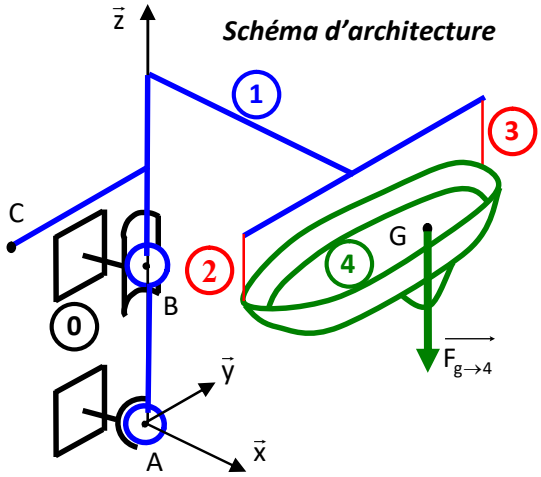
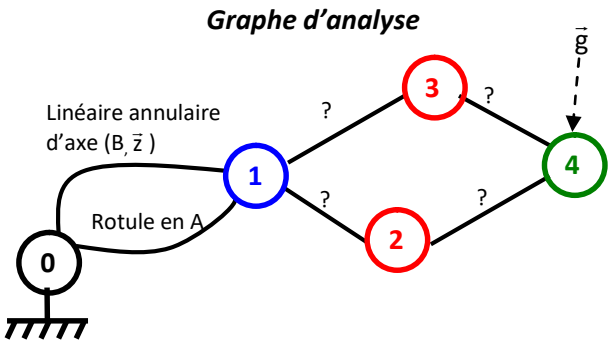
Console portante de bateau - Corrigé

Q.1. (0)/(1) : Liaison rotule en A : $\left\{F_{\text{rotule}0\to1}\right\}=\begin{Bmatrix}X_{\text{rotule}0\to1} & 0\\ Y_{\text{rotule}0\to1} & 0\\ Z_{\text{rotule}0\to1} & 0\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}^{A}$

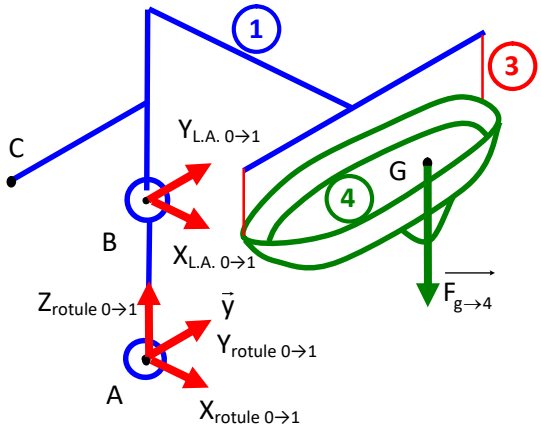
Q.2. (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe $(B,\vec{z})$: $\left\{F_{L.A.0\to1}\right\}=\begin{Bmatrix}X_{L.A.0\to1} & 0\\ Y_{L.A.0\to1} & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}^{B}$

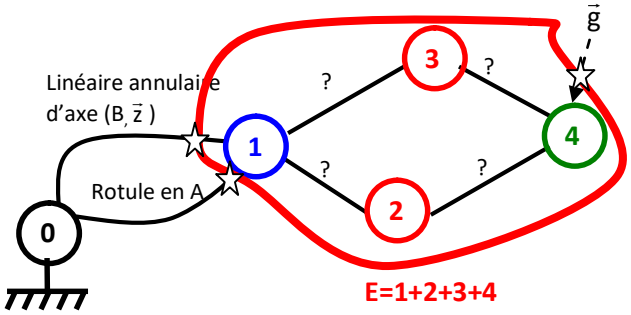
Q.3.





Objectif d'étude: on cherche toutes les inconnues de liaison entre la console 1 et le quai 0 en A et B
On isole l'ensemble E=1+2+3+4 et on effectue le B.A.M.E :





B.A.M.E. :

- 0 → 1 : Liaison rotule en A.
- 0 → 1 : Liaison linéaire annulaire d'axe $(B,\vec{z})$.
- Pesanteur → 4 : $\overrightarrow{F_{g\to4}}=-m.g.\vec{z}$ en G : $\left\{F_{g\to4}\right\}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ -m.g & 0\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}^{G}$

On applique le PFS sur l'ensemble E au point A : $\sum\left\{F_{\bar{E}\to E}\right\}=\{0\}\rightarrow\left\{F_{\text{rotule}0\to1}\right\}+\left\{F_{L.A.0\to1}\right\}+\left\{F_{g\to4}\right\}=\{0\}$

$$\rightarrow \left\{\begin{matrix}\vec{R}_{rotule\,0\rightarrow 1}\\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{rotule\,0\rightarrow 1})\end{matrix}\right\}_A + \left\{\begin{matrix}\vec{R}_{L.A.0\rightarrow 1}\\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\rightarrow 1})\end{matrix}\right\}_A + \left\{\begin{matrix}\vec{R}_{g\rightarrow 4}\\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\rightarrow 4})\end{matrix}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}\vec{0}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{L.A.0\rightarrow 1}\}$:

$$\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\rightarrow 1}) = \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{L.A.0\rightarrow 1}) + \overrightarrow{AB}\wedge\vec{R}_{L.A.0\rightarrow 1} \rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\rightarrow 1}) = \overrightarrow{AB}\wedge\vec{R}_{L.A.0\rightarrow 1}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\rightarrow 1}) = z_B.\vec{z}\wedge\left(X_{L.A.0\rightarrow 1}.\vec{x} + Y_{L.A.0\rightarrow 1}.\vec{y}\right) = z_B.X_{L.A.0\rightarrow 1}.\vec{y} - z_B.Y_{L.A.0\rightarrow 1}.\vec{x}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{g\rightarrow 4}\}$:

$$\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\rightarrow 4}) = \overrightarrow{M_G}(\vec{R}_{g\rightarrow 4}) + \overrightarrow{AG}\wedge\vec{R}_{g\rightarrow 4} \rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\rightarrow 4}) = \overrightarrow{AG}\wedge\vec{R}_{g\rightarrow 4}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\rightarrow 4}) = \left(x_G.\vec{x} + y_G.\vec{y} + z_G.\vec{z}\right)\wedge\left(-m.g.\vec{z}\right) = x_G.m.g.\vec{y} - y_G.m.g.\vec{x}$$

Ecriture des 6 équations scalaires issues du PFS :

$X_{rotule\,0\rightarrow 1} + X_{L.A.0\rightarrow 1} = 0$	(1)	$-z_B.Y_{L.A.0\rightarrow 1} - y_G.m.g = 0$	(4)
$Y_{rotule\,0\rightarrow 1} + Y_{L.A.0\rightarrow 1} = 0$	(2)	$z_B.X_{L.A.0\rightarrow 1} + x_G.m.g = 0$	(5)
$Z_{rotule\,0\rightarrow 1} - m.g = 0$	(3)	$0 = 0$	(6)

Le nombre d'inconnues Is = 5 ≤ 6 → on peut résoudre.

