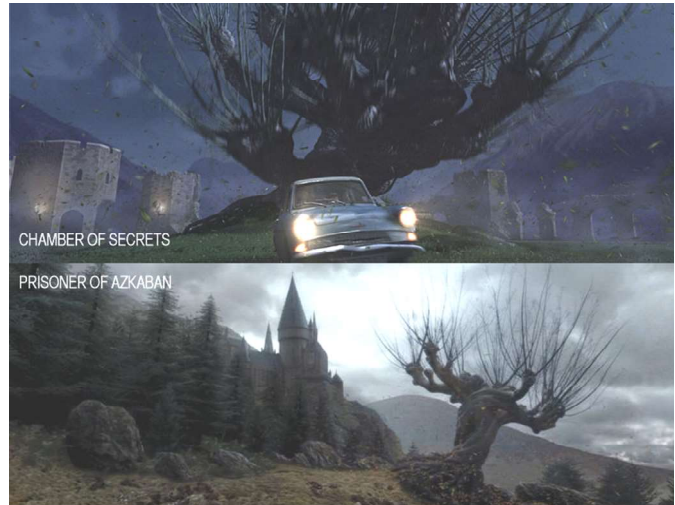


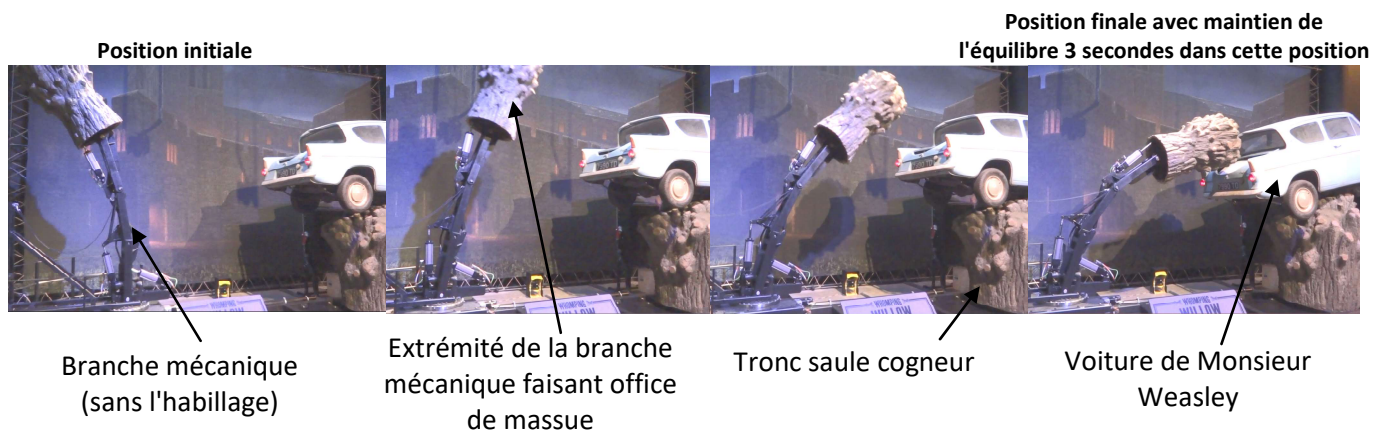
L'effet spécial Saule Cogneur du film Harry Potter et la Chambre des Secrets

Dans plusieurs films de la saga Harry Potter on retrouve à Poudlard un arbre un peu spécial qui n'en fait qu'à sa tête : le célèbre saule cogneur.

