du moteur. Le codeur incrémental qui est physiquement placé en sortie de l'arbre moteur mesure un angle et a une résolution de 360 incréments par tour. Il est associé à un compteur - décompteur qui élabore la mesure de position en incréments. Le système est discret (non continu) mais on l'assimile à un système continu vu la rapidité du comptage. Le réducteur a un rapport de réduction  $r = 1/50$ . Le schéma-bloc de la figure suivante correspond à une représentation de l'asservissement du moteur après déplacement du point de jonction.

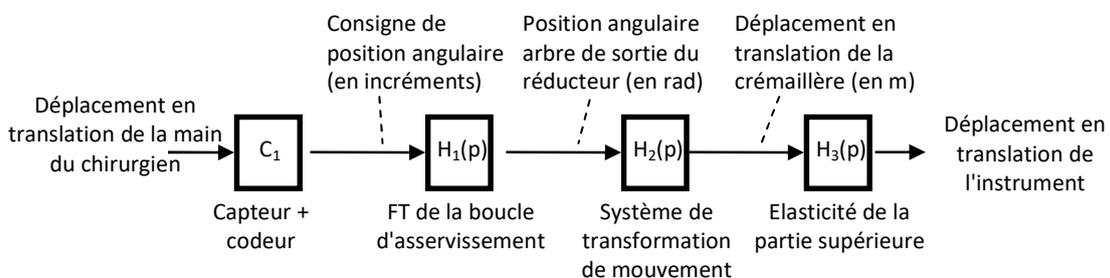


**Q.2.** Donner la fonction de transfert du bloc B(p) et la valeur du coefficient du bloc C en incr./rad.

**Q.3.** Montrer que la fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit  $FTBO(p) = \frac{25.K}{p.(1 + 0,015.p)}$ .

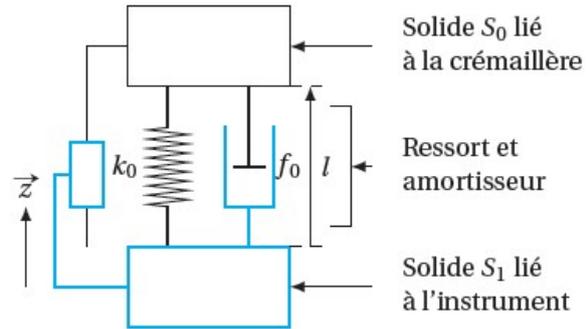
**Q.4.** Tracer sur le **document réponse 2** les diagrammes de Bode asymptotiques du système en boucle ouverte pour  $K = 1$ . Tracer ensuite l'allure du diagramme de Bode réel de la phase.

Le système complet est schématisé sur la figure suivante. Lorsque la boucle d'asservissement est bien réglée, la fonction de transfert est  $H_1(p) = \frac{0,00035}{1 + 0,014.p + 0,017.p^2}$ . Le gain  $H_2$  est égal à  $19,2.10^{-3}$  m/rad.



Pour augmenter la précision de l'opération chirurgicale, on désire que l'écrou se déplace 10 fois moins que la main. Ainsi  $C_1 = \frac{1}{19,2.10^{-2} \times 0,00035}$ .

La partie supérieure du robot est obtenue par assemblage de tubes minces en fibres de carbone. On modélise cette partie par deux solides en translation l'un par rapport à l'autre :  $S_0$  représentant la crémaillère et les solides qui y sont liés et  $S_1$  représentant l'instrument chirurgical. Ces solides sont reliés par un ressort de raideur  $k_0$  et un amortisseur de coefficient  $f_0$ , montés en parallèle comme le montre le schéma ci-contre.



Pour identifier la fonction de transfert  $H_3(p) = \frac{D_{\text{instrum}}(p)}{D_{\text{crem}}(p)}$ , on impose à l'écrou un échelon de déplacement  $d_{\text{crem}}(t) = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  à partir de la position d'équilibre. La courbe de déplacement  $d_{\text{instrum}}(t)$  de l'instrument en fonction du temps est donnée sur la figure du document réponse 3 ainsi que les abaques des dépassements relatifs et des temps de réponse réduits d'un système du second ordre.

**Q.5.** Établir, à partir de cette courbe, l'expression de la fonction de transfert  $H_3(p)$  ; déterminer les valeurs caractéristiques : gain statique, coefficient d'amortissement et pulsation propre, justifier vos tracés sur le document réponse 3.