(3) → $\boxed{Z_{rotule\,0\rightarrow 1} = m.g}$ (7)

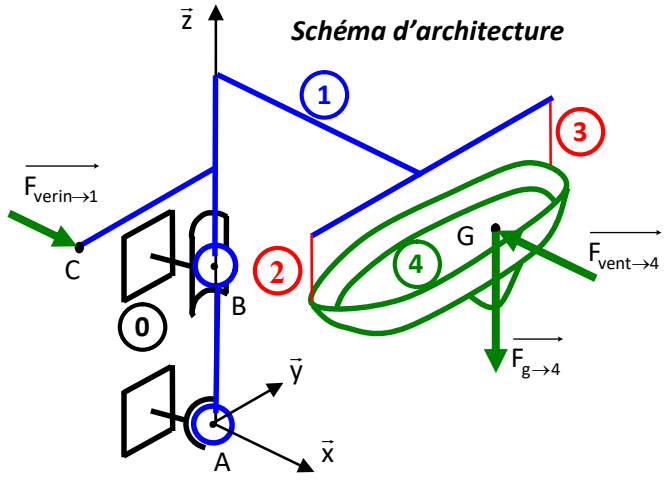
(4) → $\boxed{Y_{L.A.0\rightarrow 1} = -\frac{y_G}{z_B}.m.g}$ (8)

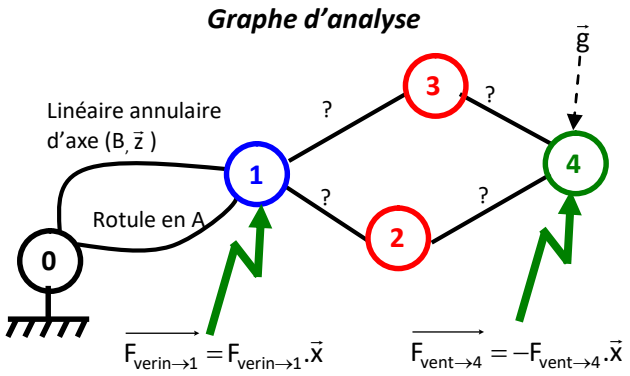
(5) → $\boxed{X_{L.A.0\rightarrow 1} = -\frac{x_G}{z_B}.m.g}$ (9)

(1)+(9) → $\boxed{X_{rotule\,0\rightarrow 1} = \frac{x_G}{z_B}.m.g}$ (10)

(2)+(8) → $\boxed{Y_{rotule\,0\rightarrow 1} = \frac{y_G}{z_B}.m.g}$ (11)

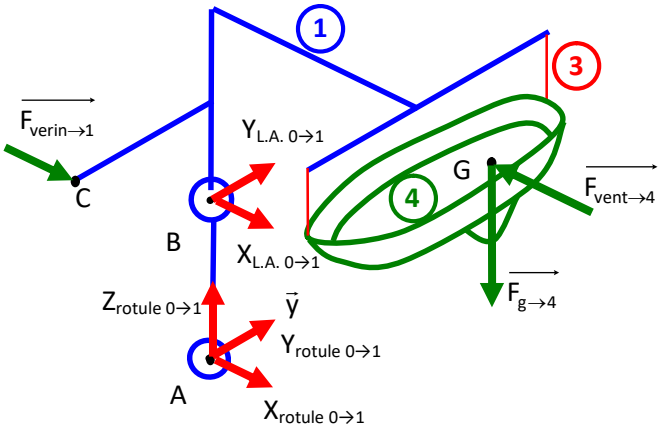
Q.4.

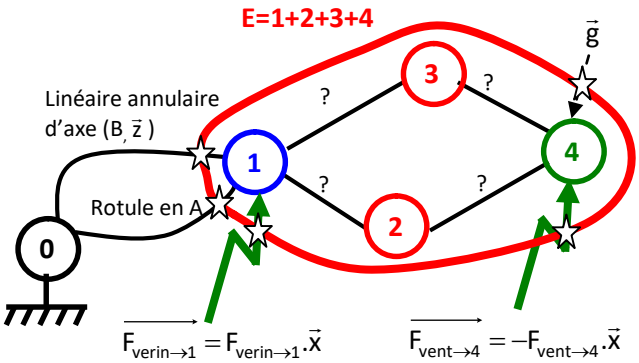




Objectif d'étude: on cherche l'expression de l'inconnue $F_{verin\rightarrow 1}$

Etape 4 : On isole l'ensemble E=1+2+3+4 et on effectue le B.A.M.E :





B.A.M.E. :

- 0 → 1 : Liaison rotule en A.
- 0 → 1 : Liaison linéaire annulaire d'axe (B, $\vec{z}$).
- Pesanteur → 4 : $\overrightarrow{F_{g\to4}} = -m.g.\vec{z}$ en G.
- Vent → 4 : $\overrightarrow{F_{vent\to4}} = -F_{vent\to4}.\vec{x}$ en G.
- Vérin → 1 : $\overrightarrow{F_{verin\to1}} = F_{verin\to1}.\vec{x}$ en C.

L'inconnue recherchée est $F_{verin\to1}$, les actions mécaniques connues sont $\overrightarrow{F_{vent\to4}}$ et $\overrightarrow{F_{g\to4}}$ → L'écriture du théorème du moment statique au point B projeté sur l'axe $\vec{z}$ permet d'obtenir une équation scalaire qui relie directement $F_{verin\to1}$ aux données connues du problème.

Théorème du moment statique au point B projeté sur l'axe $\vec{z}$:

$$\left(\overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{rotule0\to1}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{L.A.0\to1}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{g\to4}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{vent\to4}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{verin\to1})\right).\vec{z} = 0$$

$$\overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{vent\to4}).\vec{z} + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{verin\to1}).\vec{z} = 0$$

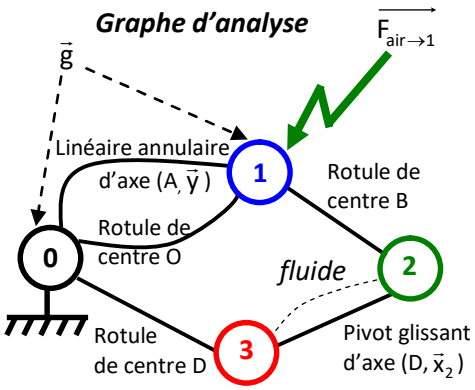
$$y_G.F_{vent\to4} + y_C.F_{verin\to1} = 0$$

$$\boxed{F_{verin\to1} = -\frac{y_G}{y_C}.F_{vent\to4}} \rightarrow \boxed{\overrightarrow{F_{verin\to1}} = -\frac{y_G}{y_C}.F_{vent\to4}.\vec{x}}$$

A.N. : $F_{1\to verin} = \frac{2}{4}.15000 = 7500\,N < 10000\,N$ → C.d.C.F. ok.

Bouche de Climatisation - Corrigé

Q.1. (0)/(1) : Liaison rotule en A : $\left\{F_{rotule0\to1}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{rotule0\to1} & 0 \\ Y_{rotule0\to1} & 0 \\ Z_{rotule0\to1} & 0 \end{matrix}\right\}_{A,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$



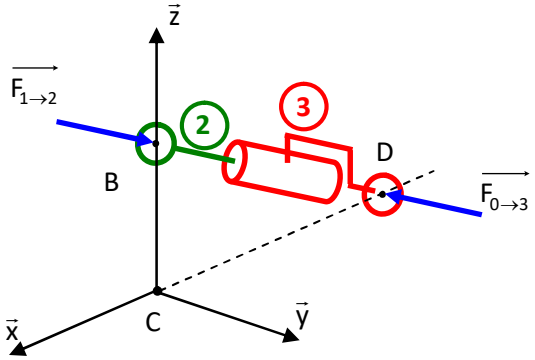
Q.2. (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe (O, $\vec{y}$):

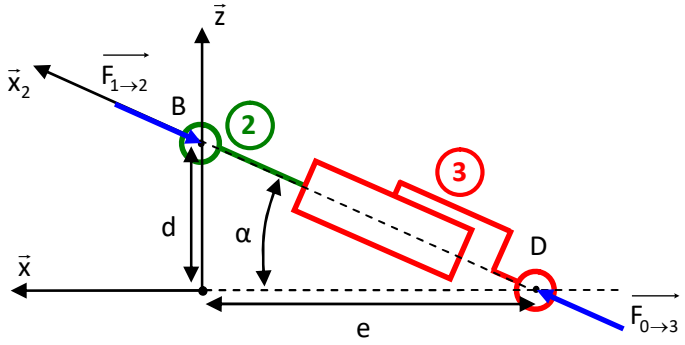
$$\left\{F_{L.A.0\to1}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{L.A.0\to1} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{L.A.0\to1} & 0 \end{matrix}\right\}_{O,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Q.3. On isole l'ensemble 2+3 et on effectue le B.A.M.E. :

- Action de 1 sur 2 rotule de centre B : $\{F_{1\to2}\}=\begin{Bmatrix}\overrightarrow{F_{1\to2}}=-p.S.\vec{x}_2\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_B$ (donné)
- Action de 0 sur 3 rotule de centre D : $\{F_{0\to3}\}=\begin{Bmatrix}X_{0\to3} & 0\\ Y_{0\to3} & 0\\ Z_{0\to3} & 0\end{Bmatrix}_{D\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

L'ensemble est soumis à 2 forces : ces forces ont même norme et sont directement opposées.



