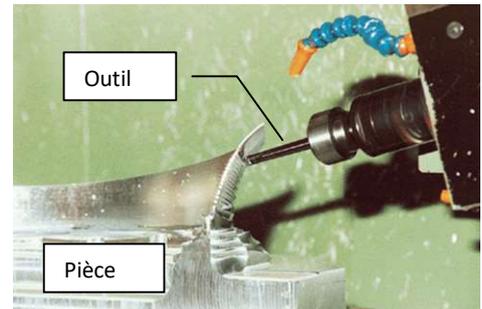


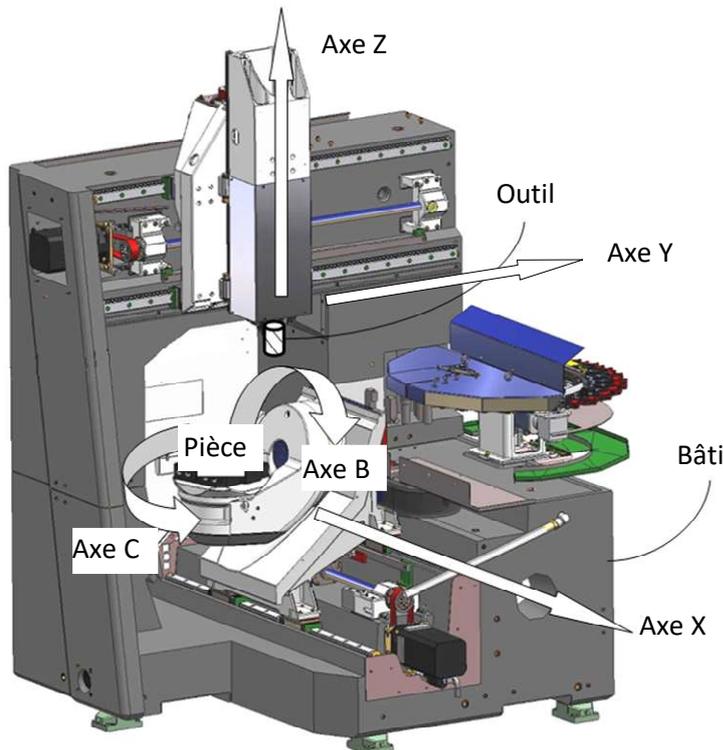
## Etude d'un centre d'usinage grande vitesse 5 axes

(Inspiré du concours ATS GM)

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. On appelle le moyen de production associé à une opération d'usinage une machine outil ou un centre d'usinage. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante.



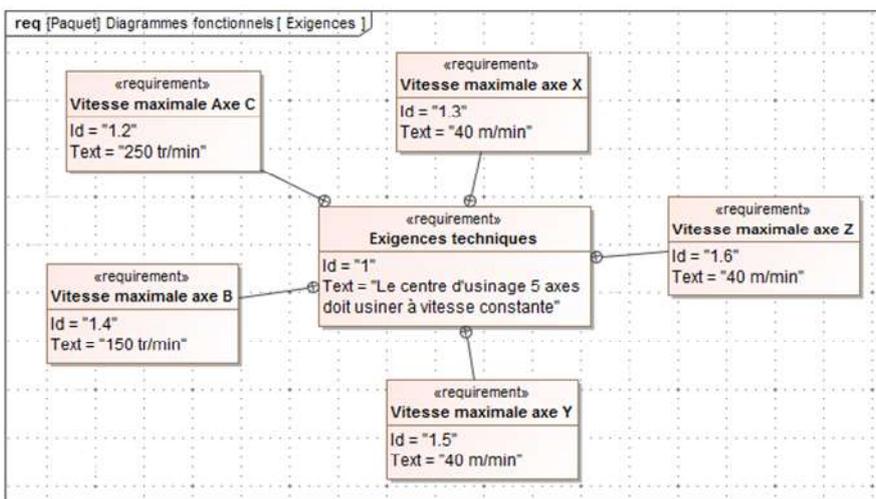
Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.



