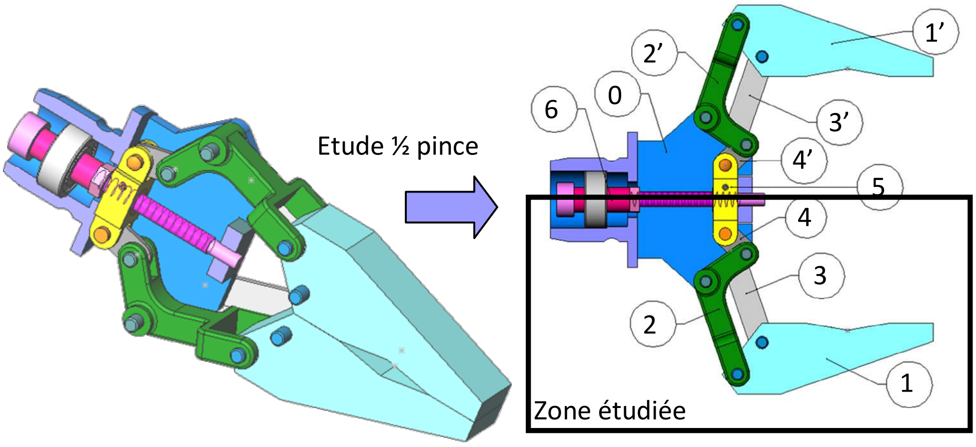
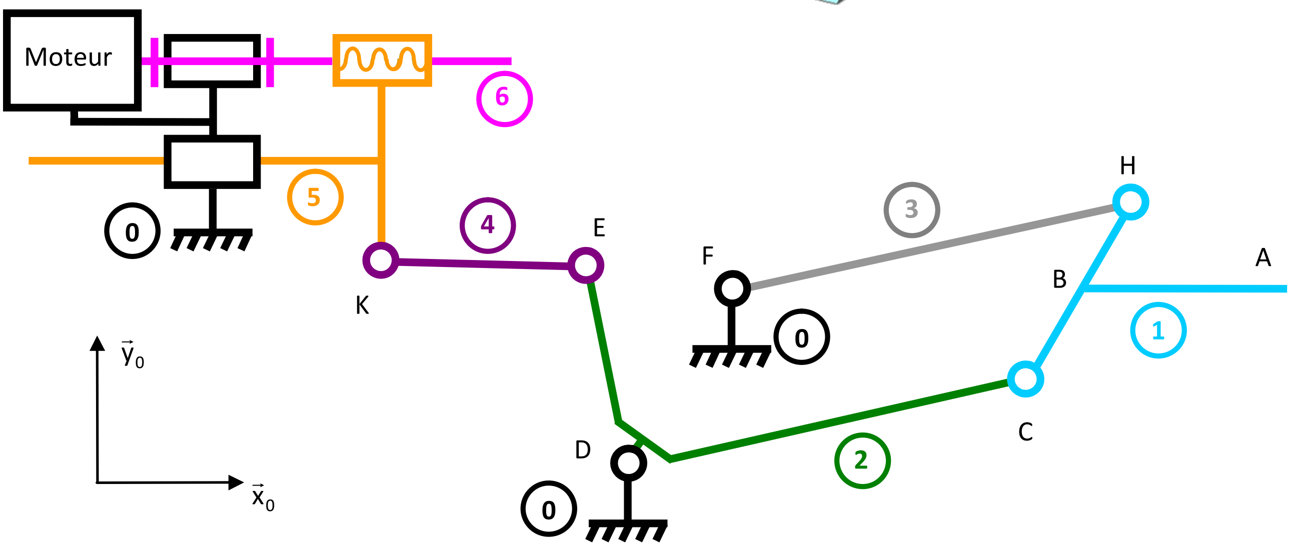
Étude d'une pince d'un robot

On se propose d'étudier une pince de robot dite auto-parallèle dont on donne un extrait de cahier des charges fonctionnel ainsi que le modèle ci-dessous.

Pour des raisons de symétrie, on n'étudie qu'une moitié de la pince.





