

Console portante de bateau

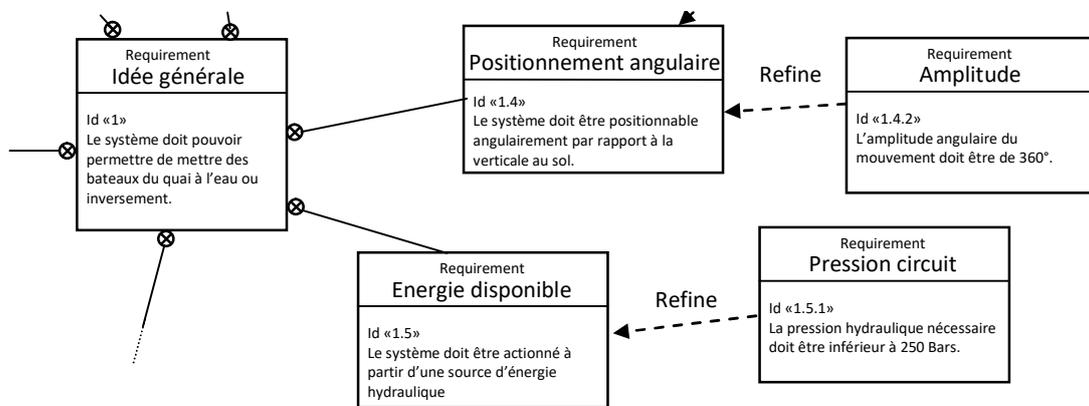
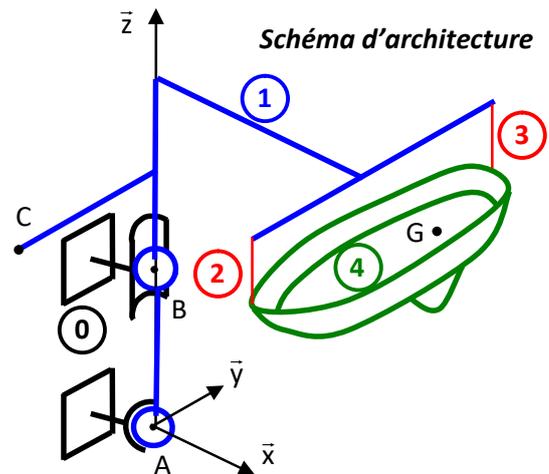
On s'intéresse à un système de console portante de bateau destinée à mettre les bateaux à l'eau ou à les en retirer à partir d'un quai dans les ports de plaisance. On donne ci-dessous la modélisation sous forme de schéma d'architecture ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.



La console 1 est en liaison avec le quai 0 par l'intermédiaire d'une liaison rotule de centre A et d'une liaison linéaire annulaire en B(0,0,z_B) d'axe (B, z̄). Cette solution permet de faire pivoter la console autour de l'axe (B, z̄) à l'aide d'un vérin linéaire dont la tige est rattachée au point C(0,-y_C,z_C). Le vérin fonctionne uniquement lors de la mise à l'eau du bateau.

Le bateau 4 de centre de gravité G(x_G,y_G,z_G) et de masse m est suspendu à la console par deux câbles 2 et 3.

La masse de la console et des câbles sont négligés par rapport à celle du bateau.



Q.1. Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison en A.

Q.2. Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison en B.

Q.3. Déterminer les inconnues de liaison en A et B.

Q.4. On prend en compte à présent l'action du vent sur le bateau qui est modélisée par une force $\vec{F}_{\text{vent} \rightarrow 4} = -F_{\text{vent} \rightarrow 4} \cdot \vec{x}$ au point G. Pour éviter au portique de tourner le vérin exerce un effort $\vec{F}_{\text{verin} \rightarrow 1} = F_{\text{verin} \rightarrow 1} \cdot \vec{x}$ au point C. Déterminer l'expression de $F_{\text{verin} \rightarrow 1}$.