Exemple de pièce complexe obtenue par usinage

La figure ci-contre est un exemple de machine possédant 3 translations (X, Y et Z) et deux rotations (B et C). Une telle machine est appelée machine 5 axes (un axe est un ensemble qui gère un des mouvements élémentaire, translation ou rotation).

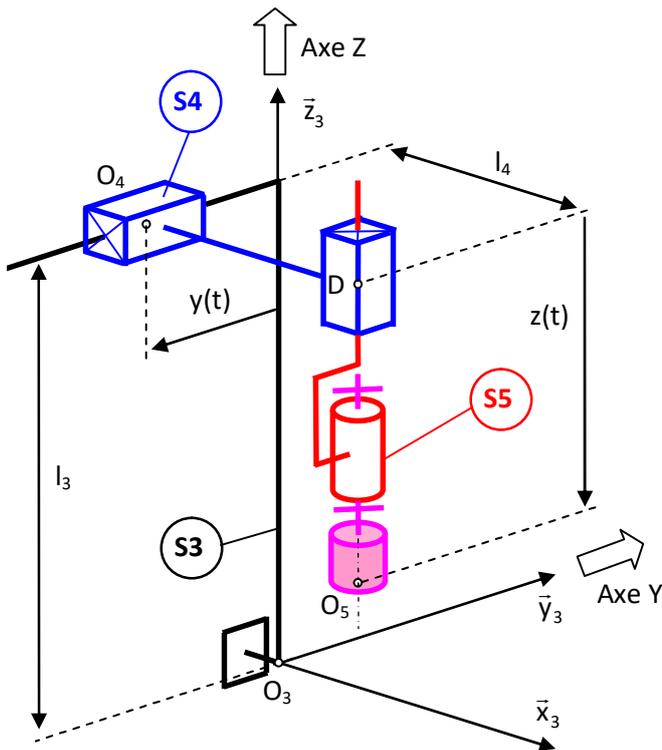
Sur cette machine, 2 axes sont utilisés pour mettre en mouvement l'outil par rapport au bâti (ce sont les translations Y et Z) et 3 axes sont utilisés pour mettre en mouvement la pièce par rapport au bâti (ce sont la translation X et les deux rotations B et C).



	Variable	Course
Axe X	$x(t)$	800mm
Axe Y	$y(t)$	600mm
Axe Z	$z(t)$	500mm
Axe B	$\theta_1(t)$	+30°/-110°
Axe C	$\theta_0(t)$	360°

L'objectif de cette étude est de déterminer les conditions cinématiques à imposer pour respecter le critère de qualité d'usinage du cahier des charges.

La chaîne cinématique pour déplacer l'outil par rapport au bâti est fournie sur la figure suivante.



Les solides S3, S4 et S5 sont associés aux repères suivants :  $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$   
 $R_4(O_4, \vec{x}_4 = \vec{x}_3, \vec{y}_4 = \vec{y}_3, \vec{z}_4 = \vec{z}_3)$   
 $R_5(O_5, \vec{x}_5 = \vec{x}_3, \vec{y}_5 = \vec{y}_3, \vec{z}_5 = \vec{z}_3)$

On pose :  $\vec{O_3O_4} = y \cdot \vec{y}_3 + l_3 \cdot \vec{z}_3$   
 $\vec{O_4D} = l_4 \cdot \vec{x}_4$   
 $\vec{DO_5} = z \cdot \vec{z}_5$