**Q.6.** Déterminer la pulsation de coupure à -3 dB pour cette fonction et vérifier si le critère du cahier des charges est respecté.

Les questions suivantes vont permettre de déterminer l'expression analytique de  $H_3(p)$ , de façon à analyser l'influence du paramètre de raideur, pour respecter le critère de bande passante du cahier des charges. Soit  $m_1$  la masse du solide  $S_1$ . L'axe du mouvement est vertical ascendant et noté  $\vec{z}$ . L'origine O du mouvement de  $S_1$  correspond à la position pour laquelle le ressort est à sa longueur libre. Soit  $a_0$  l'allongement du ressort dans la position d'équilibre qui prend en compte l'action de la pesanteur notée  $g$ . Sur ce modèle  $a_0$  est négatif car on considère qu'il y a allongement du ressort.

**Q.7.** Le solide  $S_1$  étant dans la position d'équilibre, réaliser un schéma d'étude puis écrire l'équation d'équilibre correspondante faisant intervenir  $a_0$ .

Le solide  $S_1$  est déplacé de sa position d'équilibre puis abandonné à son propre poids. On note  $z(t)$  le déplacement du solide  $S_1$  au cours du temps autour de cette position d'équilibre. On note  $-f_0 \frac{dz(t)}{dt}$  l'action de l'amortissement sur la masse  $S_1$ .

**Q.8.** Réaliser un schéma d'étude puis déterminer l'équation différentielle en  $z(t)$  du mouvement autour de la position d'équilibre et la mettre sous la forme  $A \cdot \frac{d^2z(t)}{dt^2} + B \cdot \frac{dz(t)}{dt} + C \cdot z(t) = 0$ . En déduire le coefficient d'amortissement  $\xi_3$ , la pulsation propre non amortie  $\omega_{03}$  en fonction de  $k_0$ ,  $f_0$  et  $m_1$ .

On donne la valeur numérique de la masse de l'instrument chirurgical et de la plaque d'interface :  $m_1 = 1,6 \text{ kg}$ .

**Q.9.** A l'aide de l'expression de  $\omega_{03}$  obtenue précédemment, déterminer la valeur minimale de la raideur  $k_0$  (en  $\text{Nm}^{-1}$ ) qui permettrait de respecter le critère de la bande passante à -3 dB de 4 Hz. On fera l'hypothèse que  $\omega_{-3\text{dB}} \approx \omega_{03}$

La fonction de transfert du système complet est 
$$\frac{1}{(1 + 0,014.p + 0,017.p^2).(1 + 0,015.p + 0,0014.p^2)}$$

On donne sur la figure **du document réponse 4** la courbe d'amplitude (gain) de  $H(p)$  pour  $p = j.\omega$  dans le plan de Bode. La main du chirurgien est prise d'un tremblement sensiblement sinusoïdal dont la période est de 0,25 s et l'amplitude 1 mm.

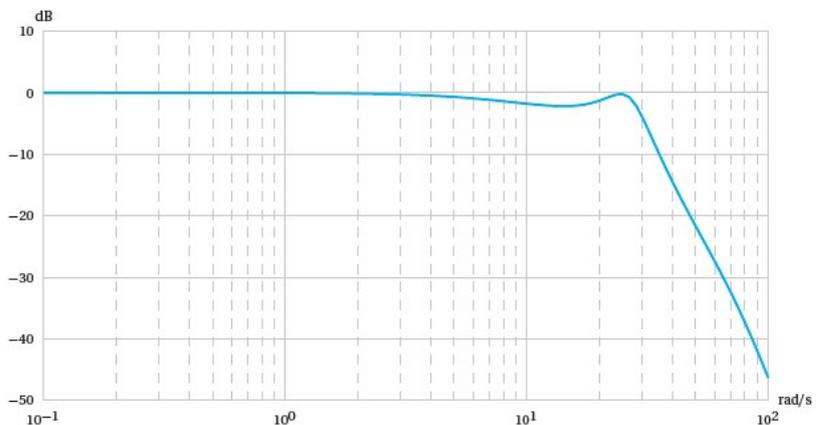
**Q.10.** Déterminer à partir de cette courbe, l'amplitude du mouvement pris par l'instrument. Quelle est la conséquence de ce mouvement sur la plaie chirurgicale ?

On souhaite limiter l'amplitude du mouvement de l'outil lors du tremblement de la main en filtrant le signal traité par le capteur-codeur  $C_1$  de sorte que les tremblements n'apparaissent plus sur le soustracteur. On propose trois filtres du premier ordre, de gains statiques égaux à 1 et de constantes de temps :  $T_1 = 0,04$  s ;  $T_2 = 0,1$  s ;  $T_3 = 0,5$  s.