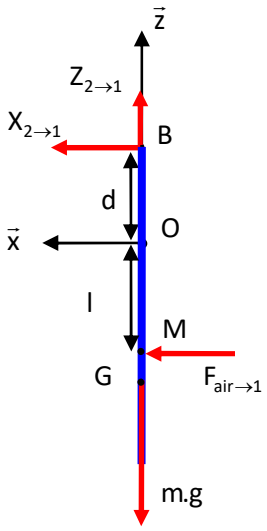


D'où : $\{F_{1\to2}\}=\begin{Bmatrix}\overrightarrow{F_{1\to2}}=-p.S.\vec{x}_2\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_B=\begin{Bmatrix}X_{1\to2} & 0\\ 0 & 0\\ Z_{1\to2} & 0\end{Bmatrix}_{B\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ où $X_{1\to2}=-p.S.\cos\alpha$ et $Z_{1\to2}=-p.S.\sin\alpha$

et $\{F_{0\to3}\}=\begin{Bmatrix}\overrightarrow{F_{0\to3}}=p.S.\vec{x}_2\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_D=\begin{Bmatrix}X_{0\to3} & 0\\ 0 & 0\\ Z_{0\to3} & 0\end{Bmatrix}_{D\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ où $X_{0\to3}=p.S.\cos\alpha$ et $Z_{0\to3}=p.S.\sin\alpha$

Q.4. On isole le solide 1et on effectue le B.A.M.E. :

- Action de 2 sur 1 rotule de centre B : $\overrightarrow{F_{2\to1}}=p.S.\vec{x}_2$
- (0)/(1) : Liaison rotule en A.
- (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe $(O,\vec{y})$.
- Action de l'air sur 1 en M : $\overrightarrow{F_{air\to1}}=F_{air\to1}.\vec{x}$



On applique le P.F.S. sur 1 au point O et on utilise le théorème du moment statique projeté sur l'axe $\vec{y}$

$$\left(\overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{air\to1})+\overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{Rotule0\to1})+\overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{LA0\to1})+\overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{g\to1})+\overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{2\to1})\right).\vec{y}=0$$

$$\left(\overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{air\to1})+\overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{2\to1})\right).\vec{y}=0 \rightarrow \left(\overrightarrow{OM}\wedge\overrightarrow{F_{air\to1}}+\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{F_{2\to1}}\right).\vec{y}=0$$

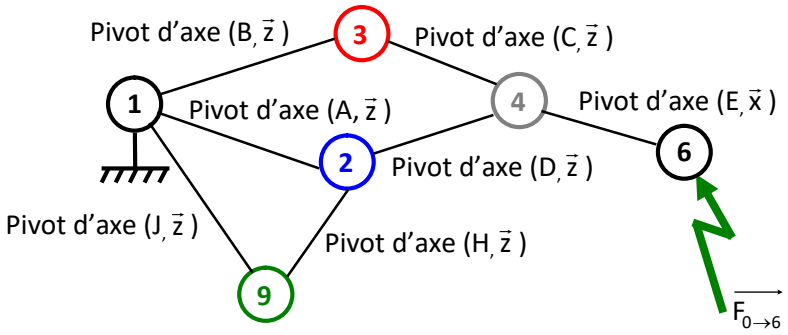
$$\rightarrow -l.F_{air\to1}+d.p.S.\cos\alpha=0 \rightarrow \boxed{p.S=\frac{l}{d.\cos\alpha}.F_{air\to1}}$$

Q.5. $p.S=\frac{l}{d.\cos\alpha}.F_{air\to1}\rightarrow \boxed{p=\frac{l.F_{air\to1}}{S.d.\cos\alpha}}$

A.N. : $p=\frac{40\times150}{20.10^{-4}\times20\times\cos(\arctan\frac{20}{30})}$ = 180300 Pa = 0,18 MPa = 1,8 Bars << 10 Bars → C.d.C.F. ok.

Suspension automobile - Corrigé

Graphe d'analyse



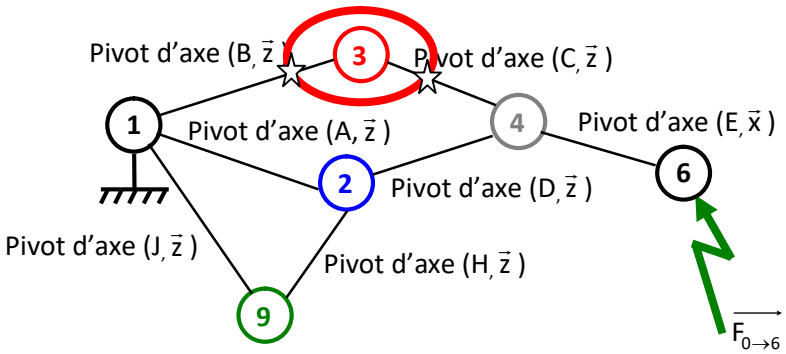
Hypothèse :
Problème de plan P(O x y).
Le torseur d'action mécanique se simplifie systématiquement comme ci-dessous :

$$\left\{\begin{matrix} X_{ij} & \cancel{L_{ij}} \\ Y_{ij} & \cancel{M_{ij}} \\ \cancel{Z_{ij}} & N_{ij} \end{matrix}\right\}_{O,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Q.1. On isole le solide 3 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) : Solide soumis à 2 forces alors ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées.

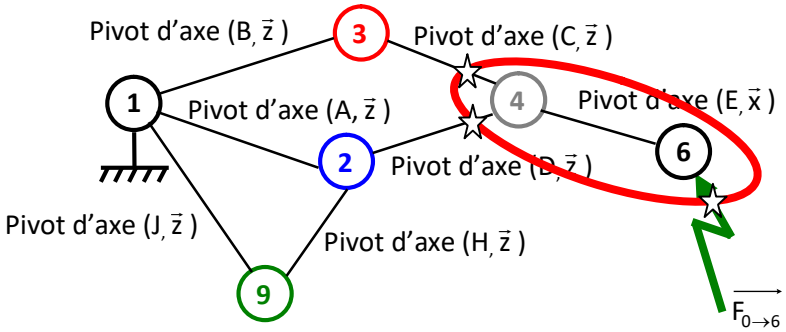
→ $X_{13} + X_{43} = 0$ et $Y_{13} = Y_{43} = 0$.

Graphe d'analyse



Q.2. On isole l'ensemble E={4+6} et on effectue le BAME :

Graphe d'analyse



- 2 → 4 : Liaison pivot d'axe (D, z) : $\{F_{2\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} & 0 \\ Y_{24} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{D,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
- 3 → 4 : Liaison pivot d'axe (C, z) : $\{F_{3\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_{34} & 0 \\ Y_{34} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ et $Y_{34} = 0$ (Q.1.)
- 0 → 6 : Action mécanique du sol sur la roue en L : $\{F_{0\to6}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F_{06} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{L,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

On applique le PFS sur E={4+6} en D : $\sum \{F_{\bar{E}\to E}\} = \{0\} \rightarrow \{F_{3\to4}\} + \{F_{2\to4}\} + \{F_{0\to6}\} = \{0\}$

$$\rightarrow \begin{Bmatrix} \vec{R}_{3\to4} \\ \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) \end{Bmatrix}_D + \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to4} \\ \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{2\to4}) \end{Bmatrix}_D + \begin{Bmatrix} \vec{R}_{0\to6} \\ \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\to6}) \end{Bmatrix}_D = \{0\}$$

Calcul du moment en D de $\{F_{3\to4}\}$: $\overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) = \overrightarrow{M_C}(\vec{R}_{3\to4}) + \overrightarrow{DC} \wedge \vec{R}_{3\to4}$ → $\overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) = \overrightarrow{DC} \wedge \vec{R}_{3\to4}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\rightarrow4}) = (c.\vec{x} - a.\vec{y}) \wedge X_{34}.\vec{x} = a.X_{34}.\vec{z}$