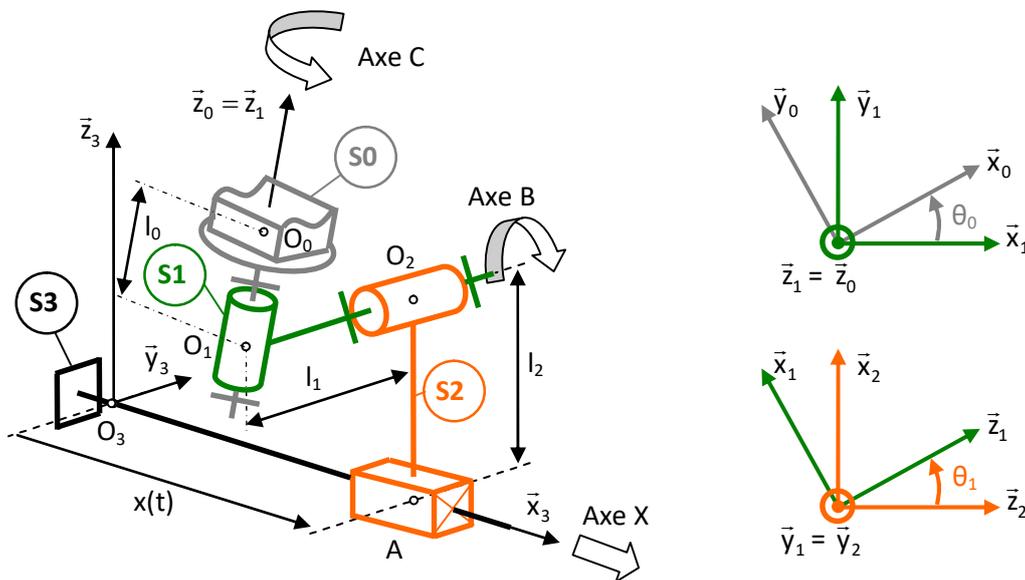
**Q.1.** Exprimer  $\vec{O_3O_5}$  dans la base du référentiel  $R_3$ .

**Q.2.** Définir et caractériser le lieu géométrique du point  $O_5$  (extrémité de l'outil) dans son mouvement par rapport au repère  $R_3$ , lorsque l'on commande les axes Y et Z.

**Q.3.** Donner l'expression de  $\vec{V}_{O_5 \in S/3}$ .

**Q.4.** Calculer la valeur maximale de la norme du vecteur vitesse  $\|\vec{V}_{O_5 \in S/3}\|$ .

La chaîne cinématique pour déplacer la pièce par rapport au bâti est fournie sur la figure suivante.



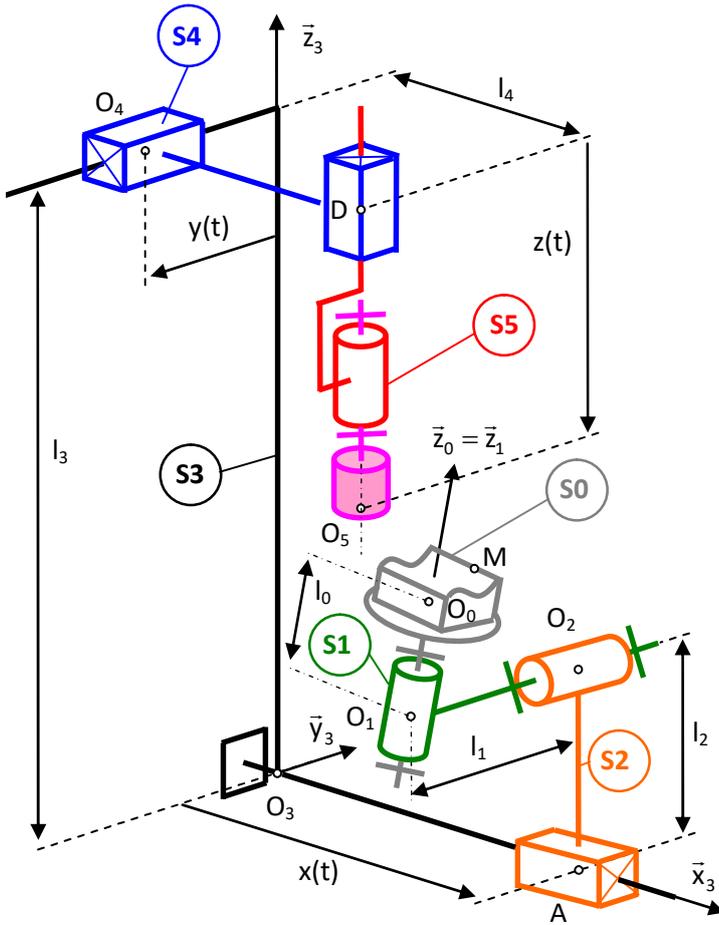
Les solides S3, S2, S1 et S0 sont associés aux repères suivants :  $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  ;  $R_2(O_2, \vec{x}_2 = \vec{x}_3, \vec{y}_2 = \vec{y}_3, \vec{z}_2 = \vec{z}_3)$  ;  $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1 = \vec{y}_2, \vec{z}_1)$  et  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0 = \vec{z}_1)$   
 On pose :  $\vec{O_3A} = x \cdot \vec{x}_3$  ;  $\vec{AO_2} = l_2 \cdot \vec{z}_3$  ;  $\vec{O_2O_1} = -l_1 \cdot \vec{y}_3$  ;  $\vec{O_1O_0} = l_0 \cdot \vec{z}_1$