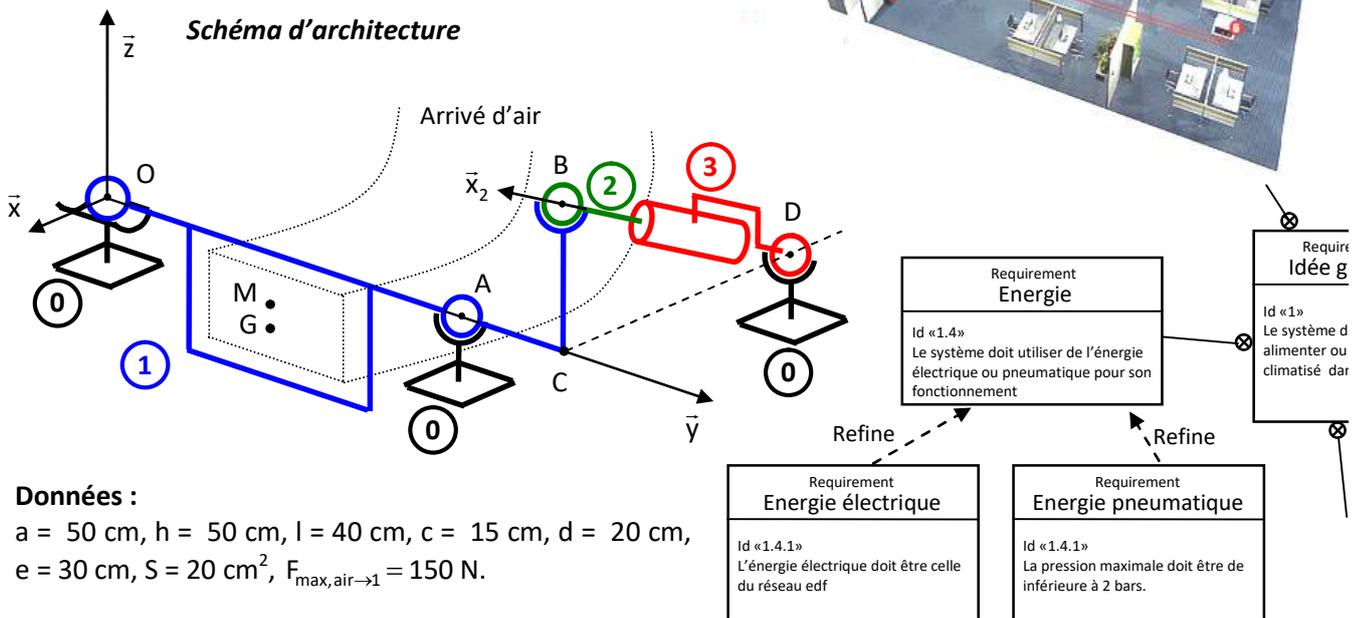
Q.5. Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Données : $z_B = 4 \text{ m}$, $y_C = 4 \text{ m}$, $z_C = 6 \text{ m}$, $x_G = 6 \text{ m}$, $y_G = 2 \text{ m}$, $z_G = 6 \text{ m}$, $F_{\text{vent} \rightarrow 4} = 15000 \text{ N}$, Surface piston $S = 2500 \cdot \pi \text{ mm}^2$.

Bouche de climatisation

On s'intéresse à une bouche de climatisation de bureau.

L'air climatisé arrive par le réseau d'air climatisé du bâtiment et est distribué par plusieurs bouches. Le débit d'air entrant sur chaque bouche est initialement réglé par l'intermédiaire d'un clapet dont l'ouverture est maîtrisée par un vérin. On donne ci-dessous la modélisation sous forme de schéma d'architecture ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.



Données :

$a = 50 \text{ cm}$, $h = 50 \text{ cm}$, $l = 40 \text{ cm}$, $c = 15 \text{ cm}$, $d = 20 \text{ cm}$,
 $e = 30 \text{ cm}$, $S = 20 \text{ cm}^2$, $F_{\text{max,air} \rightarrow 1} = 150 \text{ N}$.

Le clapet 1, de masse m et de centre de gravité $G(0, a, -h)$, est en liaison avec le mur 0 par l'intermédiaire d'une liaison rotule de centre $A(0, 2a, 0)$ et d'une liaison linéaire annulaire en O d'axe (O, \vec{y}) . Cette solution permet ainsi une rotation du clapet autour de l'axe (O, \vec{y}) .