Exigences	Critère	Niveau
… La pince doit permettre d'attraper des pièces …	… Vitesse de fermeture de la pince …	… < 10 cm/s …

Pour des raisons de symétrie, le schéma cinématique ci-dessus ne reprend qu'une moitié de la pince étudiée. Le problème sera considéré comme plan. La pince comporte les éléments suivants :

- La mâchoire 1 est en liaison pivot d'axe $(C,\vec{z}_0)$ au point C avec la pièce de renvoi orthogonale 2 et en liaison pivot d'axe $(H,\vec{z}_0)$ au point H avec la barre 3. On donne $\left\|\overrightarrow{BA}\right\| = \left\|\overrightarrow{CH}\right\| = L$.
- La pièce de renvoi orthogonale 2 est en liaison pivot d'axe $(D,\vec{z}_0)$ au point D avec le bâti 0, et en liaison pivot d'axe $(E,\vec{z}_0)$ au point E avec la bielle de poussée 4. On pose $\vec{x}_2$ et $\vec{y}_2$ tels que $\overrightarrow{DC} = 2.L.\vec{x}_2$ et $\overrightarrow{DE} = L.\vec{y}_2$. On pose également $\alpha = (\vec{x}_0,\vec{x}_2) = (\vec{y}_0,\vec{y}_2)$.
- La barre 3, de longueur 2L, est en liaison pivot d'axe $(F,\vec{z}_0)$ au point F avec le bâti 0 tel que : $\left\|\overrightarrow{DF}\right\| = \left\|\overrightarrow{CH}\right\| = L$.
- La bielle de poussée 4 est en liaison pivot d'axe $(K,\vec{z}_0)$ au point K avec le pousseur 5. On pose $\vec{x}_4$ tel que $\overrightarrow{KE} = L.\vec{x}_4$. On pose également $\gamma = (\vec{x}_0,\vec{x}_4) = (\vec{y}_0,\vec{y}_4)$.
- Le pousseur 5 est en liaison glissière de direction $\vec{x}_0$ avec le bâti 0, et en liaison hélicoïdale d'axe $(G,\vec{x}_0)$ avec la vis 6.
- La vis 6 est en liaison pivot d'axe $(N,\vec{x}_0)$ avec le bâti 0 et est entraînée en rotation par le moteur à une vitesse angulaire ω_M connue. Le pas de la vis est p.

Données complémentaires : $(\vec{x}_0, \overrightarrow{DF}) = \frac{\pi}{3}$; $\overrightarrow{DA}.\vec{y}_0 = y$; $\overrightarrow{DK} = -(L-x).\vec{x}_0 + L.\vec{y}_0$ avec en position ouverte x = 0.

L'objectif d'étude est de vérifier si la pince permet d'atteindre le critère demandé.

Q.1. Compléter le schéma cinématique avec les données manquantes puis tracer le graphe des liaisons du mécanisme.

Q.2. Exprimer, en fonction de L et $\dot{\alpha}$, les vitesses $\overrightarrow{V_{C\in 2/0}}$ et $\overrightarrow{V_{H\in 3/0}}$.

Q.3. Déterminer le torseur cinématique du mouvement de 1/0 en A, en fonction de L et $\dot{\alpha}$ ainsi que la nature du mouvement de 1/0.

Q.4. Déterminer une relation liant y et α.

Q.5. A l'aide de la fermeture géométrique de la chaîne 0-2-4-5-0, déterminer la relation x = f(α).

En linéarisant l'équation précédente, pour α petit, on a x = – L.α.

Q.6. Pour les petits angles, déterminer la loi entrée / sortie cinématique $\frac{\left\|\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}.\vec{y}_0\right\|}{\left|\omega_{6/0}\right|}$ en fonction de p.

