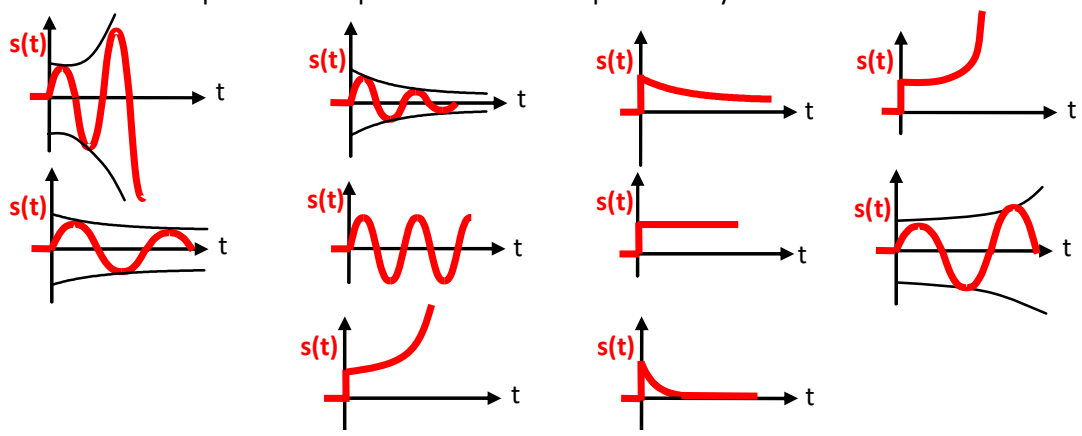
Réponses de systèmes à l'impulsion de DIRAC

On donne ci-dessous des réponses à l'impulsion de Dirac de plusieurs systèmes.



Q.1. Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou marginalement stable.

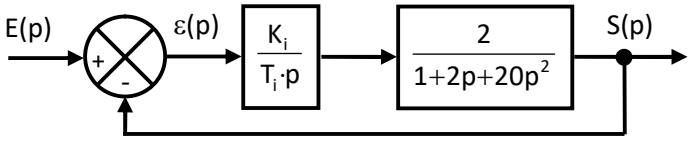
Stabilité à partir des pôles de la FTBF

On donne ci-dessous les pôles des FTBF de plusieurs systèmes. Pour chaque cas déterminer si le système est stable, instable ou marginalement stable.

Système 1 : -1 ; -2
Système 2 : -3, -2, 0
Système 3 : -2+j, -2-j, 2j,-2j
Système 4 : -2+3j, -2-3j,-2
Système 5 : -j, j, -1, 1
Système 6 : -1, +1
Système 7 : -1+j, -1-j
Système 8 : 2, -1, -3
Système 9 :-6, -4, 7

Application du critère de Routh

On donne le schéma bloc modélisant un système asservi. Déterminer l'expression du gain permettant d'obtenir un système stable.



Application du critère de Routh

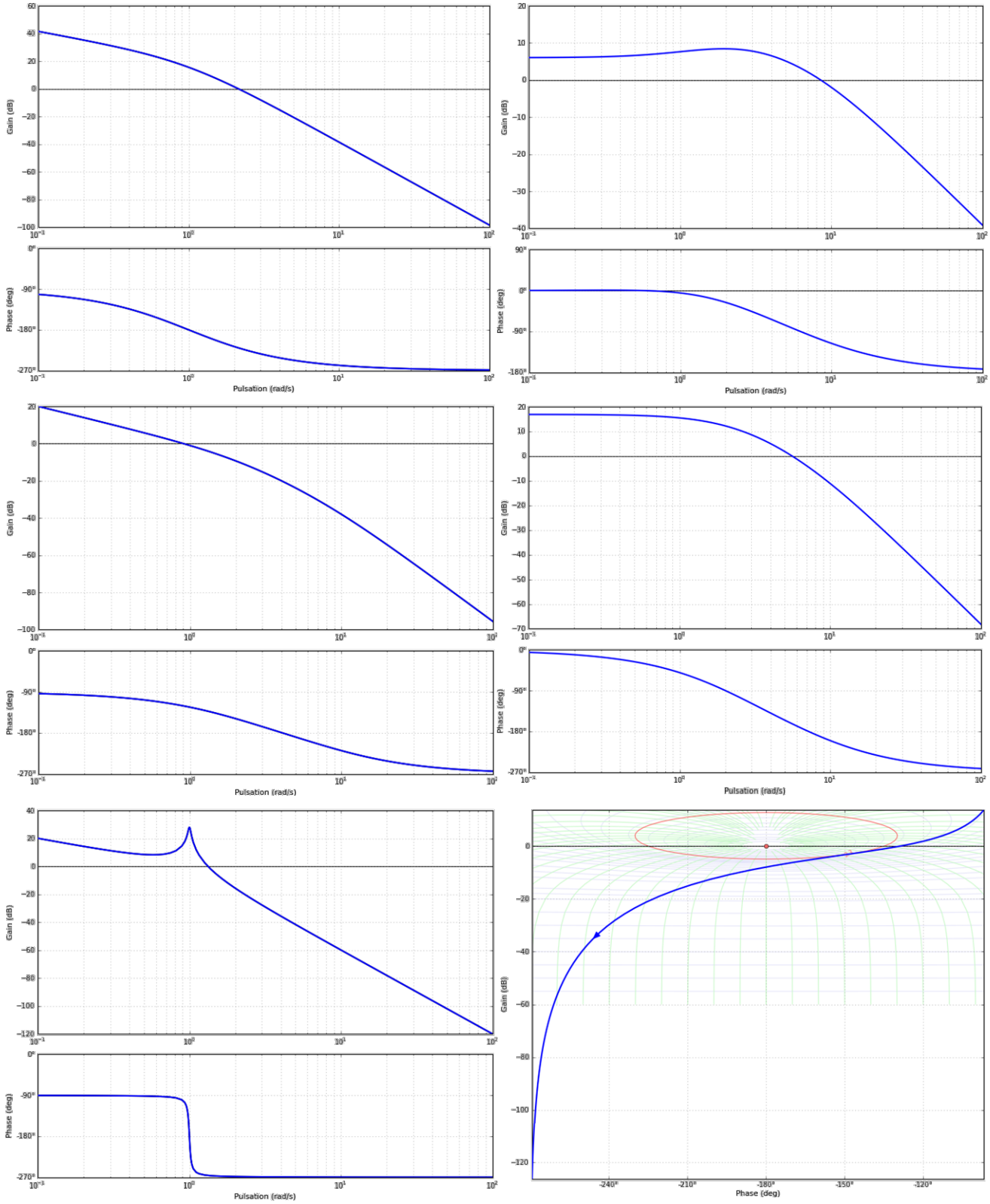
On donne les FTBO de 3 systèmes asservis en retour unitaire. Déterminer, à l'aide du critère de Routh, si les systèmes sont stables en boucle fermée et donner les valeurs de K admissibles.

$$G_1(p) = \frac{K}{p.(p+3).(p+4)} \qquad G_2(p) = \frac{K.(1+T.p)}{p.(p+1).(1+0{,}5.p)} \qquad G_3(p) = \frac{K}{p^3+5p^2+8p+5}$$

Florestan MATHURIN

Application du critère du revers

Q.1. On donne ci-dessous les lieux de transferts de plusieurs FTBO. Déterminer, à l'aide du critère du Revers si les systèmes sont stables en BF, puis pour les systèmes stables, déterminer les marges de gain et de phase.