**Q.5.** Caractériser le lieu géométrique du point  $O_0$  dans son mouvement par rapport au repère  $R_3$  lorsque l'on commande les axes X, B et C.

**Q.6.** Déterminer l'expression de  $\vec{V}_{O_0 \in 0/3}$ .

**Q.7.** Déterminer la valeur maximale de la norme de cette vitesse si  $l_0 = 0,1m$  et  $\dot{x} = 0$ .

La cinématique complète de la machine d'usinage est donnée sur la figure suivante.



La surface usinée est définie comme un ensemble de points M de coordonnées  $(x_M, y_M, z_M)$  dans le repère  $R_0$ .

**Q.8.** Réaliser le graphe des liaisons du système complet.

**Q.9.** Déterminer  $\overrightarrow{\Omega}_{S0/R3}$  dans la base du référentiel  $R_1$ .

On note  $\overrightarrow{V}_{M \in 0/3} = v_{x_M} \cdot \vec{x}_3 + v_{y_M} \cdot \vec{y}_3 + v_{z_M} \cdot \vec{z}_3$

**Q.10.** Déterminer  $v_{y_M}$ , c'est à dire la projection de  $\overrightarrow{V}_{M \in 0/3}$  sur l'axe  $\vec{y}_3$ .

**Q.11.** Déterminer une relation entre  $\overrightarrow{V}_{O_5 \in 5/0}$ ,  $\overrightarrow{V}_{O_5 \in 5/3}$ ,  $\overrightarrow{V}_{M \in 0/3}$  et  $\overrightarrow{\Omega}_{S0/R3}$ .

**Q.12.** Le point  $O_5$  doit se déplacer sur la surface usinée des points M. En déduire une simplification de l'équation de la question précédente.

**Q.13.** Déterminer la contrainte cinématique à appliquer sur  $v_{x_M}$ ,  $v_{y_M}$ ,  $v_{z_M}$ ,  $\dot{y}$  et  $\dot{z}$  pour assurer le critère de qualité d'usinage du cahier des charges.