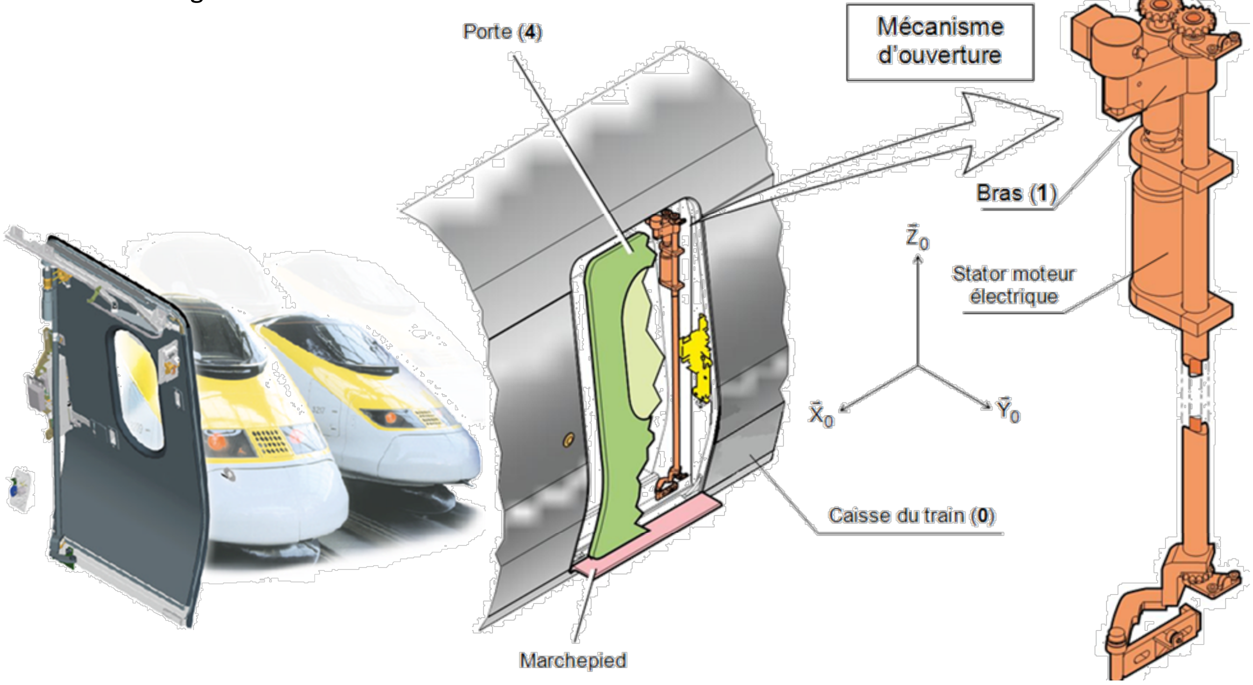
Q.7. On donne p = 0,5mm, N_{moteur} = 350 tours/min. Déterminer la vitesse de translation de la mâchoire.

Q.8. Conclure sur la capacité de la pince à satisfaire le critère demandé dans le cahier des charges, pour les petits angles.

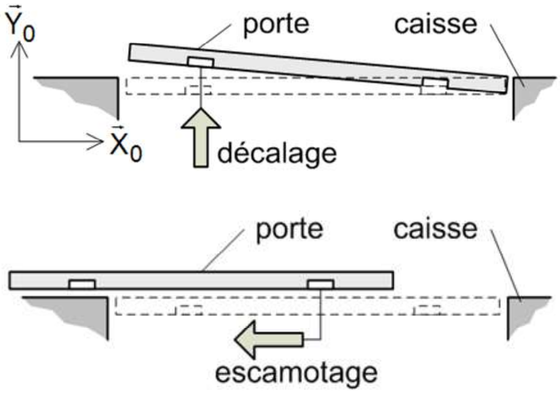
Etude des performances du système d'ouverture de porte automatique de TGV

(D'après concours Centrale Supelec MP)

On s'intéresse aux performances du système d'ouverture de porte du TGV dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.



Afin de satisfaire les contraintes d'encombrement, l'ouverture de la porte s'effectue selon l'enchaînement temporel de trois phases distinctes décrites à partir de la position « porte fermée » pour laquelle la face extérieure de la porte est alignée avec la face extérieure de la caisse : une phase de décalage puis une phase de louvoiement et enfin une phase d'escamotage. La phase primaire (décalage) puis la phase terminale (escamotage) sont définies par les figures en vue de dessus ci-contre.



Exigences	Critères	Niveaux
…	Amplitude D du déplacement en phase d'escamotage	D = 850 mm
Le système doit permettre l'ouverture et la fermeture automatique de la porte	Temps total d'ouverture	$t_o \leq 5$ s
	Vitesse en bout de porte en phase de décalage	$V < 1$ m.s^{-1}
	Vitesse de déplacement de la porte en phase d'escamotage	$V \leq 0{,}28$ m.s^{-1}
	Vitesse d'accostage de la porte en fin de phase d'escamotage	$V \leq 0{,}09$ m.s^{-1}
	Espacement entre la porte et la caisse du train en phase d'escamotage	d > 40 mm
…	fréquence de rotation Ω de la biellette (3) par rapport à la caisse	Ω < 140 tr.mn^{-1}

Q.1. Décrire en quelques lignes la phase intermédiaire de louvoiement en précisant la nature du mouvement de la porte (**4**) par rapport à la caisse (**0**).