Calcul du moment en D de $\{F_{0\rightarrow6}\}$: $\overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\rightarrow6}) = \overrightarrow{M_L}(\vec{R}_{0\rightarrow6}) + \overrightarrow{DL} \wedge \vec{R}_{0\rightarrow6}$ $\rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\rightarrow6}) = \overrightarrow{DL} \wedge \vec{R}_{0\rightarrow6}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\rightarrow6}) = ((c+e).\vec{x} - (a+\mu).\vec{y})) \wedge F_{06}.\vec{y} = (c+e).F_{06}.\vec{z}$

Ecriture des 3 équations scalaires issues du PFS (problème plan) :

$X_{34} + X_{24} = 0$ (1)

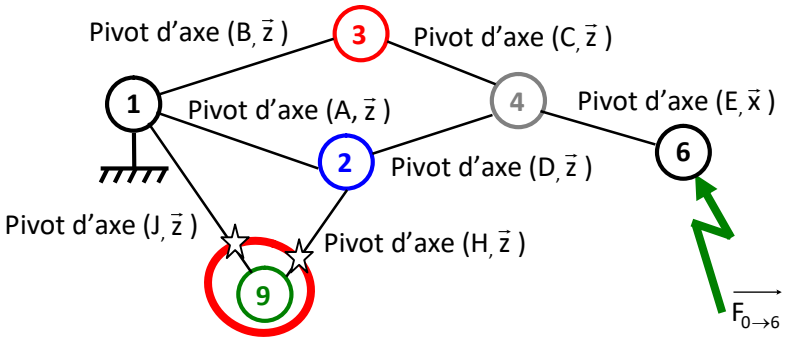
$Y_{24} + F_{06} = 0$ (2)

$a.X_{34} + (c+e).F_{06} = 0$ (3)

Q.3. On isole le solide 9 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) : Solide soumis à 2 forces alors ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées.

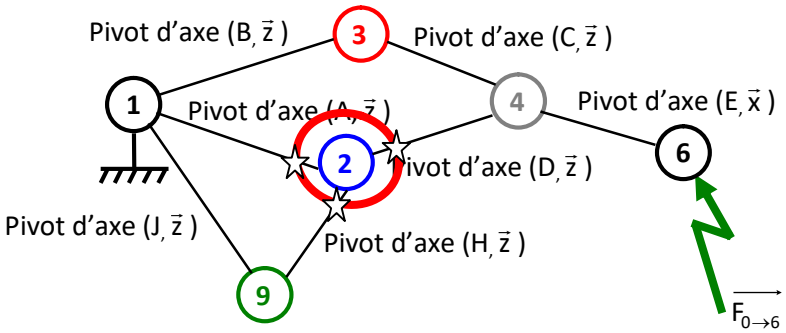
$\rightarrow Y_{19} + Y_{29} = 0$ et $X_{19} + X_{29} = 0$.

Graphe d'analyse



Graphe d'analyse

Q.4. On isole le solide 2 et on effectue le BAME :



- 9 → 2 : Action du ressort sur 2 en H: $\{F_{9\rightarrow2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{92} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}^{H}$
- 1 → 2 : Liaison pivot d'axe (A, $\vec{z}$) : $\{F_{1\rightarrow2}\} = \begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}^{A}$
- 4 → 2 : Liaison pivot d'axe (D, $\vec{z}$) : $\{F_{4\rightarrow2}\} = \begin{Bmatrix} X_{42} & 0 \\ Y_{42} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}^{D}$

On applique le PFS sur 2 en A : $\sum \{F_{\bar{E}\rightarrow E}\} = \{0\} \rightarrow \{F_{9\rightarrow2}\} + \{F_{1\rightarrow2}\} + \{F_{4\rightarrow2}\} = \{0\}$

$\rightarrow \begin{Bmatrix} \vec{R}_{9\rightarrow2} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\rightarrow2}) \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} \vec{R}_{1\rightarrow2} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{1\rightarrow2}) \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} \vec{R}_{4\rightarrow2} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\rightarrow2}) \end{Bmatrix}_A = \{0\}$

Calcul du moment en A de $\{F_{9\rightarrow2}\}$: $\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\rightarrow2}) = \overrightarrow{M_H}(\vec{R}_{9\rightarrow2}) + \overrightarrow{AH} \wedge \vec{R}_{9\rightarrow2}$ $\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\rightarrow2}) = \overrightarrow{AH} \wedge \vec{R}_{9\rightarrow2}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\rightarrow2}) = (L.\vec{x} + h.\vec{y}) \wedge Y_{92}.\vec{y} = L.Y_{92}.\vec{z}$

Calcul du moment en A de $\{F_{4\rightarrow2}\}$: $\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\rightarrow2}) = \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{4\rightarrow2}) + \overrightarrow{AD} \wedge \vec{R}_{4\rightarrow2}$ $\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\rightarrow2}) = \overrightarrow{AD} \wedge \vec{R}_{4\rightarrow2}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\rightarrow2}) = d.\vec{x} \wedge (X_{42}.\vec{x} + Y_{42}.\vec{y}) = d.Y_{42}.\vec{z}$

Ecriture des 3 équations scalaires issues du PFS (problème plan) :

$X_{12}+X_{42}=0$ (4)

$Y_{92}+Y_{12}+Y_{42}=0$ (5)

$L.Y_{92}+d.Y_{42}=0$ (6)

Q.5. $X_{34}+X_{24}=0$ (1)

$Y_{24}+F_{06}=0$ (2)

$a.X_{34}+(c+e).F_{06}=0$ (3)

$X_{12}+X_{42}=0$ (4)

$Y_{92}+Y_{12}+Y_{42}=0$ (5)

$L.Y_{92}+d.Y_{42}=0$ (6)

On a 6 équations pour 6 inconnues → on peut résoudre le système.

(2) → $Y_{24}=-F_{06}$ (7)

(3) → $X_{34}=-\dfrac{(c+e)}{a}.F_{06}$ (8)

(1) + (8) → $X_{24}=-X_{34}=\dfrac{(c+e)}{a}.F_{06}$ (9)

(4) + (9) → $X_{12}=-X_{42}=X_{24}=\dfrac{(c+e)}{a}.F_{06}$ (10)

(6) +(7) → $Y_{92}=-\dfrac{d}{L}.Y_{42}=\dfrac{d}{L}.Y_{24}=-\dfrac{d}{L}.F_{06}$ (11)

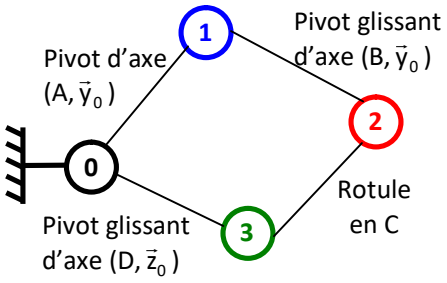
(5) + (11) → $Y_{12}=-Y_{92}-Y_{42}=-Y_{92}+Y_{24}=\dfrac{d}{L}.F_{06}-F_{06}$ (12)

Q.6. $Y_{92}=-\dfrac{d}{L}.F_{06}=-\dfrac{25}{15}.\dfrac{2200}{4}\times 9{,}81=-8992{,}5$ N

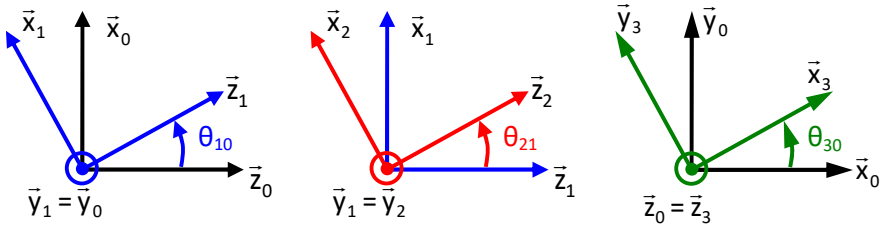
$Y_{92}=k.y$ → $y=\dfrac{Y_{92}}{k}=-\dfrac{8992{,}5}{100000}=-0{,}0899$ m soit 9 cm < 12 cm → C.d.C.F. ok.