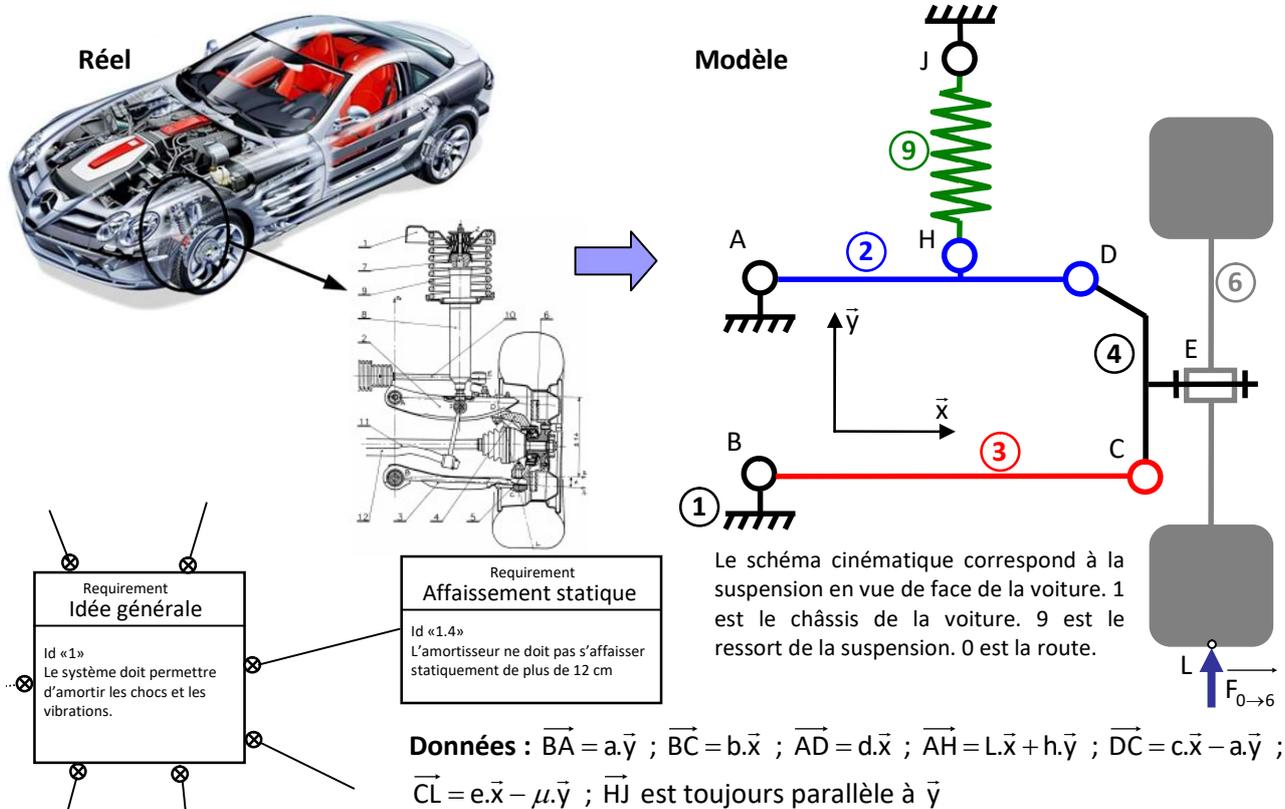
L'air climatisé arrive par la bouche et exerce une poussée $\vec{F}_{\text{air} \rightarrow 1} = F_{\text{air} \rightarrow 1} \cdot \vec{x}$ en $M(0, a, -l)$.

Le débit d'air entrant est initialement réglé par l'intermédiaire de la raideur du vérin dont la tige est en liaison rotule et centre $B(0, 2a+c, d)$ avec le clapet et en liaison rotule de centre $D(-e, 2a+c, 0)$ avec le mur 0. La tige de vérin 2 exerce sur le solide 1 une poussée $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = p \cdot S \cdot \vec{x}_2$ au point B.

- Q.1.** Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison 0 sur 1 en A.
- Q.2.** Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison 0 sur 1 en O.
- Q.3.** Isoler l'ensemble 2+3 puis en déduire les expressions des torseurs d'action mécanique transmissible de la liaison 1 sur 2 en B et de la liaison 0 sur 3 en D que l'on écrira en projection dans la base 2 et 0.
- Q.4.** A l'aide d'une seule équation scalaire du PFS à identifier, déterminer la relation liant p et $F_{\text{air} \rightarrow 1}$.
- Q.5.** On donne S : section du piston du vérin. Déterminer la pression p dans le vérin. Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Suspension automobile

On s'intéresse à une suspension automobile dont on donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel ainsi qu'une modélisation. L'objectif est de vérifier si la suspension satisfait le niveau du critère d'affaissement statique maximal du cahier des charges, c'est à dire vérifier si la voiture, soumise à son propre poids, s'affaisse de moins ou de plus de 12 cm, suite à l'écrasement des amortisseurs.