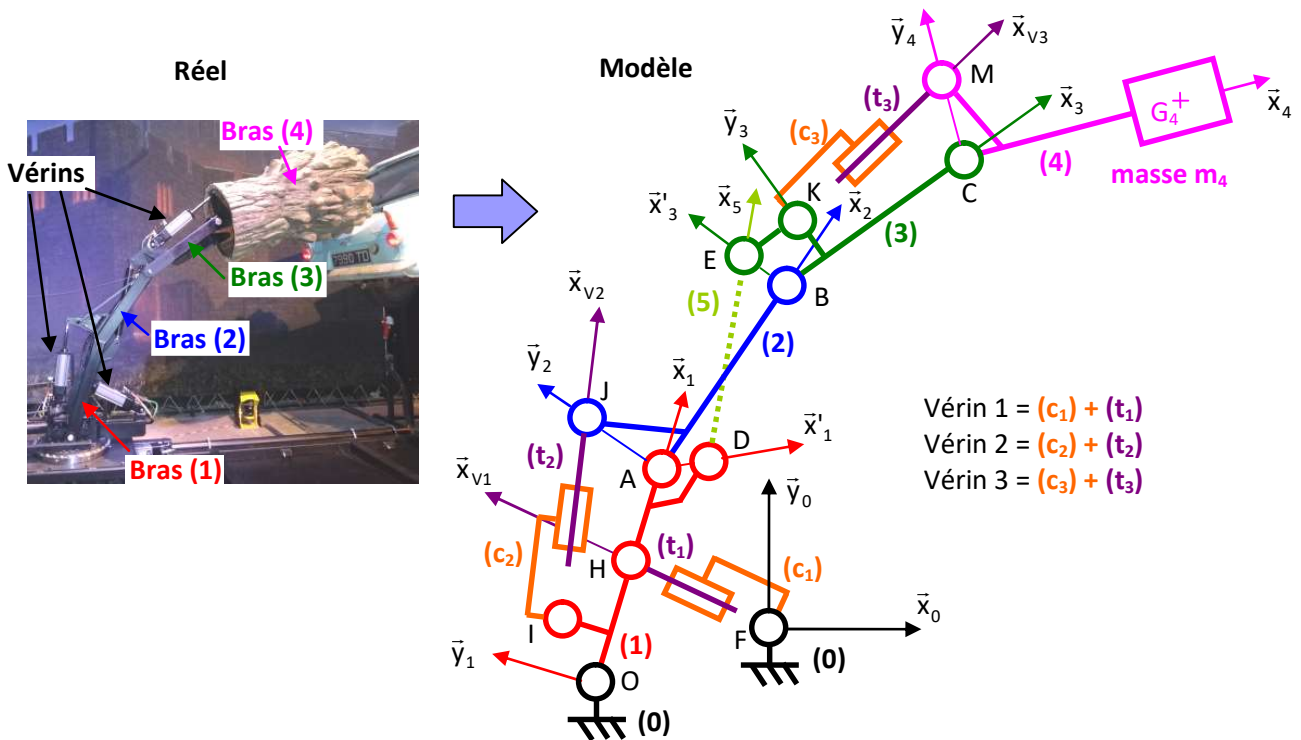
Pour l'obtenir, tout commence par des croquis de l'équipe artistique. Ces croquis sont ensuite convertis à l'image en saule cogneur soit par des effets spéciaux (réalisation d'une maquette physique) soit par des effets visuels (fond vert + effets numériques). Par exemple lors d'une des scènes de Harry Potter et la Chambre des Secrets, le responsable des effets spéciaux John Richardson et son équipe ont créé une maquette avec des branches mécaniques qui cognaient la voiture volante de Monsieur Weasley.



On s'intéresse dans ce sujet à ce dispositif de branche mécanique réalisant l'effet spécial (pour les aficionados ce système est exposé aux studios Harry Potter - Warner Bros à Londres). On donne une description structurée, une modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges de ce système.