Broyeur - Corrigé

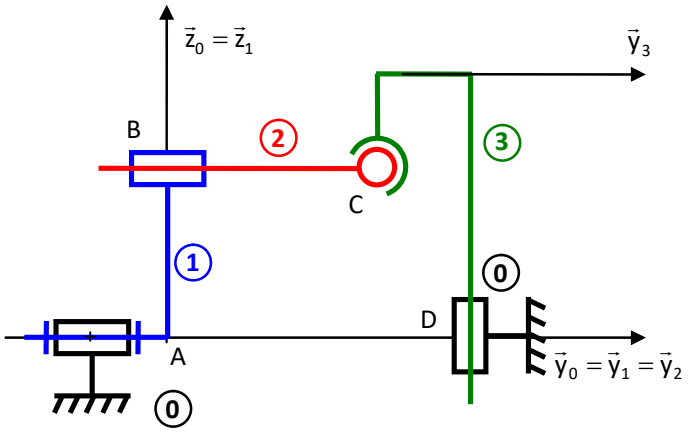
Q.1. Graphe des liaisons du système :



Q.2. Figures géométrales :



Q.3. Pour la position particulière $\theta_{10}=0°$ et $\theta_{30}=0°$:



Q.4. Fermeture géométrique : $\overrightarrow{AA}=\vec{0}\rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DA}=R.\vec{z}_1+\lambda(t).\vec{y}_1-h(t).\vec{z}_0+L.\vec{y}_3-d.\vec{y}_1$

En projection dans R_0 : $\begin{cases}R.\sin\theta_{10}-L.\sin\theta_{30}=0\\ \lambda(t)+L.\cos\theta_{30}-d=0\\ R.\cos\theta_{10}-h(t)=0\end{cases}$ $\rightarrow \boxed{h(t)=R.\cos\theta_{10}}$

$\rightarrow \begin{cases}L.\cos\theta_{30}=d-\lambda(t)\\ L.\sin\theta_{30}=R.\sin\theta_{10}\end{cases} \rightarrow L^2=(d-\lambda(t))^2+R^2.\sin^2\theta_{10} \rightarrow \boxed{\lambda(t)=d-\sqrt{L^2-R^2.\sin^2\theta_{10}}}$

$\rightarrow \begin{cases}L.\sin\theta_{30}=R.\sin\theta_{10}\\ L.\cos\theta_{30}=d-\lambda(t)\end{cases} \rightarrow \tan\theta_{30}=\dfrac{R.\sin\theta_{10}}{d-\lambda(t)} \rightarrow \boxed{\tan\theta_{30}=\dfrac{R.\sin\theta_{10}}{d-\lambda(t)=\sqrt{L^2-R^2.\sin^2\theta_{10}}}}$

Q.5. Liaison 0-1 : Pivot d'axe $(A,\vec{y}_0)$

$\rightarrow \{F_{0\rightarrow1}\}=\begin{Bmatrix}X_{01} & L_{01}\\ Y_{01} & 0\\ Z_{01} & N_{01}\end{Bmatrix}_{A,B_0}$

Q.6. Liaison 2-1 : Pivot glissant d'axe $(B,\vec{y}_0)$ $\rightarrow$

$\{F_{2\rightarrow1}\}=\begin{Bmatrix}X_{21} & L_{21}\\ 0 & 0\\ Z_{21} & N_{21}\end{Bmatrix}_{B,B_0}$

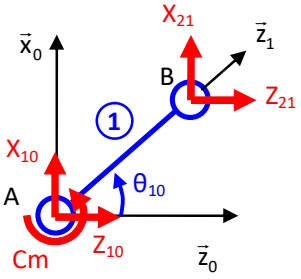
Q.7. Liaison 3-2 : Rotule en C $\rightarrow \{F_{3\rightarrow2}\}=\begin{Bmatrix}X_{32} & 0\\ Y_{32} & 0\\ Z_{32} & 0\end{Bmatrix}_{C,B_0}$

Q.8. Liaison 0-3 : Pivot glissant d'axe $(D,\vec{z}_0)$

$\rightarrow \{F_{0\rightarrow3}\}=\begin{Bmatrix}X_{03} & L_{03}\\ Y_{03} & M_{03}\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{D,B_0}$

Q.9. On isole le solide 1 + BAME :

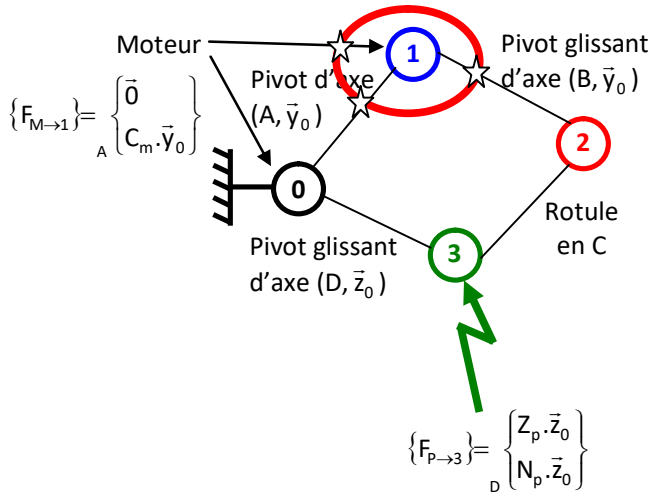
On applique le PFS sur le solide 1 :
$\rightarrow$ Théorème du moment statique au point A et en projection sur l'axe $\vec{y}_0$:



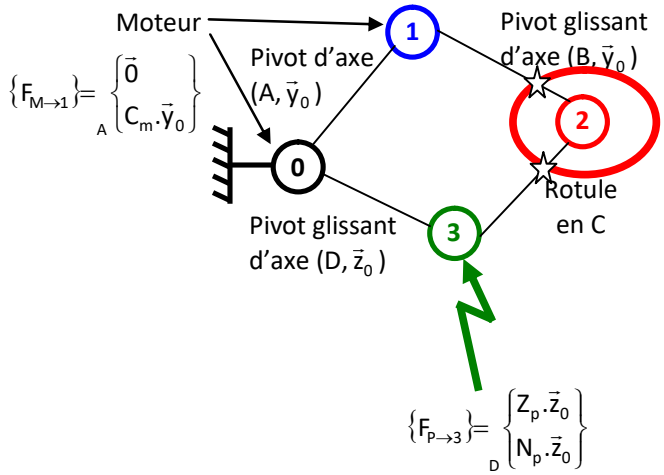
$(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{R_{2\rightarrow1}}).\vec{y}_0+C_m=0$

$(R.\vec{z}_1\wedge(X_{21}.\vec{x}_0+Z_{21}.\vec{z}_0)).\vec{y}_0+C_m=0$

$\boxed{R.X_{21}.\cos\theta_{10}-R.Z_{21}.\sin\theta_{10}+C_m=0}$



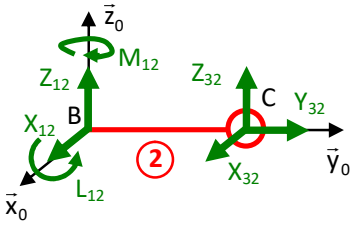
Q.10. On isole le solide 2 + BAME :



Attention le système est soumis à 2 actions mécaniques mais l'action mécanique du solide 2 sur le solide 2 n'est pas un glisseur !