Les hypothèses sont les suivantes :

- le problème est plan ; la pesanteur est négligée ; toutes les liaisons sont parfaites.
- L'action du sol sur la roue est modélisée par $\vec{F}_{0 \rightarrow 6} = F_{06}.\vec{y}$ (où F_{06} représente le quart du poids de la voiture, qui se répartie également sur les quatre roues).
- On modélise ici l'amortisseur par un simple ressort (en effet usuellement on utilise plutôt un modèle ressort + amortisseur visqueux en parallèle mais on peut négliger ici l'amortissement visqueux puisqu'on étudie le système en statique).

Q.1. Montrer que $Y_{43}=0$.

Q.2. Déterminer les équations obtenues en appliquant le PFS à l'ensemble {4+6} au point D.

Q.3. Montrer que $X_{92}=0$.

Q.4. Déterminer les équations obtenues en appliquant le PFS au solide 2 au point A.

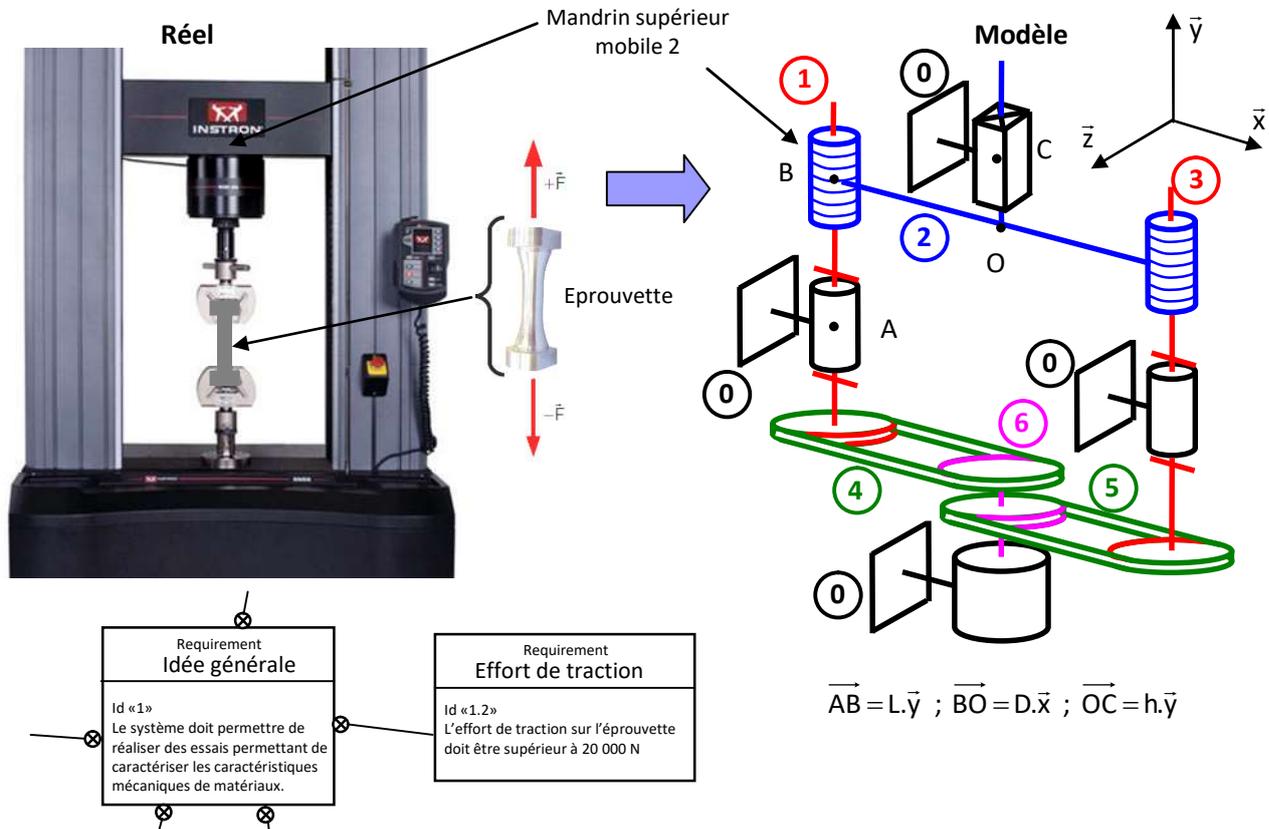
Q.5. Déterminer toutes les inconnues d'effort en fonction de F_{06} .