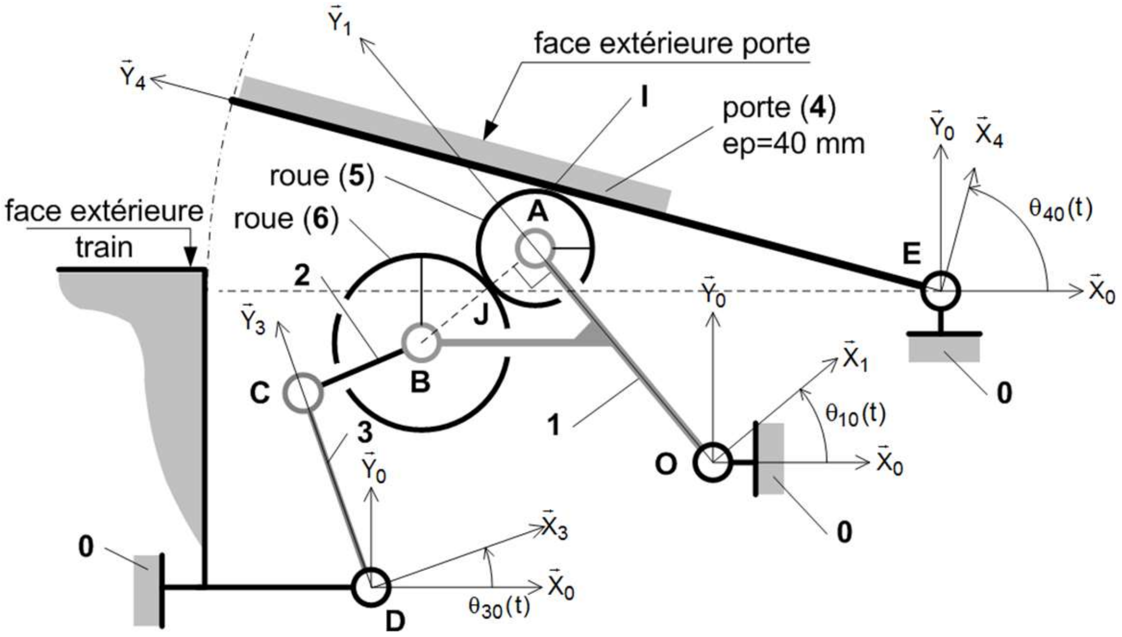
Q.2. En le reprenant sur la feuille, compléter le tableau ci-dessous recensant les degrés de mobilité (nombre et nature) de la porte (**4**) par rapport à la caisse du TGV (**0**) lors des différentes phases.

	Nombre de DDL(s)	Nature du mouvement
Décalage		
Louvoiement		
Escamotage		

Partie 1 – Etude analytique de la phase de décalage

On étudie dans un premier temps le système en phase de décalage dont on donne la modélisation cinématique. Dans cette phase, le mécanisme d'ouverture de la porte est mis en mouvement grâce à l'action d'un unique moteur électrique. Le rotor de cet actionneur est solidaire de la roue (**6**) alors que son stator est fixé sur le bras (**1**). Par commodité, on adopte $\dot{\theta}_{61}(t)=\dot{\theta}_m(t)$. La roue motrice (**6**) est par construction en liaison pivot d'axe $(B,\vec{z}_0)$ par rapport au bras (**1**). La roue (**6**) entraîne en rotation la roue (**5**) provoquant alors le mouvement de la porte (**4**). Un système articulé dit de stabilisation se composant des biellettes (**2)** et (**3**), complète le mécanisme. La biellette (**2**) est en liaison pivot d'axe $(B,\vec{z}_0)$ par rapport au bras (**1**).

On réduit le problème à une résolution plane et on suppose que la roue (**5**) roule sans glisser sur la porte (**4**) au point I et que de la même façon, la roue (**5**) roule sans glisser sur la roue (**6**) au point J. On pose $\overrightarrow{EI(t)}=\lambda(t).\vec{y}_4$.



Hypothèses de modélisation :

- les liaisons pivot sont modélisées comme étant parfaites ;
- le repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au support (**0**) est considéré comme galiléen, l'axe $(O, \vec{z}_0)$ étant vertical ascendant ;
- le repère $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié au bras (**1**). Ce dernier (qui supporte les deux roues (**5** et **6**) est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe $(C, \vec{z}_0)$. On pose : $\theta_{10}(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$;
- le repère $R_2 = (C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ est lié à la biellette de réaction (**2**). On pose : $\theta_{20}(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$;
- le repère $R_3 = (D, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ est lié à la biellette (**3**). Cette dernière est animée d'un mouvement de rotation autour de l'axe $(D, \vec{z}_0)$. On pose $\theta_{30}(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$;
- le repère $R_4 = (E, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$ est lié à la porte (**4**). On pose $\theta_{40}(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_4)$ tel que lorsque la porte est fermée on a $\theta_{40}(t = 0) = +90°$.