On applique le PFS sur le solide 2 :

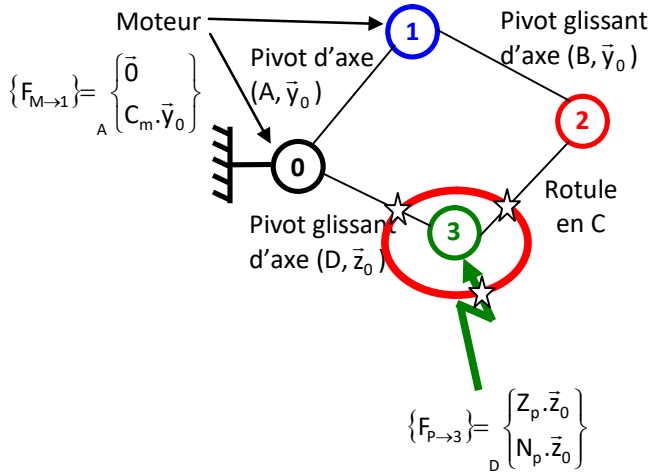
→ Théorème de la résultante statique :



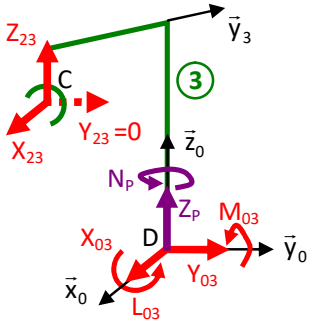
En projection dans R_0 : $\begin{cases}X_{32}+X_{12}=0\\Y_{32}=0\\Z_{32}+Z_{12}=0\end{cases}$

→ $\boxed{Y_{32}=0}$

Q.11. On isole le solide 3 + BAME :



On applique le PFS sur le solide 3 :



→ Théorème de la résultante statique :

$$X_{03}.\vec{x}_0+Y_{03}.\vec{y}_0+Z_P.\vec{z}_0+X_{23}.\vec{x}_0+Z_{23}.\vec{z}_0=\vec{0}$$

→ Théorème du moment statique au point D :

$$\overrightarrow{DC}\wedge\overrightarrow{R_{2\to3}}+L_{03}.\vec{x}_0+M_{03}.\vec{y}_0+N_P.\vec{z}_0=\vec{0}$$

→ Théorème de la résultante statique en projection dans R_0 : $\begin{cases} X_{03}+X_{23}=0 \\ Y_{03}=0 \\ Z_P+Z_{23}=0 \end{cases}$

→ Théorème du moment statique au point D :

$$\overrightarrow{DC}\wedge\overrightarrow{R_{2\to3}}=(-L.\vec{y}_3+h(t).\vec{z}_0)\wedge(X_{23}.\vec{x}_0+Z_{23}.\vec{z}_0)=-L.\vec{y}_3\wedge X_{23}.\vec{x}_0-L(t).\vec{y}_3\wedge Z_{23}.\vec{z}_0+h(t).\vec{z}_0\wedge X_{23}.\vec{x}_0$$
$$=L.X_{23}.\cos\theta_{30}.\vec{z}_0-L.Z_{23}.\vec{x}_3+h(t).X_{23}\vec{y}_0$$

En projection dans R_0 : $\begin{cases} L_{03}-L.Z_{23}.\cos\theta_{30}=0 \\ M_{03}-L.Z_{23}.\sin\theta_{30}+h(t).X_{23}=0 \\ N_P+L.X_{23}.\cos\theta_{30}=0 \end{cases}$

$\boxed{Z_P+Z_{23}=0}$ $\boxed{L_{30}-L.Z_{23}.\cos\theta_{30}=0}$ $\boxed{N_P+L.X_{23}.\cos\theta_{30}=0}$

Q.12. De la question 9, on a : $R.X_{21}.\cos\theta_{10}-R.Z_{21}.\sin\theta_{10}+C_m=0$.

De la question 10, on a : $\begin{cases} X_{32}=-X_{12}=X_{21} \\ Z_{32}=-Z_{12}=Z_{21} \end{cases}$.

De la question 11 on a : $-Z_P=Z_{23}\rightarrow Z_P=Z_{32}$ et $X_{23}=-\dfrac{N_P}{L.\cos\theta_{30}}\rightarrow X_{32}=\dfrac{N_P}{L.\cos\theta_{30}}$

$$R.\frac{N_P}{L.\cos\theta_{30}}.\cos\theta_{10}-R.Z_P.\sin\theta_{10}+C_m=0\rightarrow\boxed{C_m=-R.\frac{N_P}{L.\cos\theta_{30}}.\cos\theta_{10}+R.Z_P.\sin\theta_{10}}$$

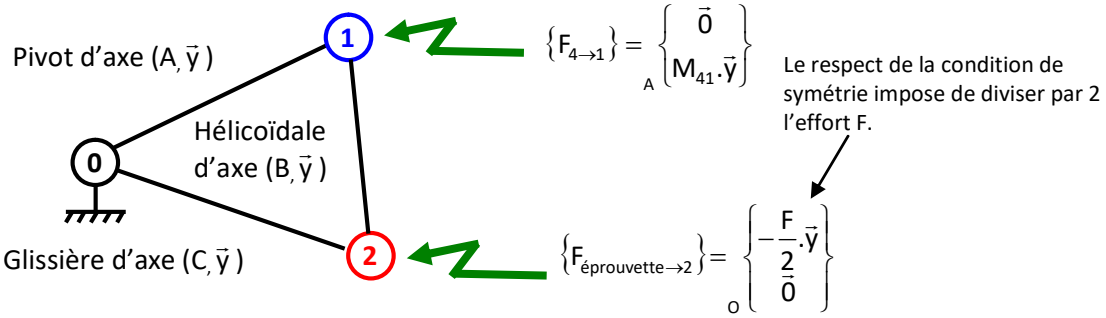
Q.13. En considérant que le couple de broyage nul, on a : $C_m=R.Z_P.\sin\theta_{10}\rightarrow\boxed{Z_{P,mini}=\dfrac{C_m}{R}}$

A.N. : $Z_{P,max}=\dfrac{0{,}16}{3.10^{-2}}=5{,}33\text{ N}>5\text{ N}$ → Le critère effort minimal du cahier des charges est respecté.

Machine de traction – Corrigé

Q.1.

Graphe d'analyse



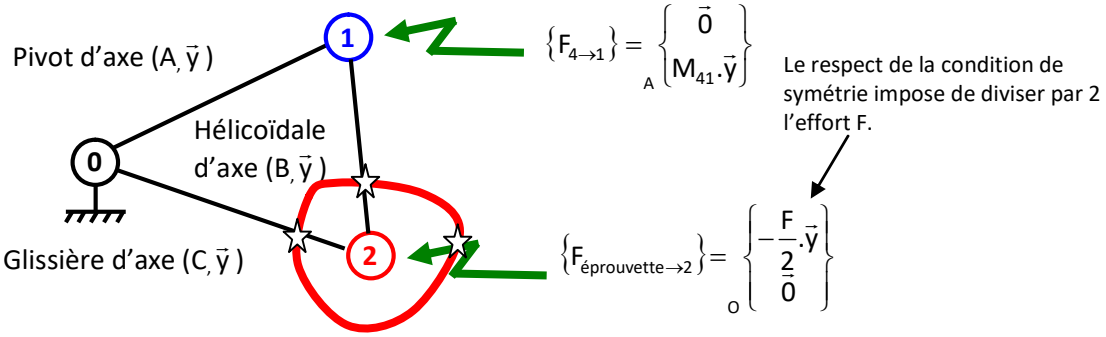
Q.2. 1/0 : Pivot d'axe (A, $\vec{y}$) : $\{F_{0\to1}\}=\left\{\begin{matrix}X_{01} & L_{01}\\ Y_{01} & 0\\ Z_{01} & N_{01}\end{matrix}\right\}_{A,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}=\left\{\begin{matrix}X_{01}.\vec{x}+Y_{01}.\vec{y}+Z_{01}.\vec{z}\\ L_{01}.\vec{x}+N_{01}.\vec{z}\end{matrix}\right\}_A$

2/0 : Glissière d'axe (C, $\vec{y}$) : $\{F_{0\to2}\}=\left\{\begin{matrix}X_{02} & L_{02}\\ 0 & M_{02}\\ Z_{02} & N_{02}\end{matrix}\right\}_{C,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}=\left\{\begin{matrix}X_{02}.\vec{x}+Z_{02}.\vec{z}\\ L_{02}.\vec{x}+M_{02}.\vec{y}+N_{02}.\vec{z}\end{matrix}\right\}_C$

Q.3. 1 → 2 : Hélicoïdale d'axe $(B,\vec{y})$: $\{F_{1\to2}\}=\begin{Bmatrix} X_{12}.\vec{x}+Y_{12}.\vec{y}+Z_{12}.\vec{z} \\ L_{12}.\vec{x}+M_{12}.\vec{y}+N_{12}.\vec{z}\end{Bmatrix}_B$ avec $M_{12}=-\dfrac{pas}{2.\pi}Y_{12}$