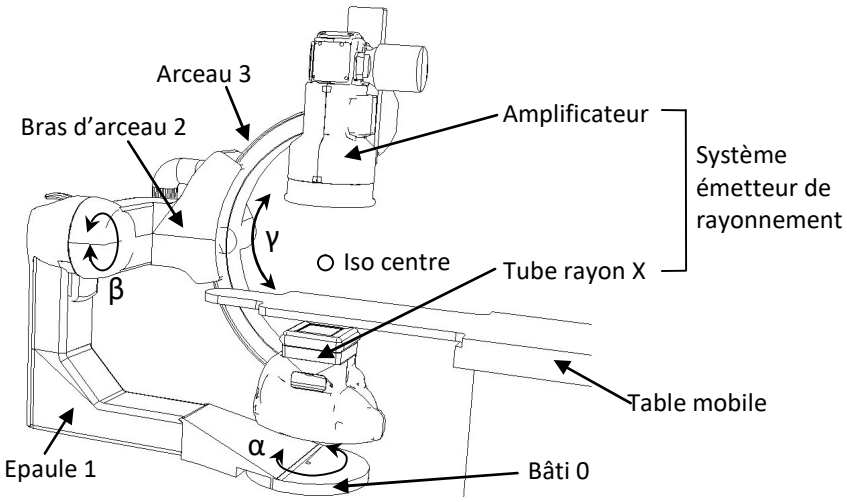


Etude du système de positionnement d'un appareil d'imagerie médicale

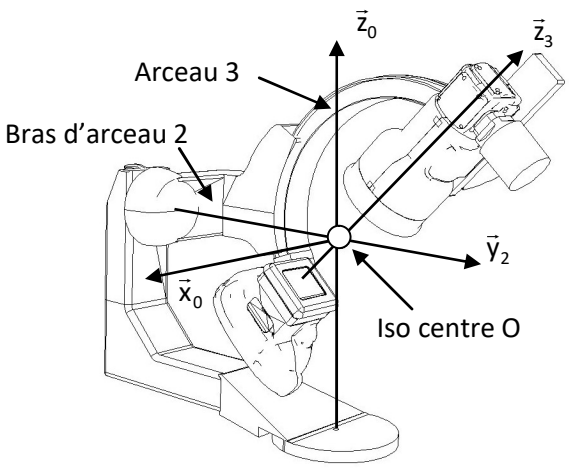
(D'après Centrale MP)

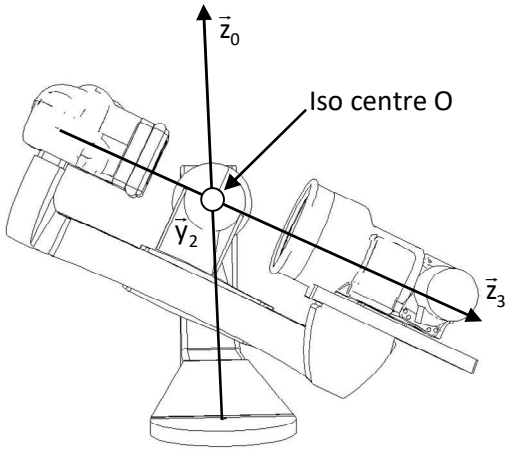
L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.

Exemple d'image de synthèse de vaisseaux sanguins en 3 dimensions (avec ici un anévrisme)



Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté α, β et γ sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.





Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1.

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie :

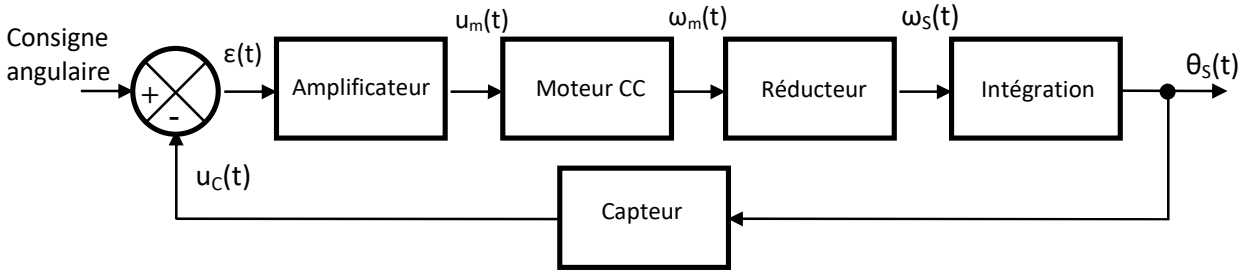
Exigences	Critère	Niveau
1.1	… Vitesse angulaire par axe élémentaire Stabilité (Marge de phase Mφ) …	… 10°/s ± 10% Mφ > 45° …

Q.1. Déterminer le nombre de mouvements élémentaires utilisés (translation ou rotation) pour orienter le faisceau de rayon.

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de 10°/s en phase de mesure. Technologiquement, la chaine d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

Q.2. Déterminer la vitesse angulaire de chaque moteur (en tr/min) qui permet de satisfaire le critère de vitesse angulaire du cahier des charges.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaine fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :



Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- L'amplificateur est un gain pur : K_a.
- Le réducteur est un gain pur K_r (sans dimension).
- Le capteur est un gain pur : K_c.
- Le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps T_m et de gain K_m. On note la fonction de transfert du moteur $H_m(p)$.

Q.3. Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur K_r.

Q.4. Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe FTCD(p), la fonction de transfert en boucle ouvert FTBO(p) et la fonction de transfert en boucle fermée FTBF(p) de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de K_a, K_m, K_r, K_c et T_m.

Q.5. Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un système du deuxième ordre $\frac{K}{(1+\frac{2.z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2)}$. Donner l'expression littérale de K, z et ω_0 en fonction de K_a, K_m, K_r, K_c et T_m.

Q.6. Déterminer la réponse du moteur $\omega_m(t)$ à une entrée en échelon de tension $u_m(t)$ de la forme $u_m(t) = U_0.u(t)$ (U_0 valant 10 V). Exprimer le résultat en fonction de U_0, K_m et T_m.