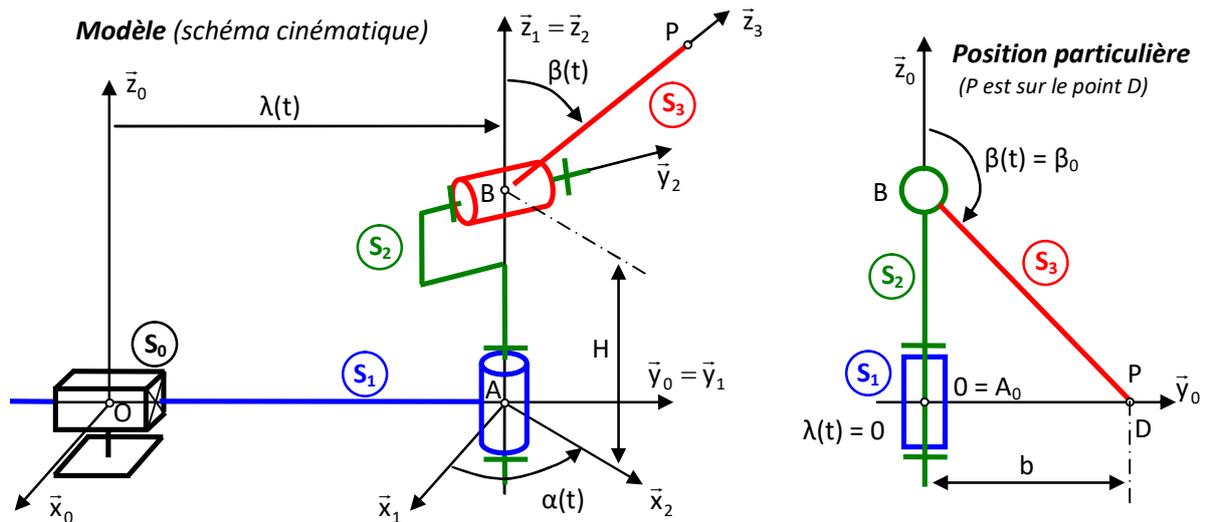
### Robot de peinture

On étudie un robot de peinture de voiture. Ce robot se déplace par rapport à une carrosserie de voiture, et projette dessus de la peinture. L'objectif est de déterminer les lois du mouvement du robot, pour lui permettre de vérifier le critère de vitesse de déplacement relatif (entre le robot et la carrosserie de voiture) du cahier des charges.



Exigences techniques	Critère	Niveau
1.7	Vitesse de déplacement relatif	Vitesse constante

La modélisation cinématique du robot est donnée sur la figure suivante :



Le chariot  $S_1$ , auquel on associe le repère  $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , est en mouvement de translation de direction  $\vec{y}_0$  par rapport au bâti  $S_0$ , de repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . Le corps  $S_2$ , auquel on associe le repère  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , est en mouvement de rotation autour de l'axe  $(B, \vec{z}_0)$  avec le chariot  $S_1$ . Le bras  $S_3$ , auquel on associe le repère  $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , est en mouvement de rotation autour de l'axe  $(B, \vec{y}_2)$  avec le corps  $S_2$ .

**Q.1.** Construire les figures planes de repérage/paramétrage puis exprimer les vecteurs vitesse instantanée de rotation  $\vec{\Omega}_{1/0}, \vec{\Omega}_{2/1}, \vec{\Omega}_{3/2}$ .

**Q.2.** Déterminer  $\vec{V}_{A,1/0}, \vec{V}_{B,2/0}$  et  $\vec{V}_{P,3/0}$ .

On désire que  $P$  décrive la droite  $(D, \vec{x}_0)$  à vitesse constante, conformément au cahier des charges. On a  $\vec{OD} = b \cdot \vec{y}_0$  avec  $b = \sqrt{(L^2 - H^2)}$ .

**Q.5.** Représenter le robot en position extrême (lorsque  $A$  est en  $D$  et  $P$  sur  $(D, \vec{x}_0)$ ).

**Q.6.** Traduire, à l'aide de l'expression de  $\vec{V}_{P,3/0}$  exprimé dans le repère  $R_0$ , le fait que  $P$  se déplace à la vitesse  $V$  selon  $\vec{x}_0$ .

**Q.7.** En constatant que  $\dot{\beta} = 0$ , exprimer alors  $\dot{\lambda}$  et  $\dot{\alpha}$  en fonction de  $L, V, \alpha$  et  $\beta_0$ .

**Q.8.** A l'aide de la figure précédente, exprimer  $\beta_0$  en fonction de  $b$  et  $L$ .

**Q.9.** Exprimer  $\dot{\lambda}$  et  $\dot{\alpha}$  en fonction de  $V, b$  et  $\alpha$ .

## Validation des performances d'un hélicoptère Écureuil

Un hélicoptère est un système industriel permettant de transporter des personnes et des marchandises par voie aérienne. Il se distingue d'un avion par son mode de propulsion, qui prend largement appui sur les pales de son rotor principal, lui permettant en outre de voler en vol stationnaire.



Hélicoptère de type écureuil

On s'intéresse à un hélicoptère écureuil dont on donne une partie de la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel dans sa phase de vie vol en translation horizontale en régime établi (vitesse constante) par rapport au sol.

L'objectif est de vérifier que l'hélicoptère de type écureuil atteint le critère de vitesse de déplacement du cahier des charges.