Q.4. On isole le solide 2 + B.A.M.E. :

Graphe d'analyse



B.A.M.E. :

- 0 → 2 : Glissière d'axe $(C,\vec{y})$: $\{F_{0\to2}\}=\begin{Bmatrix} X_{02} & L_{02} \\ 0 & M_{02} \\ Z_{02} & N_{02}\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}=\begin{Bmatrix} X_{02}.\vec{x}+Z_{02}.\vec{z} \\ L_{02}.\vec{x}+M_{02}.\vec{y}+N_{02}.\vec{z}\end{Bmatrix}_O$
- 1 → 2 : Hélicoïdale d'axe $(B,\vec{y})$: $\{F_{1\to2}\}=\begin{Bmatrix} X_{12}.\vec{x}+Y_{12}.\vec{y}+Z_{12}.\vec{z} \\ L_{12}.\vec{x}+M_{12}.\vec{y}+N_{12}.\vec{z}\end{Bmatrix}_B$ avec $M_{12}=-\dfrac{pas}{2.\pi}Y_{12}$
- éprouvette → 2 : $\{F_{éprouvette\to2}\}=\begin{Bmatrix} -\frac{F}{2}.\vec{y} \\ \vec{0}\end{Bmatrix}_O$

Etape 5 : On applique le PFS sur 2 au point B.

$$\sum\{F_{\bar{E}\to2}\}=\{0\}\rightarrow\{F_{0\to2}\}+\{F_{1\to2}\}+\{F_{éprouvette\to2}\}=\{0\}$$

$$\rightarrow \begin{Bmatrix} \vec{R}_{0\to2} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to2})\end{Bmatrix}_B+\begin{Bmatrix} \vec{R}_{1\to2} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{1\to2})\end{Bmatrix}_B+\begin{Bmatrix} \vec{R}_{éprouvette\to2} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{éprouvette\to2})\end{Bmatrix}_B=\{0\}$$

Calcul du moment en B de $\{F_{0\to2}\}$:

$$\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to2})=\overrightarrow{M_C}(\vec{R}_{0\to2})+\overrightarrow{BC}\wedge\vec{R}_{0\to2}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to2})=L_{02}.\vec{x}+M_{02}.\vec{y}+N_{02}.\vec{z}+(D.\vec{x}+h.\vec{y})\wedge(X_{02}.\vec{x}+Z_{02}.\vec{z})$$

$$\rightarrow \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to2})=L_{02}.\vec{x}+M_{02}.\vec{y}+N_{02}.\vec{z}-D.Z_{02}.\vec{y}-h.X_{02}.\vec{z}+h.Z_{02}.\vec{x}$$

Calcul du moment en B de $\{F_{éprouvette\to2}\}$:

$$\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{éprouvette\to2})=\overrightarrow{M_O}(\vec{R}_{éprouvette\to2})+\overrightarrow{BO}\wedge\vec{R}_{éprouvette\to2}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{éprouvette\to2})=D.\vec{x}\wedge-\frac{F}{2}.\vec{y}=-D.\frac{F}{2}.\vec{z}$$

Ecriture des 6 équations scalaires issues du PFS :

$$X_{02}+X_{12}=0 \quad (1)$$

$$Y_{12}-\frac{F}{2}=0 \quad (2)$$

$$Z_{02}+Z_{12}=0 \quad (3)$$

$$L_{02}+h.Z_{02}+L_{12}=0 \quad (4)$$

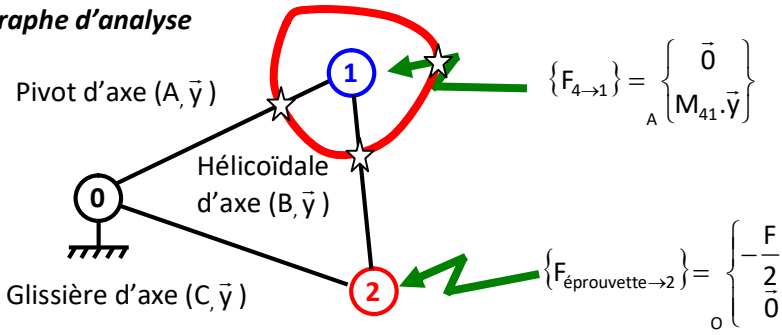
$$M_{02}-D.Z_{02}-\frac{pas}{2.\pi}Y_{12}=0 \quad (5)$$

$N_{02} - h.X_{02} - D.\frac{F}{2} + N_{12} = 0$ (6)

Le nombre d'inconnues Is > 6 → on ne peut pas résoudre le système seul. Il faut donc injecter des équations scalaires supplémentaires.

Q.5. On isole le solide 1 + B.A.M.E. :

Graphe d'analyse



B.A.M.E. :

- 0 → 1 : Pivot d'axe (A, $\vec{y}$) : $\{F_{0\to1}\} = \begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & 0 \\ Z_{01} & N_{01} \end{Bmatrix}_{A,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \begin{Bmatrix} X_{01}.\vec{x} + Y_{01}.\vec{y} + Z_{01}.\vec{z} \\ L_{01}.\vec{x} + N_{01}.\vec{z} \end{Bmatrix}_A$
- 2 → 1 : Hélicoïdale d'axe (B, $\vec{y}$) : $\{F_{2\to1}\} = -\{F_{1\to2}\} = \begin{Bmatrix} -X_{12}.\vec{x} - Y_{12}.\vec{y} - Z_{12}.\vec{z} \\ -L_{12}.\vec{x} - M_{12}.\vec{y} - N_{12}.\vec{z} \end{Bmatrix}_B$ avec $M_{12} = -\frac{pas}{2.\pi}Y_{12}$
- Courroie 4 → 1 : $\{F_{4\to1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ M_{41}.\vec{y} \end{Bmatrix}_A$

Etape 5 : On applique le PFS sur 1 au point B.

$$\sum \{F_{\bar{E}\to1}\} = \{0\} \to \{F_{0\to1}\} + \{F_{2\to1}\} + \{F_{4\to1}\} = \{0\} \to \begin{Bmatrix} \vec{R}_{0\to1} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to1}) \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to1} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{2\to1}) \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} \vec{R}_{4\to1} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{4\to1}) \end{Bmatrix}_B = \{0\}$$

Calcul du moment en B de $\{F_{0\to1}\}$: $\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to1}) = \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{0\to1}) + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{R}_{0\to1}$

→ $\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to1}) = L_{01}.\vec{x} + N_{01}.\vec{z} + -L.\vec{y} \wedge (X_{01}.\vec{x} + Y_{01}.\vec{y} + Z_{01}.\vec{z})$ → $\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to1}) = L_{01}.\vec{x} + N_{01}.\vec{z} + L.X_{01}.\vec{z} - L.Z_{01}.\vec{x}$

$\{F_{4\to1}\}$: torseur couple → $\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{4\to1}) = M_{41}.\vec{y}$

Ecriture des 6 équations scalaires issues du PFS :

$X_{01} - X_{12} = 0$ (7)

$Y_{01} - Y_{12} = 0$ (8)

$Z_{01} - Z_{12} = 0$ (9)

$L_{01} - L.Z_{01} - L_{12} = 0$ (10)

$M_{41} + \frac{pas}{2.\pi}Y_{12} = 0$ (11)

$N_{01} + L.X_{01} - N_{12} = 0$ (12)

Etape 6 : Le nombre d'inconnues Is = 10 > 6 → on ne peut pas résoudre le système seul

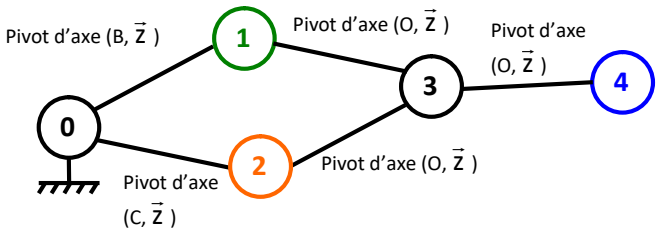
Q.6. (11) + (2) → $M_{41} + \frac{pas}{2.\pi}Y_{12} = 0$ et $Y_{12} - \frac{F}{2} = 0$ → $M_{41} = -\frac{pas}{4.\pi}F$

Q.7. $C_{mot} = 2.M_{41} = -\frac{pas}{2.\pi}F$

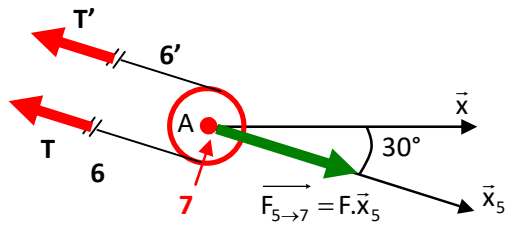
Q.8. $F = -\dfrac{C_{mot}.2.\pi}{pas}$ A.N. : $F = -\dfrac{20.2.\pi}{3.10^{-3}}$ = 41800 N > 20000 N C.d.C.F. ok.