Données : $a = 16$ cm, $b = 33$ cm, $c = 8$ cm, $d = 25$ cm, $h = 3$ cm, $L = 15$ cm, $e = 9$ cm, $\mu = 18$ cm. La raideur du ressort est $k = 100\ 000$ N/m. La masse de la voiture est de 2200 kg.

Q.6. Conclure quant à la capacité de la suspension de voiture à satisfaire l'exigence affaissement statique du cahier des charges.

Machine de traction

On s'intéresse à une machine de traction qui a pour objectif de déformer en traction une éprouvette afin de connaître le comportement du matériau qui la constitue. L'éprouvette est serrée entre deux mandrins et le déplacement d'un des deux mandrins lors de la phase d'essais permet de tirer sur l'éprouvette afin de la déformer. L'objectif est de vérifier si la machine de traction permet d'atteindre le niveau du critère de force de traction du cahier des charges.



Le rotor du moteur 6 entraîne en mouvement de rotation les deux vis 1 et 3 par l'intermédiaire des deux courroies 4 et 5. La rotation continue des vis 1 et 3 est ensuite transformée en un mouvement de translation verticale du mandrin supérieur 2.

Données et hypothèses : Toutes les liaisons sont supposées parfaites. La pesanteur est négligée.

L'éprouvette exerce sur la pièce 2 une action mécanique modélisée par le glisseur : $\{F_{\text{éprouvette} \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} -F \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

La courroie 4 exerce sur 1, grâce à l'action du moteur, une action mécanique modélisée par le torseur :

$$\{F_{4 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ M_{41} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}_A$$

Par symétrie, on ne s'intéresse sur ce problème qu'à la moitié de gauche de la machine de traction, c'est-à-dire aux pièces 0, 1 et 2.

Q.1. Établir le graphe des liaisons de ce mécanisme (uniquement les pièces 0, 1 et 2). Ajouter sur le graphe des liaisons les actions mécaniques extérieures au système.

On adopte la notation suivante pour l'action mécanique de i sur j en un point quelconque P :

$$\{F_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} X_{ij} \cdot \vec{x} + Y_{ij} \cdot \vec{y} + Z_{ij} \cdot \vec{z} \\ L_{ij} \cdot \vec{x} + M_{ij} \cdot \vec{y} + N_{ij} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_P$$

Q.2. Pour les liaisons entre 1/0 et 2/0, proposer un torseur modélisant les actions mécaniques qui peuvent y être transmises.

Rappel : le torseur d'action mécanique transmise par une liaison hélicoïdale d'axe (P, \vec{x}) est $\{F_{i \rightarrow j}\}_P = \begin{Bmatrix} X_{ij} \cdot \vec{x} + Y_{ij} \cdot \vec{y} + Z_{ij} \cdot \vec{z} \\ L_{ij} \cdot \vec{x} + M_{ij} \cdot \vec{y} + N_{ij} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}$ avec $L_{ij} = \frac{\text{pas}}{2 \cdot \pi} X_{ij}$ pour un pas à gauche et $L_{ij} = -\frac{\text{pas}}{2 \cdot \pi} X_{ij}$ pour un pas à droite.

Q.3. Proposer un torseur modélisant l'action mécanique transmise dans la liaison hélicoïdale $\{F_{1 \rightarrow 2}\}$ sachant que la vis possède un pas à droite.

Q.4. Écrire les équations de la statique obtenues en appliquant le PFS sur le solide 2 au point B.

Q.5. Écrire les équations de la statique obtenues en appliquant le PFS sur le solide 1 au point B.

Q.6. Déterminer une relation entre F et M_{41} .

Les courroies 4 et 5 sont en mouvement autour de trois poulies (liées à 1, à 3 et à 6), toutes de même rayon.

Q.7. Déterminer la couple que doit délivrer le moteur pour exercer la force F sur le mandrin supérieur.

Q.8. Le pas des liaisons hélicoïdales est $p = 3 \text{ mm}$. Le moteur peut délivrer 20 N.m. Conclure sur la capacité de la machine de traction à satisfaire le critère du cahier des charges.

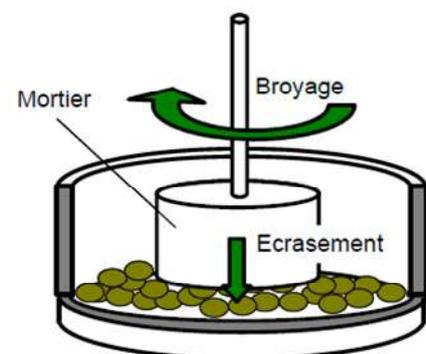
Broyeur

On s'intéresse à un broyeur dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. La fonction principale de ce système est de réduire en poudre des matériaux dur et cassant (levures, charbon, clinker, sels, substances homéopathiques, ...).