Q.7. La réponse du système à cette entrée en échelon de tension $u_m(t) = 10.u(t)$ a été mesuré en sortie du réducteur. On donne document réponse 1 la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de K_m et T_m. Réaliser les tracés utiles sur le document réponse 1.

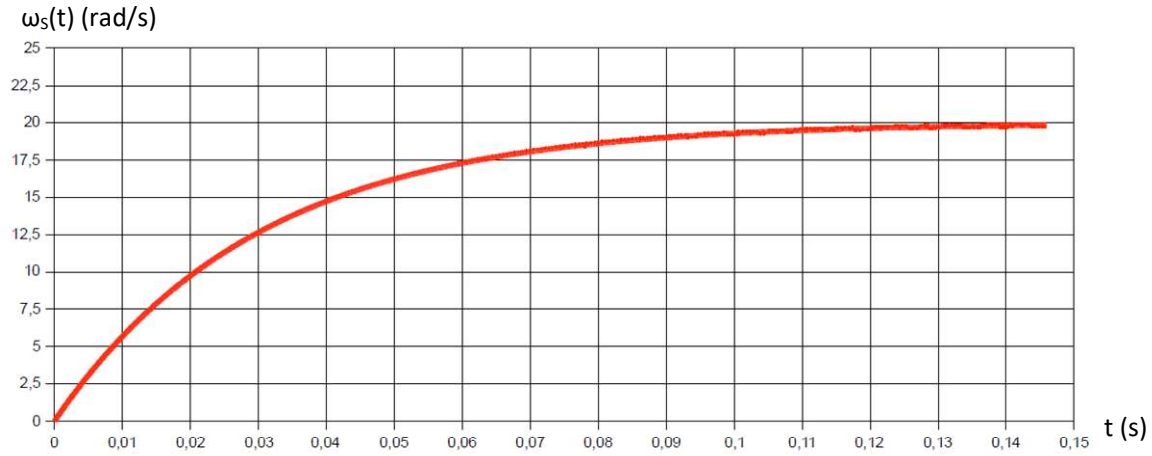
Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte : $FTBO(p) = \dfrac{10}{p.\left(1 + \dfrac{1}{30}.p\right)}$.

Q.8. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le document réponse 2 en bleu.

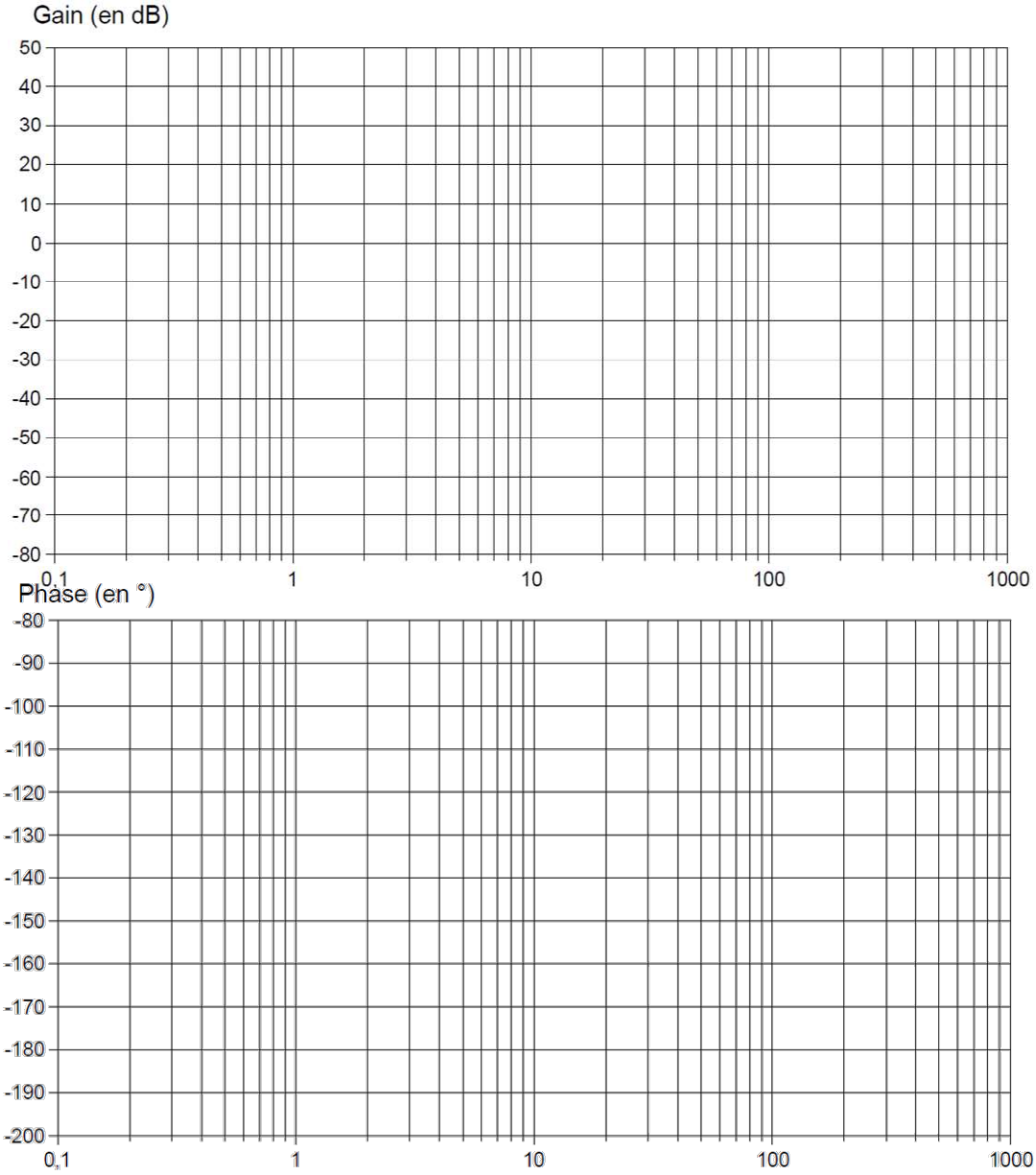
Q.9. Calculer le gain et la phase exacte pour ω = 30 rad/s.

Q.10. On donne document réponse 3 les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système Mϕ. Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.