Données : $\overrightarrow{DO} = L.\vec{x}_0 + h.\vec{y}_0$ avec $L = 190\,\text{mm}$, $H = 60\,\text{mm}$; $\overrightarrow{OE} = L_0.\vec{x}_0 + H_0.\vec{y}_0$ avec $L_0 = 544\,\text{mm}$, $H_0 = 65{,}8\,\text{mm}$; $\overrightarrow{DC} = L_3.\vec{y}_3$ avec $L_3 = 88\,\text{mm}$; $\overrightarrow{CB} = L_2.\vec{x}_2$ avec $L_2 = 62{,}6\,\text{mm}$; $\overrightarrow{OA} = L_1.\vec{y}_1$ avec $L_1 = 149\,\text{mm}$; $\overrightarrow{AB} = -(R_5 + R_6).\vec{x}_1$ et $R_6 = 37\,\text{mm}$; $\overrightarrow{IA} = -R_5.\vec{x}_4$.

Q.3. Sans faire de calcul définir à l'ouverture de la porte comment varient la longueur EI et l'angle θ_{40} au cours de la phase de décalage.

Q.4. Par conséquent et toujours sans faire de calculs, justifier dans quel sens (horaire ou trigonométrique) doit tourner la roue (**6**) par rapport au bras (**1**) afin de provoquer le décalage angulaire de la porte (**4**) par rapport à la caisse (**0**) ?

Q.5. Ecrire la fermeture géométrique relative à la chaîne de solides (4-5-1-0). En déduire deux équations en projection dans la base 0 reliant les paramètres géométriques et angulaires.

Q.6. Ecrire la fermeture cinématique relative à la chaîne de solides (4-5-1-0) au point I et projeter la relation vectorielle dans la base 4 afin d'obtenir deux équations scalaires.

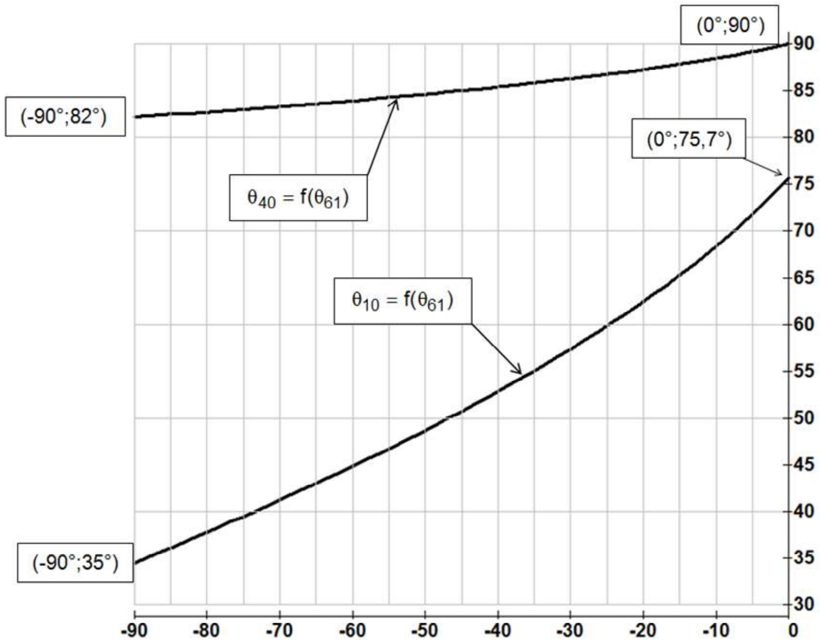
Q.7. Calculer $\overrightarrow{V_{A\in5/4}}$ par le calcul direct. A partir de la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer une deuxième expression de $\overrightarrow{V_{A\in5/4}}$ à l'aide du champ des vitesses. En déduire une relation scalaire liant $\dot{\lambda}$, R_5 et $\dot{\theta}_{54}$.