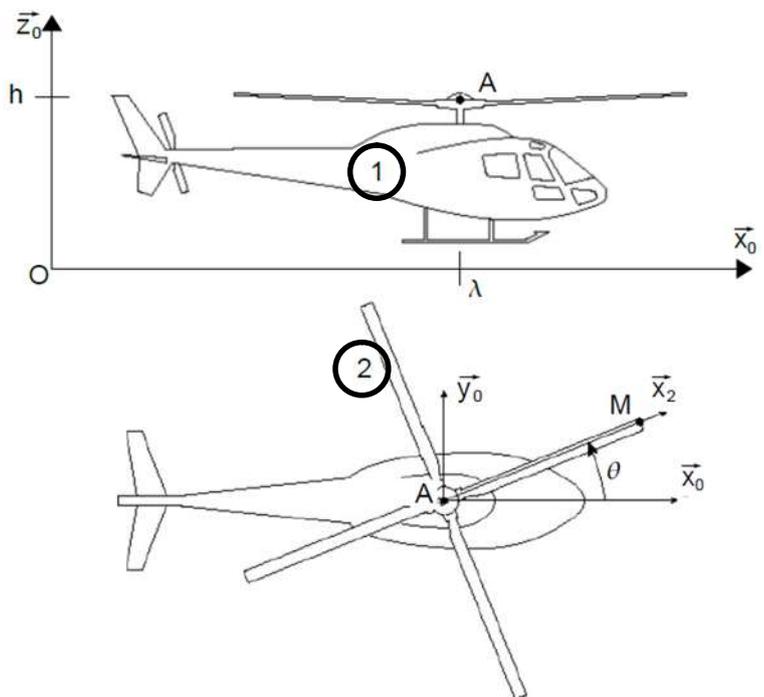
Exigence	Critère	Niveau
E1	... Vitesse de déplacement ...	... 290km/h ...

Pour cette étude on considère que l'hélicoptère 1 se déplace en translation rectiligne à la vitesse horizontale  $\vec{V}_{A \in 1/0} = V \cdot \vec{x}_0$  par rapport au sol 0 ( $V = \text{cte}$ ).

Le repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est associé au sol.

Le repère  $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est associé au solide 1 avec A point placé sur l'axe de rotation du rotor 2 par rapport à l'hélicoptère 1 tel que  $\vec{OA} = h \cdot \vec{z}_0 + \lambda(t) \cdot \vec{x}_0$ .

Le rotor principal 2 de l'hélicoptère comporte 4 pales. Soit  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  repère en rotation par rapport à  $R_1$  d'un angle  $\theta$  autour de l'axe  $(A, \vec{z}_2)$ .



La vitesse angulaire (constante) du rotor par rapport à l'hélicoptère est notée  $\dot{\theta} = \omega$ . Soit M le point situé à l'extrémité d'une pale tel que  $\vec{AM} = R \cdot \vec{x}_2$ .

**Q.1.** Déterminer les expressions littérales du torseur cinématique  $\{v_{1/0}\}$  au point A et celle du torseur cinématique  $\{v_{2/1}\}$  au point A.

**Q.2.** En déduire le torseur cinématique  $\{v_{2/0}\}$  au point A.

**Q.3.** En déduire  $\vec{V}_{M \in 2/0}$  par le champ des vitesses.

**Q.4.** Retrouver  $\overrightarrow{V_{M \in 2/0}}$  par le calcul direct.

**Q.5.** Déterminer la norme de  $\overrightarrow{V_{M \in 2/0}}$  puis déterminer la vitesse maximale  $V_{\max}$  (préciser pour quelle position angulaire cette vitesse est atteinte) en fonction de  $R$ ,  $V$  et  $\omega$ .

**Q.6.** La vitesse angulaire du rotor principal est de 370 tours/min. La longueur d'une pale est  $R = 5,1$  m. Déterminer la valeur numérique de la vitesse maximale en km/h.

**Q.7.** Sachant que la pale de l'hélicoptère ne doit pas dépasser 85% de la vitesse du son, conclure quant à la capacité de l'hélicoptère à satisfaire le critère de vitesse de déplacement du cahier des charges.