Le mécanisme correspond en fait à une chaîne cinématique ouverte de 4 bras mise en mouvement à l'aide de 3 actionneurs indépendants de type vérin hydraulique. Le bras 1 est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ par rapport au bâti 0. Il est mis en mouvement par le vérin V1 rattaché aux solides 0 et 1 respectivement par des liaisons pivot d'axe $(F, \vec{z}_0)$ et $(H, \vec{z}_0)$. Le bras 2 est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ par rapport au bras 1. Il est mis en mouvement par le vérin V2 rattaché aux solides 1 et 2 respectivement par des liaisons pivot d'axe $(I, \vec{z}_0)$ et $(J, \vec{z}_0)$. Le bras 3 est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ par rapport au bras 2. Il est mis en mouvement grâce à la biellette 5 rattachée aux solides 1 et 3 respectivement par des liaisons pivot d'axe $(D, \vec{z}_0)$ et $(E, \vec{z}_0)$. Enfin le bras 4 est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_0)$ par rapport au bras 3. Il est mis en mouvement par le vérin V3 rattaché aux solides 3 et 4 respectivement par des liaisons pivot d'axe $(K, \vec{z}_0)$ et $(M, \vec{z}_0)$.

**Données et hypothèses :**

$R_0 = (F, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ repère lié au sol et supposé galiléen pour cette étude ;

$R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ repère lié au bras 1 tel que $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;

$R_{v1} = (F, \vec{x}_{v1}, \vec{y}_{v1}, \vec{z}_{v1})$ repère lié au vérin V_1 (corps c_1 + tige t_1) tel que $\theta_{v1} = (\vec{x}_0, \vec{x}_{v1}) = (\vec{y}_0, \vec{y}_{v1})$;

$R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ repère lié au bras 2 tel que $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$;

$R_{v2} = (I, \vec{x}_{v2}, \vec{y}_{v2}, \vec{z}_{v2})$ repère lié au vérin V_2 (corps c_2 + tige t_2) tel que $\theta_{v2} = (\vec{x}_1, \vec{x}_{v2}) = (\vec{y}_1, \vec{y}_{v2})$;

$R_3 = (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ repère lié au bras 3 tel que $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$;

$R_4 = (C, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ repère lié au bras 4 tel que $\theta_4 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$;

$R_5 = (D, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ repère lié à la biellette 5 tel que $\theta_5 = (\vec{x}_0, \vec{x}_5) = (\vec{y}_0, \vec{y}_5)$;

$R_{v3} = (K, \vec{x}_{v3}, \vec{y}_{v3}, \vec{z}_{v3})$ repère lié au vérin V_3 (corps c_3 + tige t_3) tel que $\theta_{v3} = (\vec{x}_3, \vec{x}_{v3}) = (\vec{y}_3, \vec{y}_{v3})$.

On pose : $\alpha_1 = (\vec{x}_1, \vec{x}'_1) = (\vec{y}_1, \vec{y}'_1) = \text{cte} = -60^\circ$; $\alpha_3 = (\vec{x}_3, \vec{x}'_3) = (\vec{y}_3, \vec{y}'_3) = \text{cte} = 105^\circ$

$OA = AB = BC = CG_4 = a = 1\text{m}$; $\vec{OI} = b.\vec{x}_1 + b.\vec{y}_1$ avec $b = 0,235\text{ m}$; $AD = BE = b$; $AJ = CM = c = 0,42\text{m}$; $OH = \frac{a}{2}$;

$\vec{BK} = b.\vec{x}_3 + b.\vec{y}_3$; $\vec{OF} = d.\vec{x}_0 + e.\vec{y}_0$ avec $d = 0,65\text{ m}$ et $e = 0,32\text{ m}$; $\vec{FH} = \lambda_{v1}.\vec{x}_{v1}$; $\vec{IJ} = \lambda_{v2}.\vec{x}_{v2}$; $\vec{KM} = \lambda_{v3}.\vec{x}_{v3}$

Lorsque la position finale est atteinte on a $\theta_1 = 75^\circ$; $\theta_2 = 55^\circ$; $\theta_3 = 35^\circ$; $\theta_4 = 15^\circ$; $\theta_5 = 80^\circ$; $\theta_{v1} = 162^\circ$; $\theta_{v2} = 10^\circ$; $\theta_{v3} = 10^\circ$; $\lambda_{v1} = 0,545\text{ m}$; $\lambda_{v2} = 0,922\text{ m}$ et $\lambda_{v3} = 0,922\text{ m}$.