Q.8. Montrer que l'équation vectorielle obtenue par la fermeture cinématique correspond à l'équation vectorielle dérivée issue de la fermeture géométrique.

La courbe 1 présente les évolutions obtenues par simulation numérique de la position angulaire de la porte (**4**) θ_{40} et de la position angulaire du bras support (**1**) θ_{10} en fonction de l'angle de rotation du moteur θ_m lors de la phase complète de décalage.

On suppose qu'à l'instant initial t = 0s, on se trouve dans la configuration porte fermée pour laquelle on considère que $\theta_m = \theta_{61} = 0$.

On note $\theta^i_{40} = \theta_{40}(t=0)$ et $\theta^i_{10} = \theta_{10}(t=0)$.

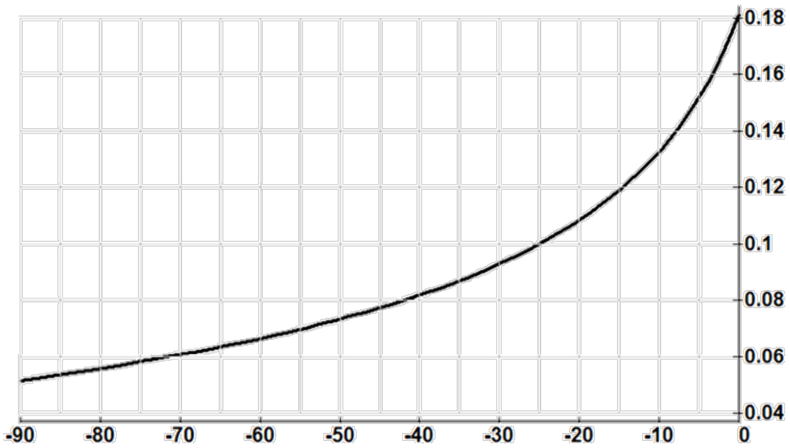


Courbe 1, Evolutions (en °) de $\theta_{40} = f(\theta_{61})$ et $\theta_{10} = f(\theta_{61})$

Q.9. A l'aide des équations scalaires obtenues à l'aide de la fermeture géométrique faire l'application numérique pour la configuration t = 0s afin de déterminer le rayon R_5 ainsi que la valeur de $\lambda(t=0)$ notée λ_0.

Q.10. Déterminer la fréquence de rotation supposée constante du moteur (en $tr.mn^{-1}$) si la durée de la phase de décalage est limitée à 0,3 s.

La courbe 2 présente l'évolution obtenue par simulation numérique du rapport $\dfrac{d\theta_{40}}{d\theta_m}$ en fonction de l'angle de rotation du moteur θ_m.



Courbe 2, Evolution de $\dfrac{d\theta_{40}}{d\theta_{61}} = f(\theta_{61})$

Q.11. Déterminer alors, la plage de variation de la fréquence de rotation de la porte (**4**) par rapport à la caisse (**0**) en $rd.s^{-1}$.

Q.12. Déterminer la norme maximale (en $m.s^{-1}$) de la vitesse en bout de porte (**4**) par rapport à la caisse (**0**) sachant que la porte a une longueur L_4 = 850 mm et une épaisseur e_4 = 40 mm. Conclure vis-à-vis du cahier des charges fonctionnel.

Partie 2 – Etude graphique de la phase de décalage

Afin de satisfaire des contraintes de stabilité, il est nécessaire de limiter la fréquence de rotation $\dot{\theta}_{30}$ de la biellette (**3**) lors du tout début de la phase de décalage. On fait l'hypothèse simplificatrice que la fréquence de rotation, imposée par le choix du moteur est égale à $\dot{\theta}_m$ = - 50 tr/min (sens horaire). Pour les questions suivantes, on utilisera le document réponse 1 fourni. On apportera une attention particulière à la qualité des tracés et au respect de l'échelle donnée. L'utilisation de la couleur est fortement conseillée. Toutes les justifications des tracés seront à développer sur la copie.

Q.13. Sur le document-réponse fourni, définir géométriquement la position des points B, C, I et J dans la configuration porte fermée. Faire apparaître la roue (**6**) et les solides (**3**), (**2**) et (**1**).

Pour la question suivante, on précisera les directions des différents vecteurs vitesse. On respectera l'échelle des vitesses donnée sur le document réponse.

Q.14. Sur le document réponse 1, déterminer graphiquement la vitesse du point I appartenant à la porte (**4**) par rapport à (**1**) $\overrightarrow{V_{I\in 4/1}}$ à partir de la vitesse $\overrightarrow{V_{J\in 6/1}}$.