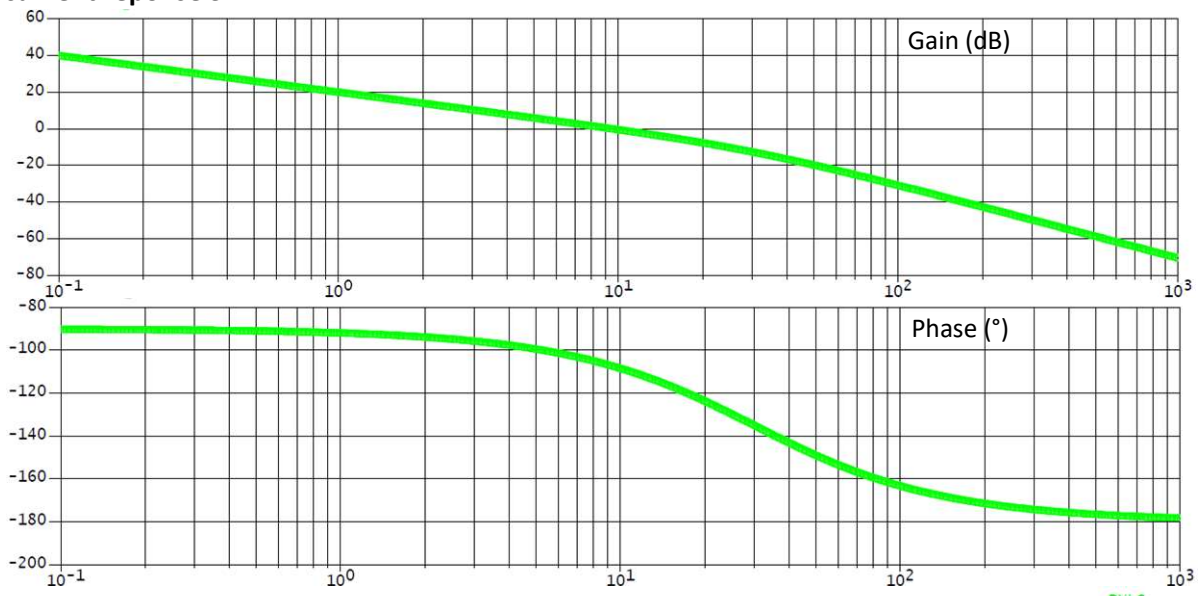
Document réponse 1 :



Document réponse 2 :



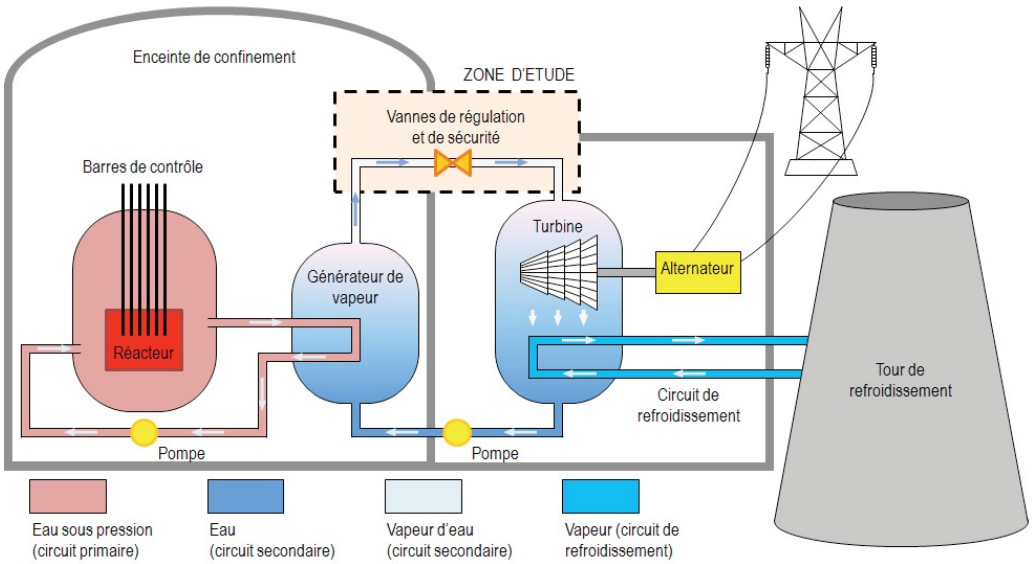
Document réponse 3.



Florestan MATHURIN

Régulation d'un Groupe Turbo Alternateur d'une centrale nucléaire

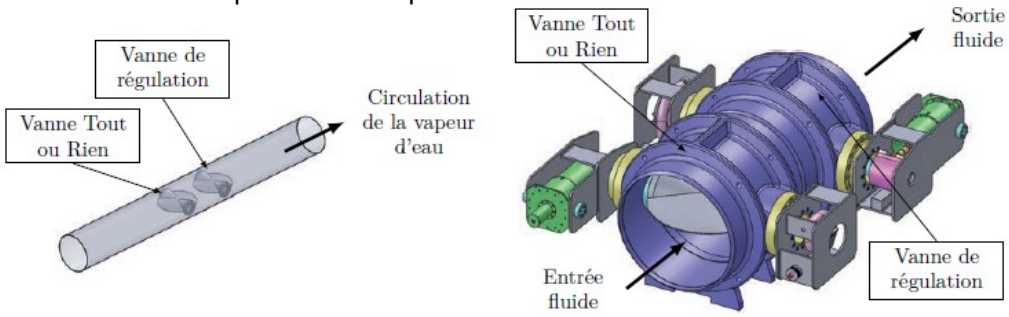
La France produit plus de 400 TWh d'électricité à partir d'énergie nucléaire. Pour cela, une centrale nucléaire contient plusieurs conversions d'énergie.
On s'intéresse dans ce sujet aux vannes de régulation et de sécurité présente dans le circuit secondaire permettant la conversion de l'énergie thermique de la vapeur d'eau en énergie mécanique de rotation de la turbine.



1. Présentation de la vanne

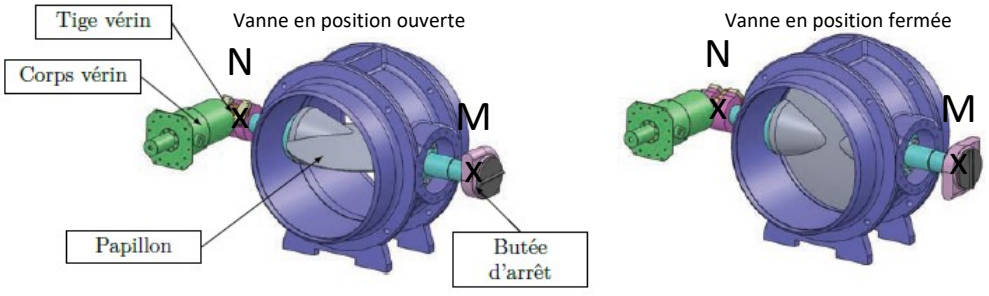
L'objet de notre étude porte sur deux vannes installées sur le circuit secondaire. Ces deux vannes quasi identiques ont deux fonctions différentes :

- vanne de régulation VI : permet de réguler le débit de vapeur et donc la fréquence de rotation de la turbine,
- vanne Tout ou Rien VM : permet de couper le circuit en cas d'alerte de sécurité.