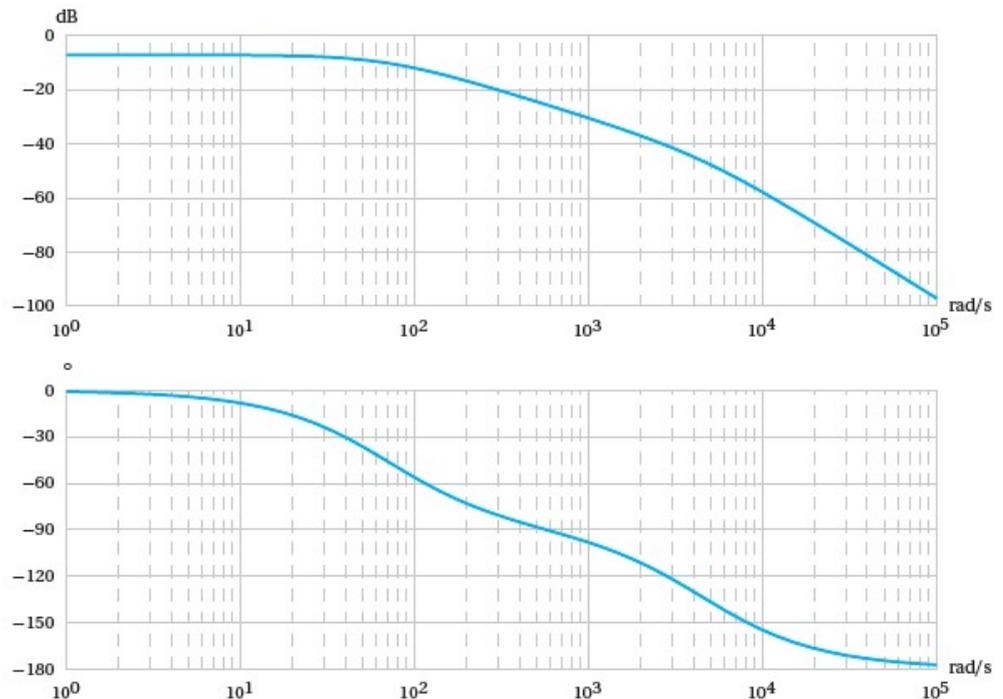
**Q.11.** Tracer sur la courbe de gain **du document réponse 4** les trois diagrammes asymptotiques de gain de ces filtres avec des couleurs différentes.

**Q.12.** Sachant que les mouvements dont la période est supérieure à 1s ne doivent pas être atténués de plus de 1 dB, choisir le numéro 1, 2 ou 3 du filtre qui atténue de 8 à 10 dB le tremblement de la main de période 0,25s.

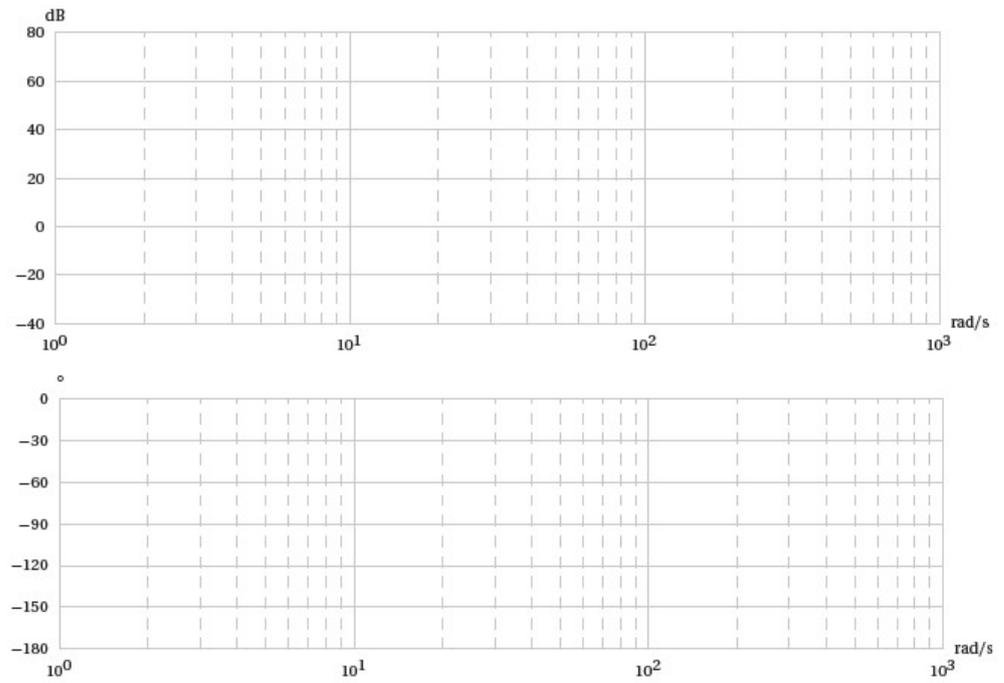
**Q.13.** La figure ci-contre montre la courbe d'amplitude du système corrigé par ce filtre. Le niveau de 4 Hz de la bande passante à -3 dB du critère est-il toujours respecté ?