Q.15. Construire les vitesses $\overrightarrow{V_{I\in 4/0}}$ et $\overrightarrow{V_{I\in 1/0}}$.

Q.16. Après avoir construit le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$, déterminer $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}$. En déduire la valeur de $\dot{\theta}_{30}$ en rd.s^{-1}. Conclure quand au critère du cahier des charges fonctionnel correspondant.

Partie 3 – Etude de la phase d'escamotage

On se place à présent dans la phase d'escamotage pour laquelle on donne la modélisation cinématique. Dans cette phase de vie, la position angulaire du bras support (**1**) par rapport à (**0**) reste celle atteinte par ce solide en fin de la phase de louvoiement.

Données :

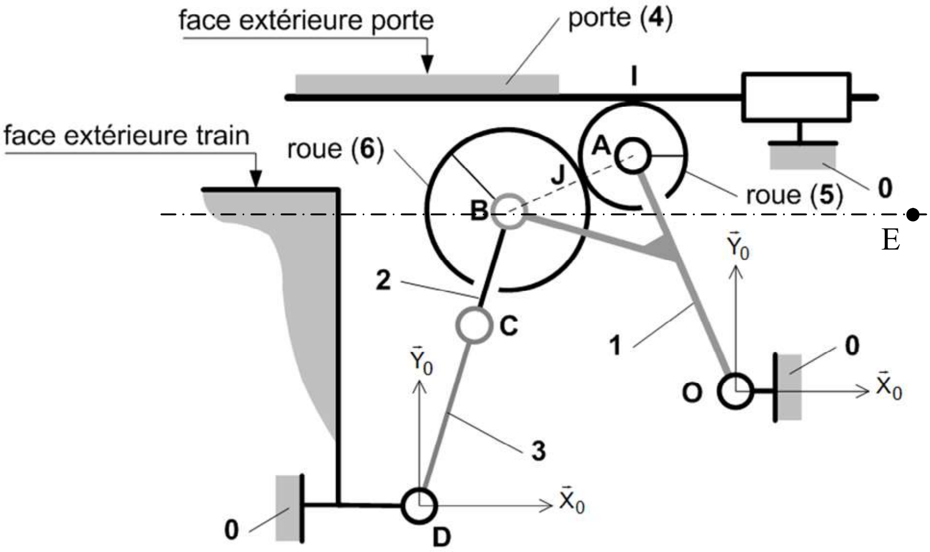
$\overrightarrow{OE} = L_0.\vec{x}_0 + H_0.\vec{y}_0$ avec

$L_0 = 544$ mm et $H_0 = 65{,}8$ mm

$\overrightarrow{OA} = L_1.\vec{y}_1$ avec $L_1 = 149$ mm

$\overrightarrow{AI} = R_5.\vec{x}_4$ avec $R_5 = 29$ mm

épaisseur porte : e_4 = 40 mm.