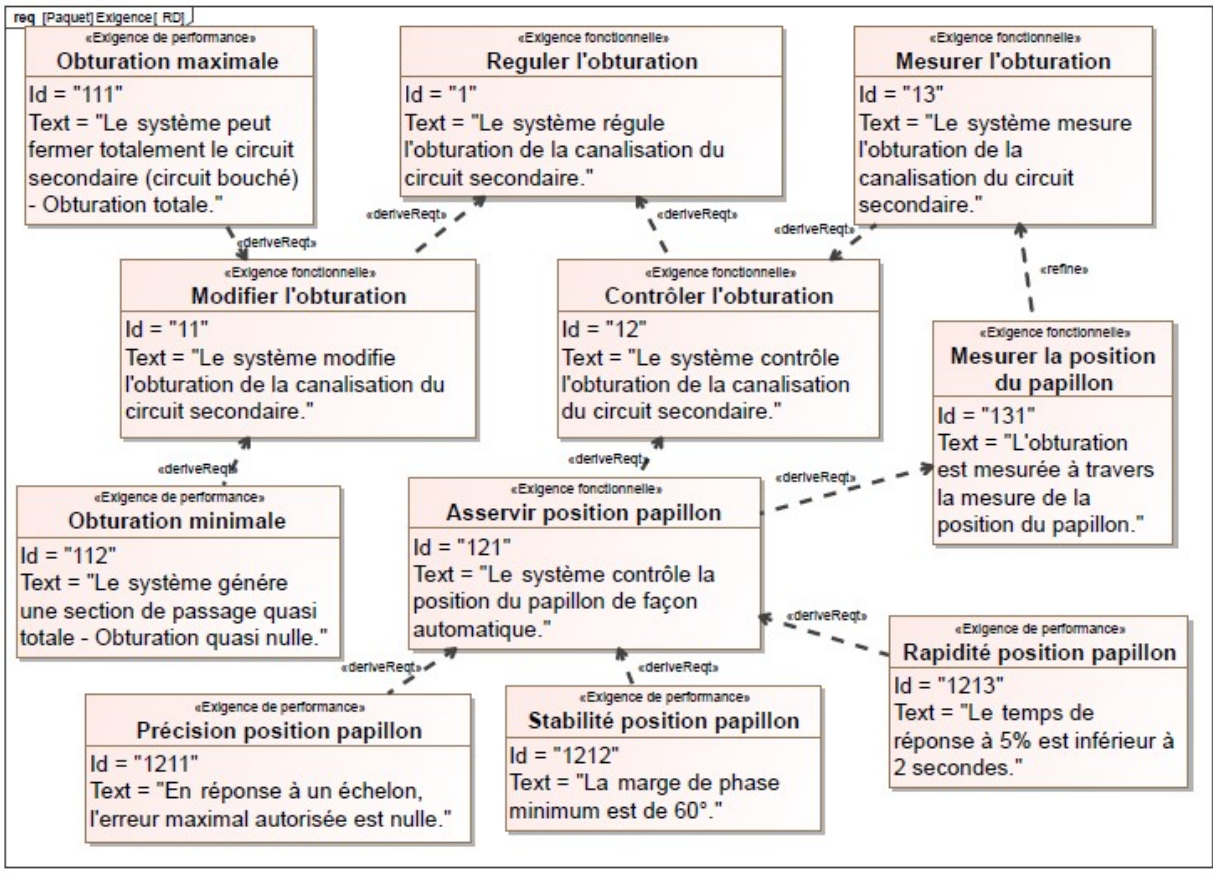
Le débattement angulaire de l'obturateur (papillon) est d'un quart de tour pour passer de la position section de passage nulle (vanne totalement fermée) à section de passage maximale (vanne totalement ouverte).

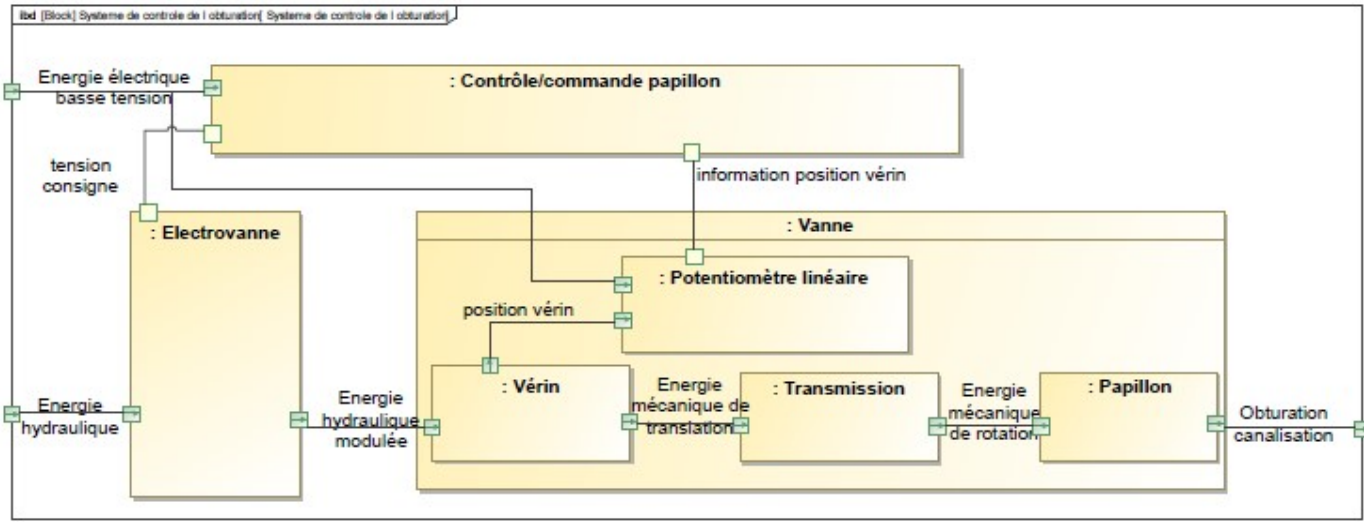
Problématique : La fréquence du courant électrique produit par l'alternateur est liée à la vitesse de rotation de l'alternateur installé en bout d'arbre de la turbine. Cette vitesse de rotation est liée au débit de fluide circulant dans les canalisations d'alimentation de la turbine. Il est donc nécessaire de réguler ce débit.



On étudie ici les éléments de nature à garantir cette contrainte de vitesse de rotation du GTA (Groupe Turbo-Alternateur) et son contrôle en cas d'incident en relation avec le débit de vapeur du circuit secondaire

alimentant la (ou les) turbine(s). On donne le diagramme partiel des exigences ainsi que le diagramme des blocs internes du système.





2. Guidage du papillon

Le guidage en rotation du papillon de la vanne représentée ci-dessus par rapport au bâti est réalisé par l'intermédiaire de deux liaisons en parallèle, modélisées par :

- une liaison rotule de centre M
- une liaison sphère-cylindre (linéaire annulaire) de centre N et d'axe (N, $\vec{z}$) tel que : $\overrightarrow{MN} = n.\vec{z}$

Q.1. Caractériser le torseur statique de chacune des deux liaisons.