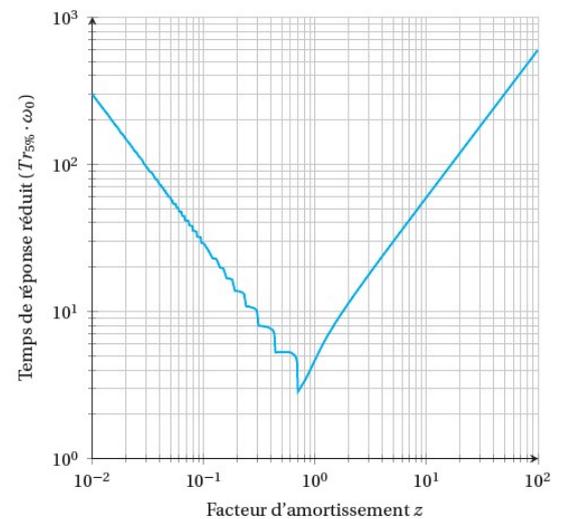
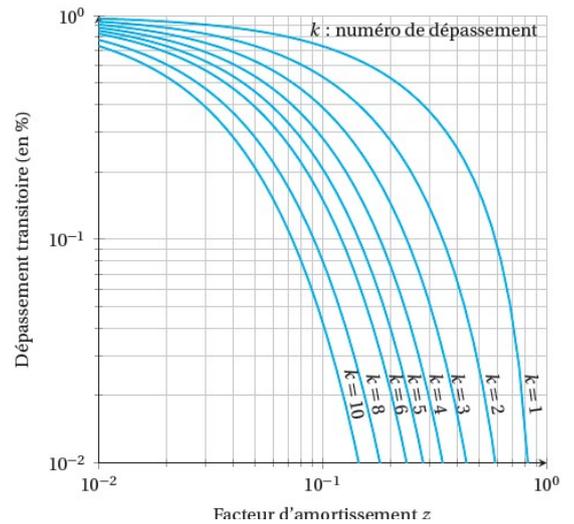
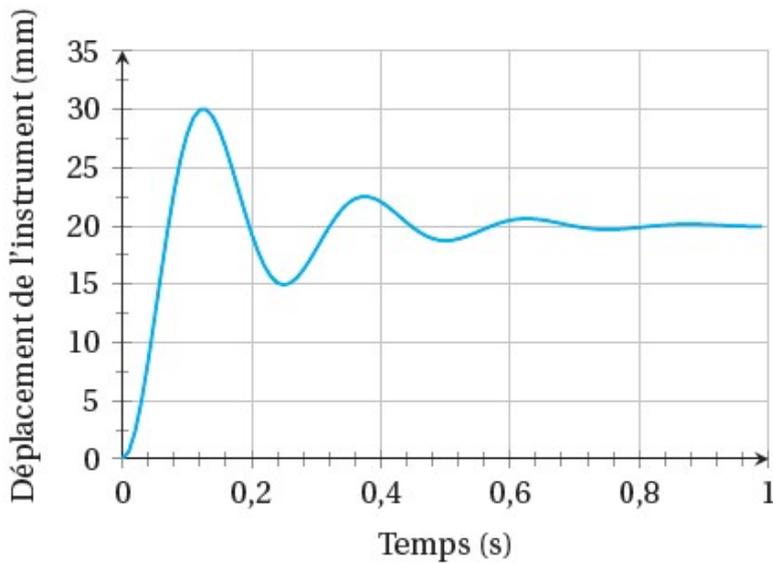
Document réponse 1 :



Document réponse 2 :



Document réponse 3 :



Document réponse 4 :

