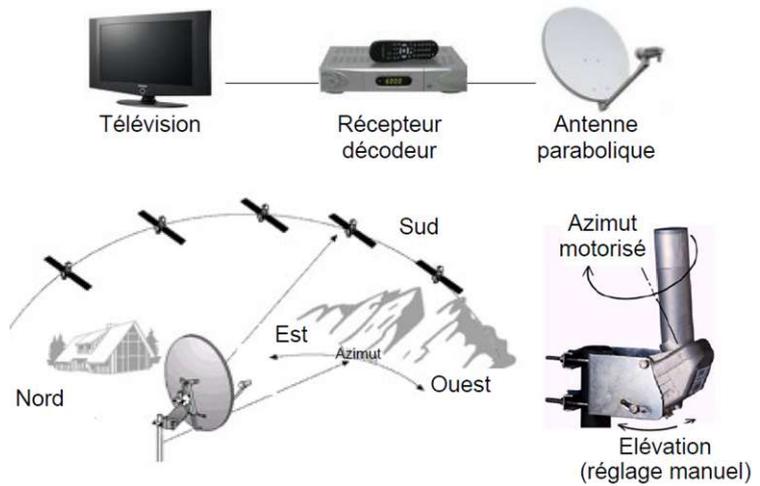
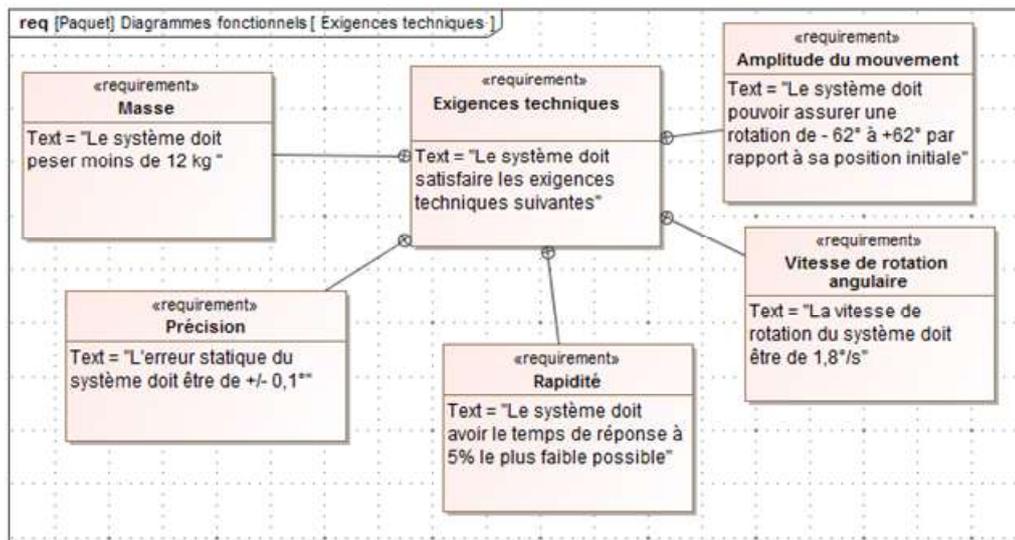


## Etude d'une antenne parabolique

La réception de chaînes de télévision par satellite nécessite un récepteur / décodeur et une antenne parabolique. Pour augmenter le nombre de chaînes reçues, l'antenne doit pouvoir s'orienter vers un plusieurs satellites différents. Le satellite choisi dépend de la chaîne demandée. Tous les satellites de radiodiffusion sont situés sur l'orbite géostationnaire à 36000 km au dessus de l'équateur. Le réglage de l'orientation l'antenne ne nécessite donc qu'une seule rotation, autour d'un axe appelé axe d'azimut.

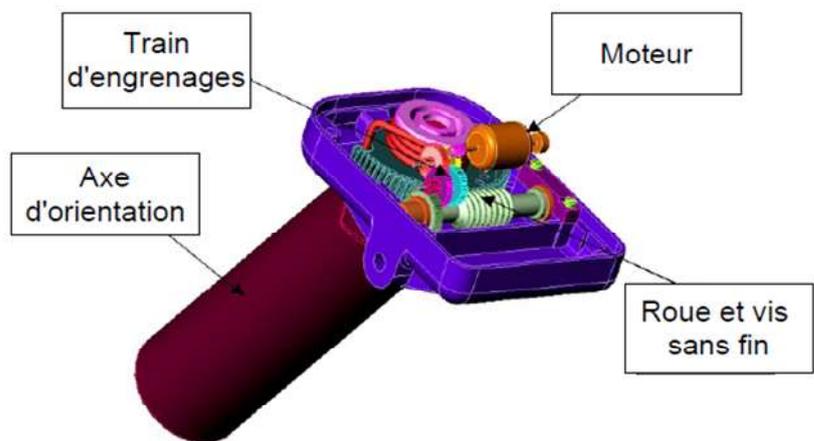


On donne une description structurelle du système ainsi qu'un extrait partiel de cahier des charges fonctionnel.