Q.2. Déterminer rigoureusement la liaison équivalente à ces deux liaisons en parallèle, qui permettra de modéliser la liaison globale du papillon par rapport au bâti.

3. Validation des performances d'asservissement de la vanne

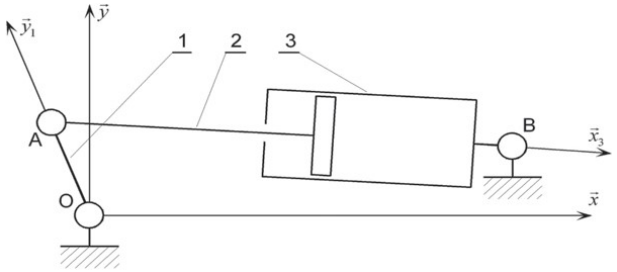
Le débit de vapeur alimentant la turbine est piloté par une vanne « quart de tour »(décrite précédemment) dont la position angulaire est asservie. L'objectif de cette partie est le dimensionnement du correcteur installé dans la boucle d'asservissement de la commande de position angulaire du papillon, permettant de vérifier les exigences attendues.

3.1. Étude géométrique de la vanne

Le système de pilotage de la vanne est décrit par le schéma cinématique de la figure ci-dessous. Le papillon de la vanne relié au levier de commande (1) est mis en rotation par l'intermédiaire d'un vérin hydraulique (corps (3) et tige (2)) dont le débit d'alimentation est contrôlé par une électrovanne. On considère que la tige du vérin est en liaison pivot glissant avec le corps.

On définit les repères suivants :

- $R_0\,(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z}\,)$ lié au bâti 0 ;
- $R_1\ (O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1\ )$ lié au bras de levier 1, tel que $\overrightarrow{OA}=e.\vec{y}_1$ et $\theta(t)=(\vec{x},\vec{x}_1)=(\vec{y},\vec{y}_1)$ avec $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ pour la position fermée et $\theta=-\dfrac{\pi}{4}$ pour la position ouverte ;
- $R_3\ (B,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3\ )$ lié au corps du vérin 3, tel que $\overrightarrow{OB}=L.\vec{x}+d.\vec{y}$; $\overrightarrow{AB}=\lambda(t).\vec{x}_3$ et $\beta(t)=(\vec{x},\vec{x}_3)=(\vec{y},\vec{y}_3)$

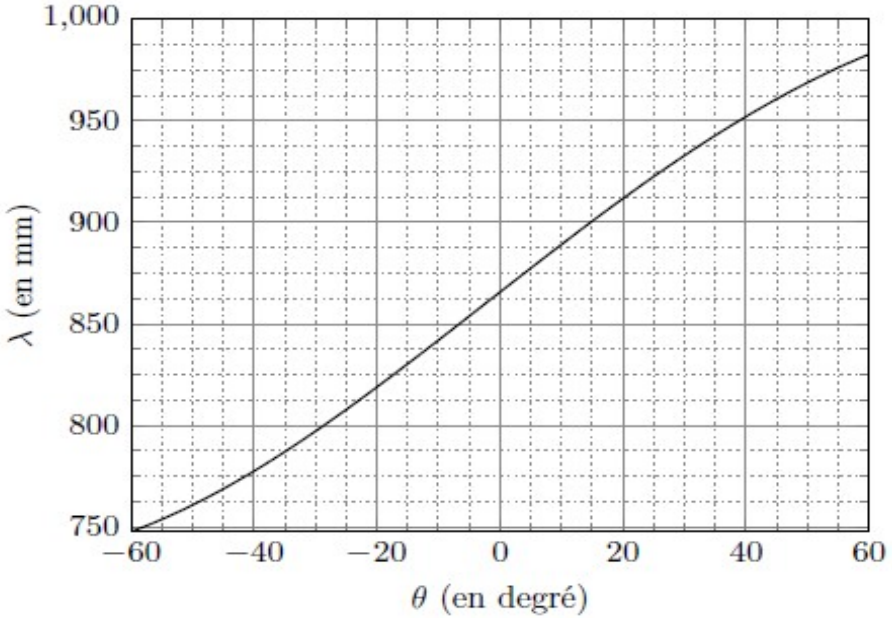


L = 864,8mm, d = 96mm et e = 135,8mm

Q.3. Déterminer la loi entrée/sortie du système de commande en déterminant l'expression du paramètre λ en fonction de θ et des grandeurs géométriques.

Q.4. À partir de la loi précédente et des valeurs extrêmes de l'angle θ, calculer la valeur en mm de la course utile du vérin.

On cherche à construire un modèle linéaire de la loi entrée-sortie de ce mécanisme. A cet effet, une simulation numérique de l'équation précédente conduit au tracé de l'évolution du paramètre λ en fonction de l'angle θ fourni sur la figure suivante.



Q.5. Identifier la valeur du gain K_θ tel que $\theta=K_\theta\Delta\lambda$

3.2. Modèle simplifié de l'asservissement

Pour la suite du sujet, pour toute fonction temporelle notée f(t), on note F(p) son image dans le domaine de Laplace et on considère que les conditions d'Heaviside sont réalisées. Le vérin est alimenté par une électrovanne (entrée tension de commande u(t), sortie débit volumique q(t)) dont le comportement est modélisé par un gain pur de valeur K_{ev}. La section utile du vérin est notée S.

Q.6. Proposer un modèle de connaisse simplifié pour le vérin et montrer que sa fonction de transfert peut se mettre sous la forme $H_v(p)=\dfrac{\Delta\lambda(p)}{Q(p)}=\dfrac{K_v}{p}$ avec K_v une constante à préciser.

La mesure de l'angle θ n'est pas réalisée directement, un potentiomètre rectiligne mesure le déplacement de la tige du vérin. Ce capteur de gain K_{capt} délivre une tension $u_\lambda(t)$ image de la position définie par $\Delta\lambda(t)$. Le potentiomètre de comportement linéaire a une course électrique de 200mm et est alimenté par une tension de 24V. Le signal délivré $u_\lambda(t)$ est proportionnel au déplacement et $0 \leq u_\lambda(t) \leq 24V$.

Q.7. Déterminer la valeur numérique du gain pur du potentiomètre K_{capt} à exprimer en unité SI sachant qu'il est utilisé sur sa pleine échelle. Préciser l'unité de K_{capt}.

Un bloc de gain k transforme la consigne angulaire $\theta_C(t)$ (exprimée en radian) en une tension $u_C(t)$. Un correcteur de gain pur C amplifie l'écart entre la tension de consigne $u_C(t)$ et la tension issue du capteur et délivre la tension d'alimentation de l'électrovanne u(t). Cette tension amplifiée alimente l'électrovanne de commande du vérin.