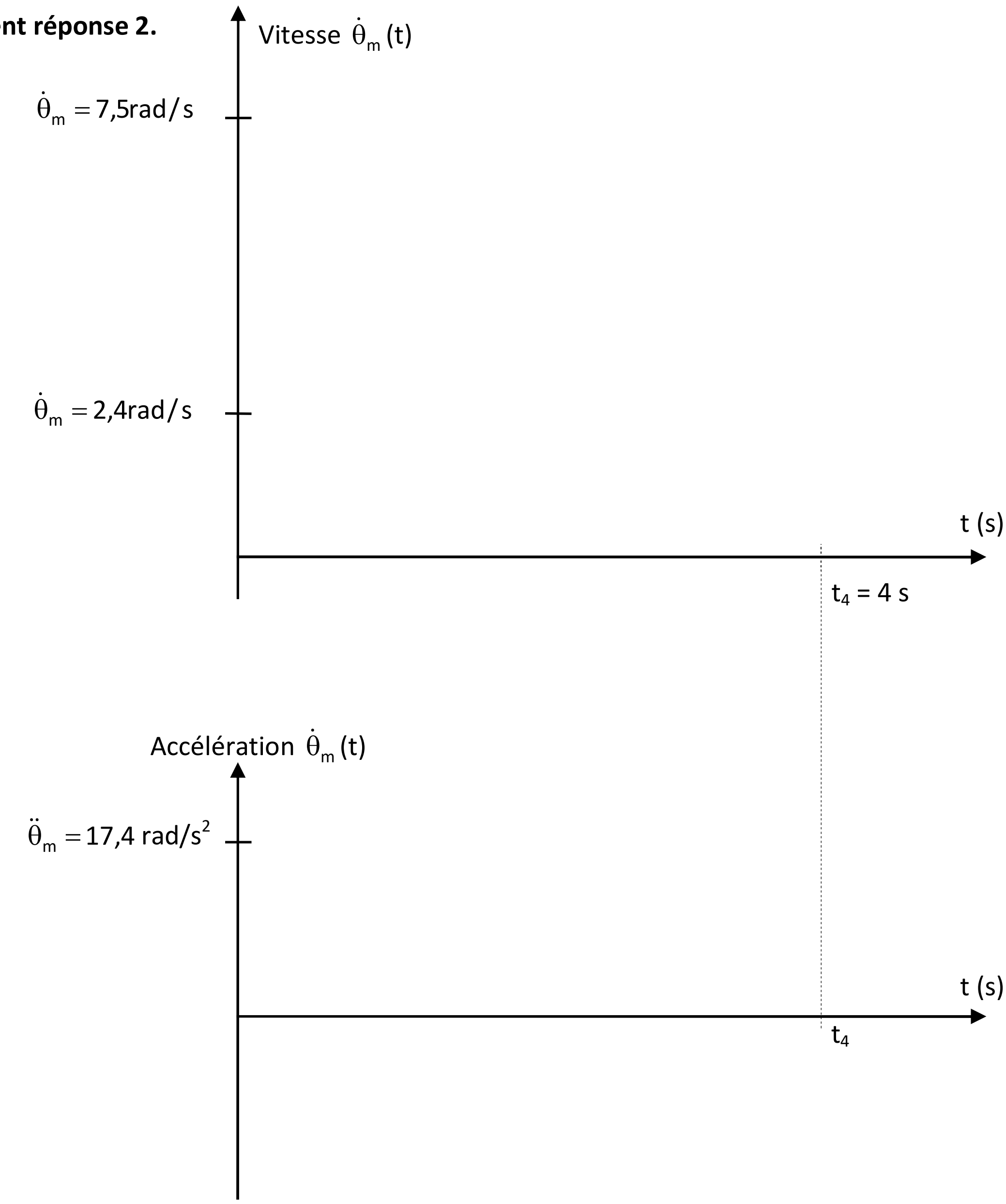
Q.17. Déterminer la valeur constante (en mm) de $\overrightarrow{OI}.\vec{y}_0$ lors de la phase d'escamotage. Valider alors la conformité du critère, noté d, défini par le cahier des charges fonctionnel.

Afin de s'assurer d'une ouverture complète de la porte, on propose une loi de commande en vitesse du moteur. A l'instant initial, on suppose que $\dot{\theta}_m(t=0)=0$. Chronologiquement, la mise en rotation de l'actionneur s'effectue à accélération constante $\ddot{\theta}_m = 17{,}4 \text{ rad/s}^2$ permettant d'atteindre, à l'instant t_1, la vitesse d'escamotage de la porte définie par le cahier des charges. Puis, à l'instant t_2 = 2,8 s, une décélération constante permet d'atteindre à l'instant t_3 = 3,1 s, une vitesse plus faible dite d'accostage définie par le cahier des charges. A l'instant t_4 = 4s, la porte arrive en butée à la vitesse d'accostage assurant une ouverture complète. Afin de garantir le temps d'ouverture, on utilise les valeurs maximales admissibles des vitesses d'escamotage et d'accostage définies par le cahier des charges. On suppose que les valeurs absolues des accélérations et des décélérations sont identiques et que toutes les liaisons sont parfaites.

Q.18. A partir de la description temporelle ci dessus, compléter, document réponse 2, le diagramme en construisant la loi de commande en vitesse $\dot{\theta}_m(t)$ du moteur. Indiquer sur ce graphe les valeurs en rd.s^{-1} de $\dot{\theta}_m(t = t_1)$ et $\dot{\theta}_m(t = t_3)$ ainsi que la valeur de t_1, t_2, t_3 et t_4 en s.

Q.19. A partir de la description temporelle ci dessus, tracer sur un graphe positionné sous la loi de commande en vitesse, le graphe donnant l'évolution de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}_m(t)$ du moteur. Indiquer sur ce graphe les valeurs en rd.s^{-2}.

Document réponse 2.



Document réponse 1.