L'axe d'orientation d'azimut utilise un dispositif de réduction de vitesse (engrenages et roue et vis sans fin). Si on note  $\omega_a(t)$  la vitesse de rotation de l'axe d'orientation et  $\omega_m(t)$  la vitesse de rotation du moteur, on a la relation suivante :

$$\frac{\omega_a(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{N} = \frac{1}{23328}$$



Le modèle de connaissance du moteur à courant continu est le suivant :

$$u_m(t) = e_m(t) + R_m \cdot i_m(t) + L_m \cdot \frac{di_m(t)}{dt} \quad e_m(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad J_m \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \quad C_m(t) = K_c \cdot i_m(t)$$

Avec :

- $u_m(t)$  : tension aux bornes du moteur (en V)
- $e_m(t)$  : force contre-électromotrice (en V)
- $i_m(t)$  : intensité (en A)

- $R_m$  : résistance électrique du moteur (9,1 Ω)
- $L_m$  : inductance du moteur
- $K_e$  : constante de force contre-

$\omega_m(t)$  : vitesse de rotation du moteur (en rad/s)

électromotrice (0,022 V.rad<sup>-1</sup>.s)

$C_m(t)$  : couple moteur (en N.m)

$K_c$  : constante de couple (0,022 N.m.A<sup>-1</sup>)

$J_m$  : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (en kg.m<sup>2</sup>)

**Q.1.** Exprimer ces équations dans le domaine de Laplace. Toutes les conditions initiales seront nulles, et considérées comme telles dans la suite de l'exercice.

**Q.2.** Réaliser le schéma-bloc du moteur.

**Q.3.** Déterminer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ . Montrer que  $H(p)$  peut se mettre sous la forme

canonique  $H(p) = \frac{K}{(1 + \frac{2.z}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2)}$ . Déterminer les valeurs littérales  $K$ ,  $z$  et  $\omega_0$  en fonction des constantes

fournies.

On note  $\tau_e = \frac{L_m}{R_m}$  la constance de temps électrique du moteur, et  $\tau_m = \frac{R_m \cdot J_m}{K_e \cdot K_c}$ . On suppose que le temps d'établissement du courant est bien inférieure au temps de mise en mouvement de toute la mécanique, ce qui revient à dire que  $\tau_e \ll \tau_m$ .

**Q.4.** Montrer alors que la fonction de transfert du moteur peut s'écrire  $H(p) \approx \frac{K}{(1 + \tau_e \cdot p) \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$ .

On soumet le moteur à un échelon de tension d'amplitude  $U_0$  :  $u_m(t) = U_0 \cdot u(t)$ .

**Q.5.** Justifier que la fonction  $\omega_m(t)$  aura une tangente à l'origine horizontale.

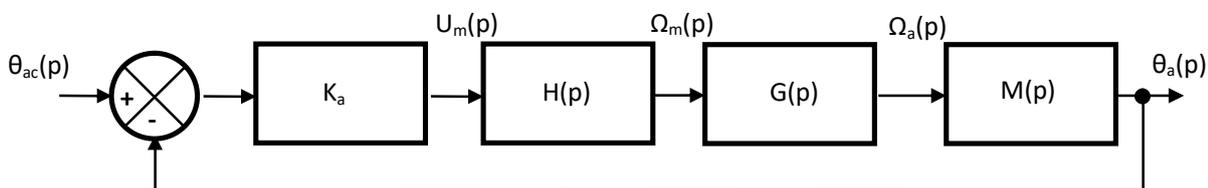
Par la suite on ne considère que le pôle dominant et on approxime la fonction  $H(p)$  par  $\frac{K}{(1 + \tau_m \cdot p)}$ .

**Q.6.** Déterminer l'expression analytique de  $\omega_m(t)$ , en fonction de  $K$ ,  $\tau_m$  et  $U_0$ .

On donne  $\tau_m = 0,012$  s et  $K = 45$ rad.s<sup>-1</sup> .V<sup>-1</sup>. La tension nominale d'utilisation est  $U_0 = 18$ V.

**Q.7.** Montrer que le moteur n'excède pas sa valeur limite de rotation, qui est de 8000 tr/min.

Après manipulation du schéma bloc pour se placer à retour unitaire, on utilise le schéma bloc simplifié suivant ( $\theta_{ac}$  est l'angle consigne que l'on souhaite faire prendre à l'antenne ;  $\theta_a$  réel de l'antenne, défini par  $\omega_a(t) = \frac{d\theta_a(t)}{dt}$  ;  $K_a$  est un gain constant).



**Q.8.** Déterminer les fonctions de transfert de  $G(p)$  et  $M(p)$ .

**Q.9.** Déterminer la fonction de transfert boucle fermée  $\frac{\theta_a(p)}{\theta_{ac}(p)}$ , montrer que c'est une fonction du 2<sup>ème</sup> ordre et déterminer l'expression littérale de son gain  $K_T$ , de son coefficient d'amortissement  $z_T$  et de sa pulsation propre non amortie  $\omega_{0T}$ .