Q.8. Construire le schéma-bloc du système avec l'entrée $\theta_C(p)$ et la sortie $\theta(p)$. Vous préciserez, pour chaque bloc, la fonction de transfert associée sous forme littérale et la grandeur des entrée/sortie.

Q.9. Déterminer, sous forme canonique, l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \dfrac{\theta(p)}{\theta_C(p)}$ de l'asservissement en position angulaire.

Q.10. En déduire les expressions littérales de ses grandeurs caractéristiques.

Q.11. Comment choisir k (expression littérale) pour avoir un gain statique unité de H(p) ?

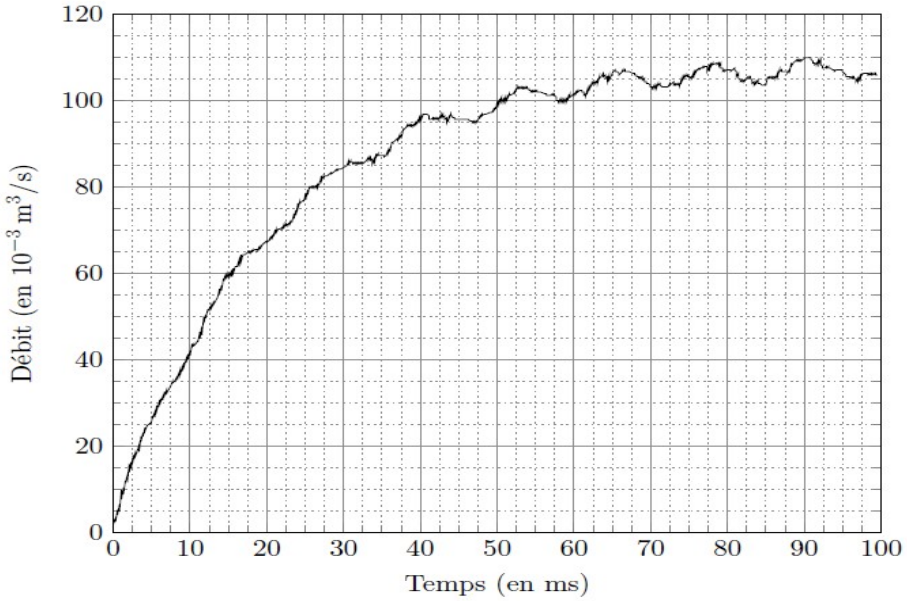
Q.12. Conclure quant à la validation du critère de précision du diagramme des exigences.

On donne les valeurs numériques suivantes : $K_v = 100m^{-2}$ et $K_{ev} = 0{,}01m^3.s^{-1}.V^{-1}$.

Q.13. Choisir la valeur numérique du gain C permettant de vérifier l'exigence 1213.

3.3. Modèle affiné du comportement de la vanne

On choisit d'améliorer la représentativité du modèle en réalisant un essai sur l'électrovanne seule. On impose un échelon de tension de 10V et on mesure l'évolution du débit en sortie (en $m^3.s^{-1}$). La réponse temporelle est donnée sur la figure suivante.



Q.14. Déterminer le modèle de comportement de l'électrovanne que l'on notera $H_{ev}(p)$.

L'allure du tracé de la fonction de transfert en boucle ouverte, notée H_{BO}, dans le plan de Bode est donnée sur le **document réponse DR 1** pour un gain du correcteur C = 1.

Q.15. Représenter sur le **document réponse DR 1** le tracé asymptotique associé au tracé réel. En déduire en justifiant la forme de la FTBO, ainsi que les valeurs de ses paramètres.

Q.16. Déterminer la marge de phase pour le tracé du **document réponse DR 1 .** Conclure sur la stabilité.

On remarque que la valeur du gain C n'a d'influence que sur le module de la fonction de transfert. Le diagramme de phase n'est donc pas modifié. Comme on s'intéresse au gain en dB, si on multiplie H_{BO} par C le diagramme de gain est translaté verticalement de 20 log(C).

Q.17. En déduire la valeur maximale du gain C à choisir pour respecter l'exigence 1212.

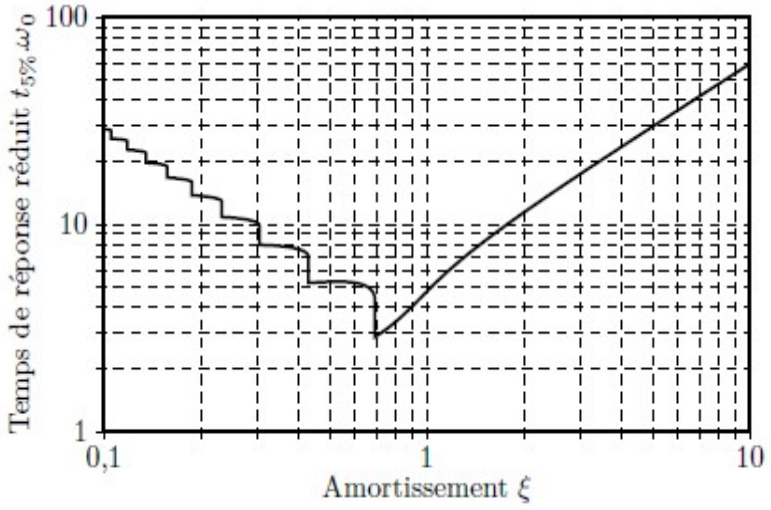
Compte tenu de l'identification de l'électrovanne et du réglage du correcteur proportionnel, la fonction de transfert en boucle fermée s'exprime sous la forme (quel que soit le résultat précédent) :