Etude statique d'un remonte pente - Corrigé

Q.1. ***Graphe de structure***



Q.2. On isole l'ensemble E_1={6+7} et on effectue le B.A.M.E..



On applique le PFS sur E_1 au point A :

Théorème de la résultante statique projeté sur l'axe $\vec{x}_5$:

$-T-T'+F=0$ (1)

Théorème de la résultante statique projeté sur l'axe $\vec{y}_5$:

$0=0$

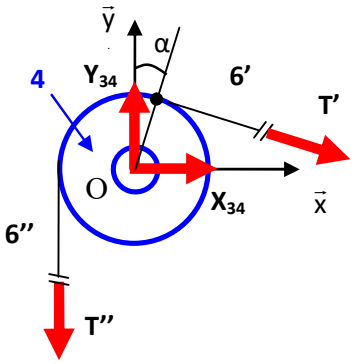
Théorème du moment statique en A projeté sur l'axe $\vec{z}$:

$-r.T+r.T'=0$ (2)

Q.3. (2) → $T=T'$ (3)

(1) + (3) → $T=T'=\dfrac{F}{2}$ (4)

Q.4. On isole l'ensemble E_2={4+6} et on effectue le B.A.M.E..



On applique le PFS sur E_2 au point O :

Théorème de la résultante statique projeté sur l'axe $\vec{x}$:

$T'.\cos\alpha + X_{34} = 0$ (5)

Théorème de la résultante statique projeté sur l'axe $\vec{y}$:

$-T''-T'.\sin\alpha + Y_{34} = 0$ (6)

Théorème du moment statique en O projeté sur l'axe $\vec{z}$:

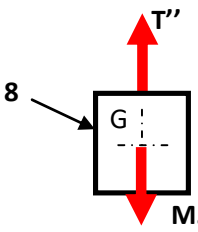
$2.r.T''-2.r.T'=0$ (7)

(7) + (4) → $T''=T=T'=\dfrac{F}{2}$ (8)

(5) + (4) → $X_{34} = -\dfrac{F}{2}.\cos\alpha$ (9)

(6) + (8) → $Y_{34} = \dfrac{F}{2}.(1+\sin\alpha)$ (10)

Q.5. On isole le solide 8 et on effectue le B.A.M.E..



On applique le PFS à 8 et on utilise le théorème de la résultante statique projeté sur l'axe $\vec{y}$:

$T'' - M.g = 0$ (11)

(11) + (4) → $M = \dfrac{F}{2.g}$ (12)

Q.6. On isole la barre 1 et on effectue le B.A.M.E.. → Solide soumis à 2 forces :

$\{F_{0\to1}\} = \left\{\begin{matrix} Y_{01}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_B$ → glisseur (droite support (B, $\vec{y}$)).

$\{F_{3\to1}\} = \left\{\begin{matrix} Y_{31}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_O$ → glisseur (droite support (B, $\vec{y}$)).

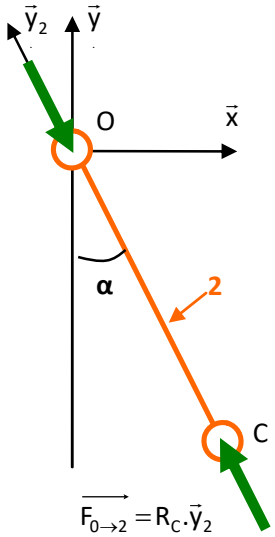
Q.7. $\{F_{0\to1}\} = \left\{\begin{matrix} R_B.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_B$

Q.8. On isole la barre 2 et on effectue le B.A.M.E.
→ Solide soumis à 2 forces :

$\{F_{0\to2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{02}.\vec{x} + Y_{02}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_C$ → glisseur (droite support (CO)).

$\{F_{3\to2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{32}.\vec{x} + Y_{32}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_O$ → glisseur (droite support (CO)).

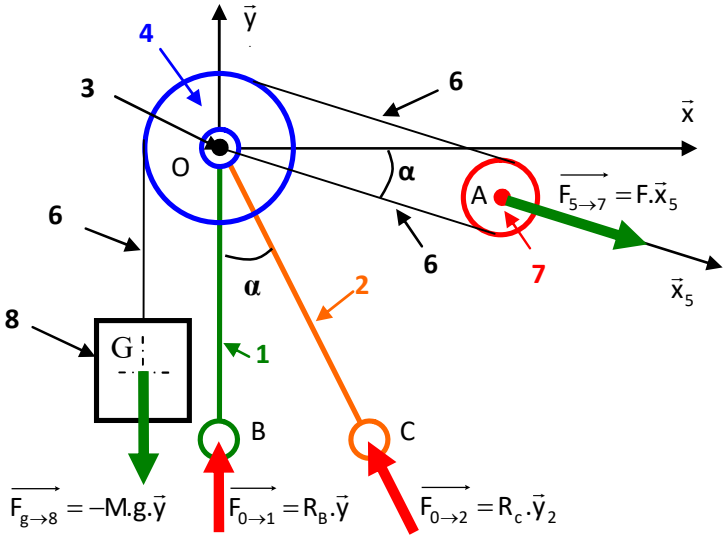
$\overrightarrow{F_{3\to2}} = -R_C.\vec{y}_2$



Q.9. $\{F_{0\to2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{02}.\vec{x} + Y_{02}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_C$

$\{F_{0\to2}\} = \left\{\begin{matrix} -R_C.\sin\alpha.\vec{x} + R_C.\cos\alpha.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_C$

Q.10. On isole l'ensemble E = {1, 2, 3, 4, 6, 7, 8} et on effectue le B.A.M.E..



- Pivot d'axe (B, $\vec{z}$) 0 → 1 : $\{F_{0\to1}\} = \left\{\begin{matrix} R_B.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_B$
- Pivot d'axe (C, $\vec{z}$) 0 → 2 : $\{F_{0\to2}\} = \left\{\begin{matrix} -R_C.\sin\alpha.\vec{x} + R_C.\cos\alpha.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_C$
- $\overrightarrow{F_{5\to7}} = F.\vec{x}_5$
- $\overrightarrow{F_{g\to8}} = -M.g.\vec{y}$

Q.11. On applique le PFS sur E au point C :

Théorème de la résultante statique projeté sur l'axe $\vec{x}$: $F.\cos\alpha - R_C.\sin\alpha = 0$ (13)

Théorème de la résultante statique projeté sur l'axe $\vec{y}$: $-F.\sin\alpha + R_C.\cos\alpha - M.g + R_B = 0$ (14)

Théorème du moment statique en A projeté sur l'axe $\vec{z}$: équation inutile

(13) → $R_C = F.\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ (15)

(14) + (15) +(12) → $R_B = F.\sin\alpha - F.\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.\cos\alpha + \frac{F}{2}$ (16)

Q.12. A.N. : $R_C = F.\frac{\cos 30}{\sin 30} = \sqrt{3}.F$ → Barre 2 : comprimée

et $R_B = F.\sin 30 - F.\frac{\cos 30}{\sin 30}.\cos 30 + \frac{F}{2}$ → $R_B = \frac{F}{2} - F.\frac{3}{2} + \frac{F}{2} = -\frac{F}{2}$ → Barre 1 : tendue

Florestan MATHURIN