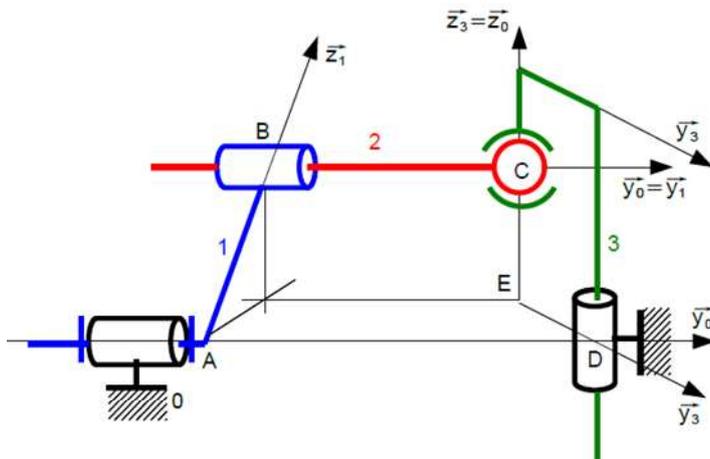


Exigences	Critères	Niveaux
...
1.1 Le système doit réduire en poudre des granulats de matériaux	Taille initiale granulat Taille finale granulat Effort écrasement minimal	Diamètre 8 mm Diamètre 0,001 mm 5 N mini
...

Pour réduire en poudre les matériaux, on utilise un mortier (pièce cylindrique) qui effectue un mouvement combiné de rotation et de translation, afin de broyer et d'écraser les agglomérats de matériaux.



On donne ci-dessous le modèle cinématique du mécanisme permettant la mise en mouvement du mortier 3 :



Un motoréducteur (non représenté ici) entraîne le volant 1 en rotation autour de l'axe (A, \vec{y}_0) . Le déplacement de la bielle 2 provoque la rotation et la translation simultanées du mortier 3 par rapport au bâti 0 réalisant ainsi la réduction en poudre correcte du produit.

Données :

$$\vec{AB} = R \cdot \vec{z}_1, \quad \vec{BC} = \lambda(t) \cdot \vec{y}_1, \quad \vec{AD} = d \cdot \vec{y}_1, \quad \vec{EC} = h(t) \cdot \vec{z}_0, \quad \vec{ED} = L \cdot \vec{y}_3$$

Les dimensions géométriques sont les suivantes : $R = 3 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$, $L = 4 \text{ cm}$.

On pose :

$R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié au bâti 0.

$R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère lié au volant 1 tel que $\theta_{10} = (\vec{x}_1, \vec{x}_0)$

$R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère lié à la bielle 2 tel que $\theta_{21} = (\vec{x}_2, \vec{x}_1)$

$R_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ le repère lié à la bielle 2 tel que $\theta_{30} = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$

Q.1. Réaliser le graphe des liaisons du système.

Q.2. Poser les trois figures géométrales.

Q.3. Réaliser le schéma cinématique du système dans le plan $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en utilisant une couleur par classe d'équivalence pour la position particulière $\theta_{10} = 0^\circ$ et $\theta_{30} = 0^\circ$.

Q.4. A l'aide d'une fermeture géométrique, donner les expressions de $h(t)$, $\lambda(t)$ puis de $\tan \theta_{30}$ uniquement en fonction de R , L , d et de l'angle θ_{10} .

L'action mécanique exercée par le motoréducteur sur le rotor est modélisée par $\{F_{M \rightarrow 1}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{y}_0 \end{Bmatrix}$. Les

actions mécaniques exercées par le matériau à écraser sur le mortier 3 sont modélisables par le torseur

$$\text{suivant : } \{F_{p \rightarrow 3}\}_D = \begin{Bmatrix} Z_p \cdot \vec{z}_0 \\ N_p \cdot \vec{z}_0 \end{Bmatrix}$$

On néglige l'action mécanique de la pesanteur devant les autres actions mécaniques et on considère que toutes les liaisons entre les solides sont parfaites. Le repère R_0 est considéré comme galiléen.

Par la suite, on notera $\{F_{i \rightarrow j}\}_P = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_{B_0}$ le torseur d'action mécanique transmissible du solide i sur le solide j

en un point P quelconque et dans la base 0.