$$H(p) = \frac{1600}{1600 + 50.p + p^2}$$

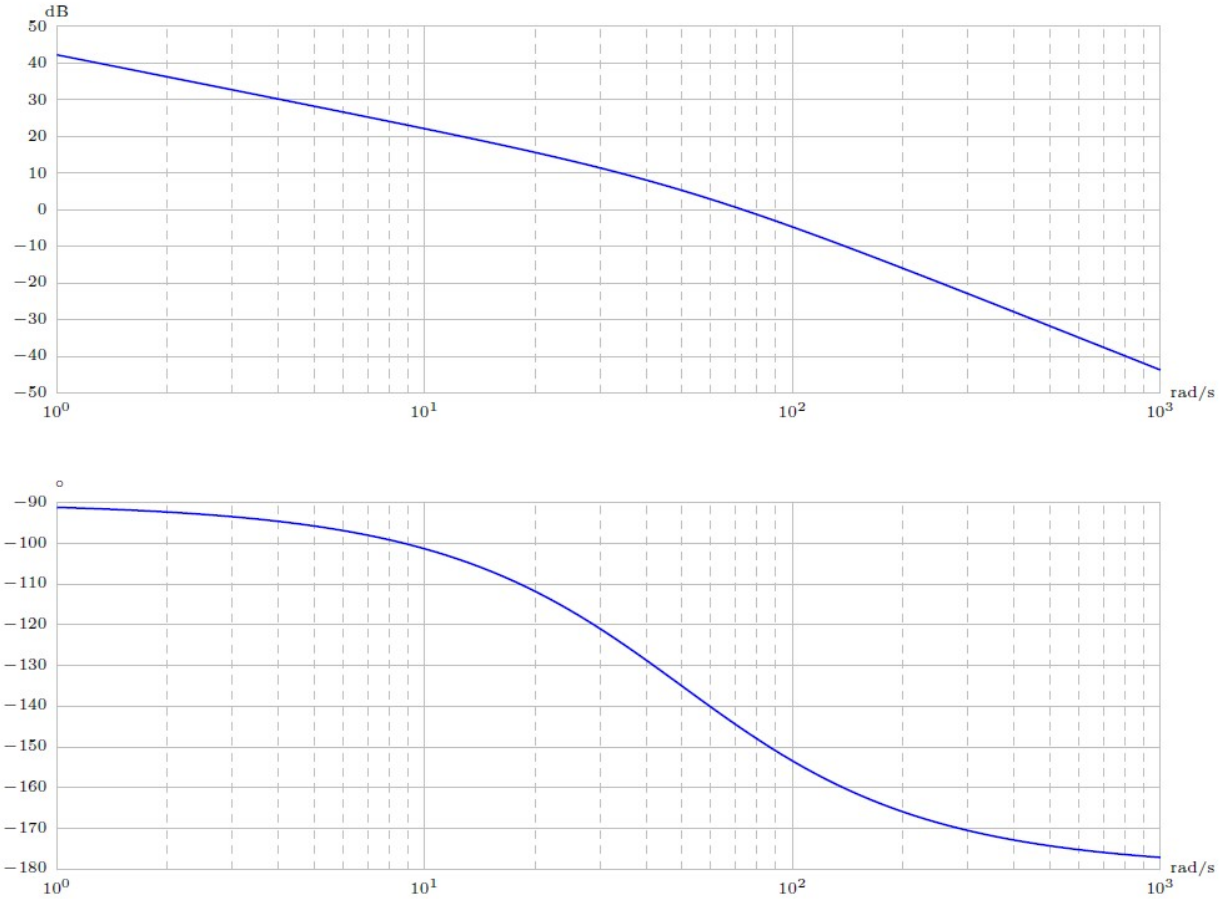
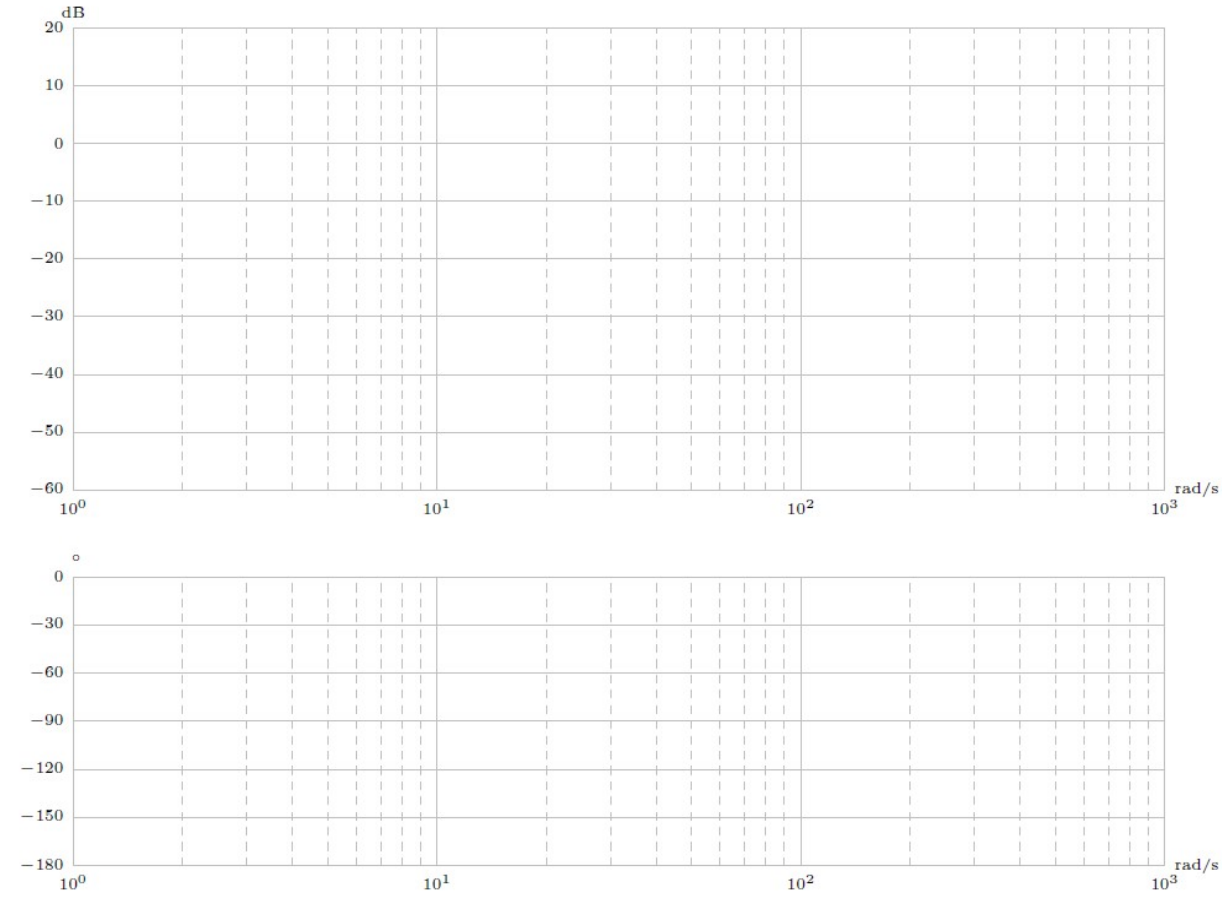
Q.18. Déterminer les valeurs des paramètres caractéristiques associés au modèle retenu.

Q.19. Réaliser le tracé asymptotique des diagrammes de Bode de H(p) sur le **document réponse DR 2**, vous justifierez votre tracé. Esquisser l'allure du tracé réel du diagramme de gain en précisant les valeurs particulières que vous jugerez nécessaires.

Q.20. À l'aide de l'abaque fourni ci-dessous, donnant le temps de réponse réduit d'un système du second ordre en fonction de son coefficient d'amortissement, vérifier la validité de l'exigence 1213.



Document réponse DR 1 : Diagramme de Bode H_{BO}



Document réponse DR 2 : tracé asymptotique des diagrammes de Bode de H(p) et allure réelle.