On pose $\vec{F}_{t_1 \rightarrow 1} = F_{v1}.\vec{x}_{v1}$; $\vec{F}_{t_2 \rightarrow 2} = F_{v2}.\vec{x}_{v2}$ et $\vec{F}_{t_3 \rightarrow 4} = F_{v3}.\vec{x}_{v3}$. On considère que les 3 vérins ont la même surface de piston $S = 64.\pi\text{ mm}^2$. On note p_1 , p_2 et p_3 la pression dans les chambres des vérins V_1 , V_2 et V_3 .

On considère que le point G_4 est le centre de gravité du bras 4 ayant pour masse m_4 avec $m_4 = 100\text{ kg}$ dans le cas d'un décors en bois massif. On pose $\vec{g} = -g.\vec{y}_0$. On néglige sur ce modèle la masse de tous les autres composants devant la masse du bras 4.

NOTATION : Si besoin, on écrira les torseurs des actions mécaniques entre les solides i et j en un point P dans

une base b sous la forme :

$$\{F_{i \rightarrow j}\}_P = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_b$$

L'objectif est de vérifier si l'utilisation d'un bois massif en décors sur le bras 4 est possible vis à vis des pressions admissibles dans le circuit hydraulique.

Exigence	Critère	Niveau
Le système doit fonctionner avec de l'énergie hydraulique	...	...
	Pression dans circuit hydraulique	50 Bars maxi
	...	...

Q.1. Tracer le graphe d'analyse associé à la modélisation représentée par le schéma cinématique page précédente.

Q.2. En position initiale on a $\theta_1 = 95^\circ$, $\theta_2 = 100^\circ$, $\theta_3 = 105^\circ$ et $\theta_4 = 120^\circ$, à partir du mécanisme dessiné en position initiale sur le document réponse 2, dessiner le mécanisme lorsqu'il est en position finale (indice : le compas est votre ami ^^). Mesurer sur la construction la longueur des vérins V1, V2 et V3 en position initiale puis en déduire leurs courses respectives.

Q.3. En choisissant un isolement adéquat, justifier la direction de $\vec{F}_{t_3 \rightarrow 4}$.

Q.4. Isoler le solide 4 puis effectuer le bilan des actions mécaniques extérieures. Déterminer l'expression de l'effort F_{V_3} en fonction des données connues lorsque le système est à l'équilibre en position finale. Faire l'application numérique.

Q.5. On souhaite retrouver le résultat de la question précédente par une approche graphique. Faire les constructions graphiques sur le document réponse 1 permettant de déterminer l'effort F_{V_3} . Critiquer l'écart entre les résultats obtenus par la résolution graphique et par l'approche analytique.

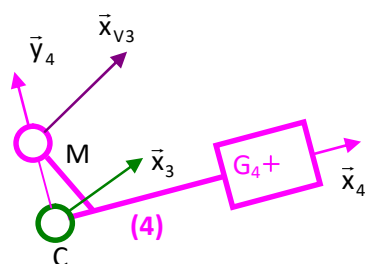
Q.6. Proposer un isolement et l'équation scalaire adéquate permettant de déterminer directement l'expression de l'effort F_{V_1} en fonction des données connues lorsque le système est à l'équilibre en position finale.

Q.7. Etablir l'expression de cet effort F_{V_1} en fonction des données connues. Faire l'application numérique.

Q.8. Proposer une stratégie de résolution permettant de déterminer l'expression de l'effort F_{V_2} en fonction des données connues lorsque le système est à l'équilibre en position finale.

Q.9. Etablir l'expression de cet effort F_{V_2} en fonction des données connues. Faire l'application numérique.

Q.10. Conclure quant au bon dimensionnement des vérins vis à vis du cahier des charges. Quelle(s) solution(s) utiliser pour réduire la pression dans le circuit hydraulique lorsque le bras 4 est dans sa position finale.

Document Réponse 1 :Echelle 1 cm $\rightarrow$ 981 N sur la figure**Document Réponse 2 :**Echelle 1 m $\rightarrow$ 4 cm sur la figure