Q.5. Donner le torseur d'action mécanique transmissible de la liaison 0-1 noté $\{F_{0 \rightarrow 1}\}$ en A et dans la base 0.

Q.6. Donner le torseur d'action mécanique transmissible de la liaison 2-1 noté $\{F_{2 \rightarrow 1}\}$ en B et dans la base 0.

Q.7. Donner le torseur d'action mécanique transmissible de la liaison 3-2 noté $\{F_{3 \rightarrow 2}\}$ en C et dans la base 0.

- Q.8.** Donner le torseur d'action mécanique transmissible de la liaison 0-3 noté $\{F_{0 \rightarrow 3}\}$ en D et dans la base 0.
- Q.9.** Par application du théorème du moment statique appliqué au solide 1, au point A et en projection sur l'axe \vec{y}_0 , déterminer la relation liant R, X_{21} , Z_{21} , C_m et θ_{10} .
- Q.10.** Par application du théorème de la résultante appliqué au solide 2, déterminer les relations liant Z_{21} , Z_{32} , X_{21} et X_{32} . Démontrer que $Y_{32} = 0$.
- Q.11.** Par application du principe fondamental de la statique au solide 3 au point D, déterminer les relations liant Z_p , Z_{32} et L, X_{32} , N_p et θ_{30} .
- Q.12.** A partir des résultats obtenus questions précédentes, déterminer la loi entrée statique du système liant C_m en fonction de L, R, N_p , Z_p , θ_{30} et θ_{10} .

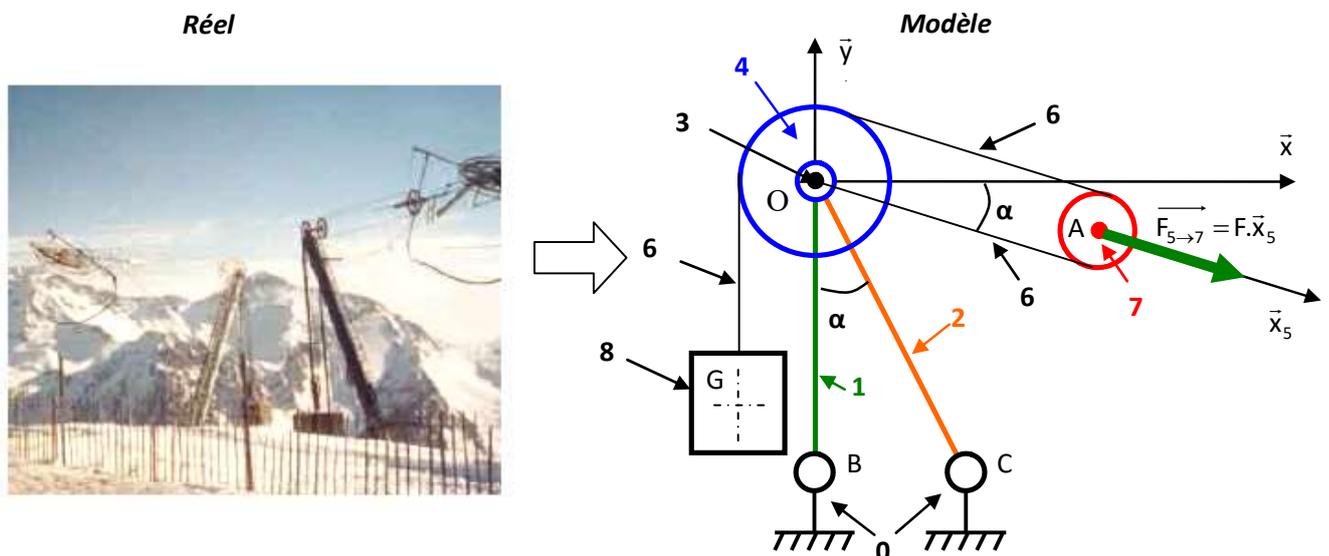
Les caractéristiques du moteur sont les suivantes :

	Puissance nominale (W)	Vitesse nominale (tr/min)	Couple nominal (N.m)	Inertie (kg.m ²)	Poids (kg)
Moteur P30B04005DX	50	3000	0,16	$0,03 \times 10^{-4}$	0,35

- Q.13.** En considérant le couple de broyage nul, déterminer l'effort d'écrasement minimal que peut obtenir avec le broyeur. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Etude statique d'un remonte pente

On s'intéresse à un portique terminal d'une installation de remonte-pente. Ce portique qui est celui situé le plus en haut, doit notamment assurer une tension donnée dans le câble principal de remontée.



On adopte une modélisation plane simplifiée. Le portique est constitué:

- D'une barre verticale 1 de longueur L.
- D'une barre 2, inclinée d'un angle α par rapport à la verticale.

Chacune de ces barres est liée au sol 0 par une liaison pivot (pivot d'axe (B, \vec{z}) pour la barre 1 et pivot d'axe (C, \vec{z}) pour la barre 2). Chacune de deux barres est liée au même axe fixe 3 par une liaison pivot d'axe (O, \vec{z}). Une poulie 4, de rayon 2r, est aussi liée à l'axe 3 par une liaison pivot d'axe (O, \vec{z}).

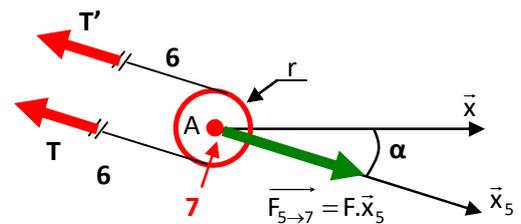
La tension F dans le câble principal 5 est obtenue grâce à un câble secondaire 6. L'extrémité de ce câble 6 est fixée en O avec l'axe 3. Le câble 6 passe sur la poulie 7, de rayon r , puis sur la poulie 4. L'autre extrémité de 6 est fixée au massif de béton 8, de masse M , qui, pendu dans le vide, sert à tendre toute la structure.

Les masses de tous les solides sont négligées devant la masse M de 8. Les tensions dans le câble 6 seront notées T , T' et T'' . Toutes les liaisons sont supposées parfaites

Q.1. Réaliser un graphe de structure partiel uniquement avec les solides 0, 1, 2, 3 et 4.

Q.2. Déterminer les 3 équations scalaires obtenues en appliquant le Principe Fondamental de la Statique au point A sur l'ensemble $E_1 = \{\text{portion de câble 6 + 7}\}$ défini ci contre.

Q.3. En déduire les tensions T , T' dans le câble 6 en fonction de F .



Pour les questions 4 à 12, on travaillera toujours dans la base 0.

Q.4. On isole l'ensemble $E_2 = \{4 + \text{portion de câble 6}\}$. Réaliser le BAME appliqué sur l'ensemble E_2 que l'on dessinera sur le schéma cinématique document réponse 1. Appliquer le P.F.S. au point O sur l'ensemble $E_2 = \{4 + \text{portion de câble 6}\}$. En déduire la tension T'' définie ci contre ainsi que les composantes du torseur d'action mécanique transmissible $\{F_{3 \rightarrow 4}\}$ au point O en fonction de F .

Q.5. Déterminer la masse M de 8 qui permet d'obtenir la tension F du câble principal.

Q.6. Isoler la barre 1. Montrer que les torseurs d'action mécanique transmissible $\{F_{0 \rightarrow 1}\}$ et $\{F_{3 \rightarrow 1}\}$ sont des glisseurs. En déduire le support (i.e. direction) de ces deux glisseurs.

Q.7. On note R_B la valeur algébrique de la norme de la résultante de l'action mécanique de 0 sur 1. Exprimer le torseur d'action mécanique transmissible $\{F_{0 \rightarrow 1}\}$ dans la base 0 en fonction de la seule inconnue R_B .

Q.8. Isoler la barre 2. Montrer que les torseurs d'action mécanique transmissible $\{F_{0 \rightarrow 2}\}$ et $\{F_{3 \rightarrow 2}\}$ sont des glisseurs. En déduire le support de ces deux glisseurs.

Q.9. On note R_C la valeur algébrique de la norme de la résultante de l'action mécanique de 0 sur 2. Exprimer le torseur d'action mécanique transmissible $\{F_{0 \rightarrow 2}\}$ dans la base 0 en fonction de la seule inconnue R_C et de l'angle α .

Q.10. On isole l'ensemble $E = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$. Faire le bilan des actions mécaniques extérieures appliqué sur E que l'on dessinera sur le schéma cinématique document réponse 2.

Q.11. Appliquer le P.F.S. sur l'ensemble E et en déduire l'expression de R_B et R_C en fonction de F .

Q.12. Pour $\alpha = 30^\circ$, identifier pour chacune des barres 1 et 2 si celle-ci est tendue ou comprimée.