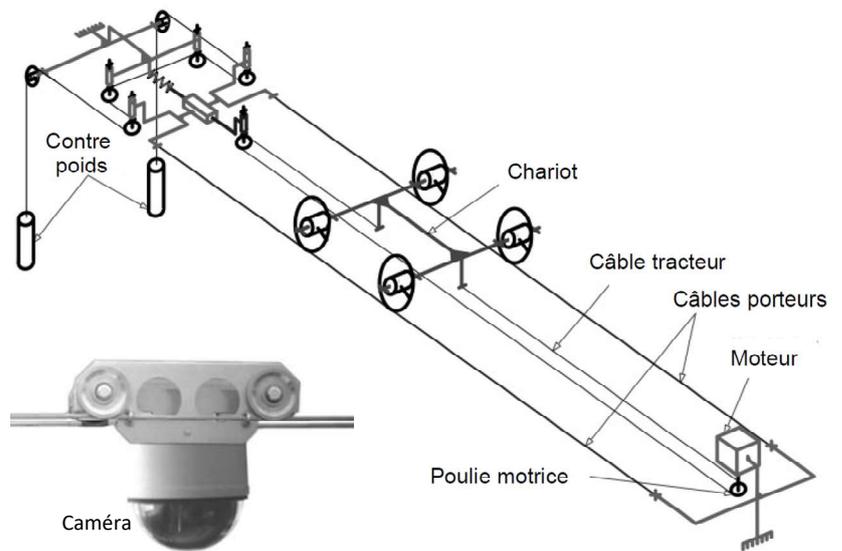
**Q.10.** Montrer que le système vérifie le critère de précision de positionnement du cahier des charges.

**Q.11.** Déterminer  $K_a$  pour que le système puisse satisfaire le critère de rapidité du cahier des charges.

## Caméra de vidéo surveillance

On s'intéresse à un système de vidéo surveillance dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.

Le système est composé d'un chariot mobile sur quatre roues posé sur deux câbles porteurs d'une longueur de 100 m. Ces câbles servent également à alimenter la caméra et ses moteurs d'orientations qui sont liés au chariot. Un câble tracteur dont les deux extrémités sont attachées au chariot est actionné par un moteur à courant continu fixé au bâti. Deux contre poids maintiennent les câbles porteurs en tension. Le chariot transporte une caméra dont l'orientation peut être pilotée à distance par le télésurveilleur.



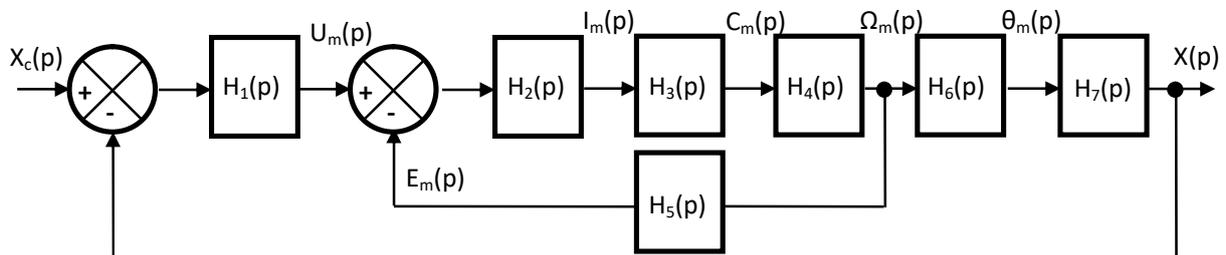
Le chariot embarque le système de communication sans fil. Le zoom de la caméra peut réduire l'angle de champ (ou angle de vue) jusqu'à 1,8°. Le stabilisateur d'image incorporé ne permet de corriger des tremblements que sur un tiers de la largeur ou de la hauteur des images.

Exigences	Critère	Niveau
E.1	Vitesse de déplacement du chariot Précision de positionnement du chariot	2 m/s maxi Erreur nulle pour entrée échelon

**Q.1.** Calculer en mètres, le champ observable à 100 m avec le plus fort grossissement.

**Q.2.** Expliquer qualitativement en quelques lignes ce qui pourrait provoquer un tangage du système (basculement alternatif autour de lui-même d'avant en arrière).

On donne ci-dessous le schéma bloc simplifié modélisant le problème. Ce schéma bloc à retour unitaire est obtenu après manipulation du schéma bloc initial.



$X_c(p)$  est le déplacement consigne que l'on souhaite faire prendre au système, et  $X(p)$  est le déplacement réel du système.

On donne le modèle de connaissance du moteur courant continu :

$$u_m(t) = e_m(t) + R \cdot i_m(t) \quad e_m(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad J_m \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \quad C_m(t) = K_c \cdot i_m(t)$$

Avec :  $u_m(t)$  : tension aux bornes du moteur (en V)

$e_m(t)$  : force contre-électromotrice (en V)

$i_m(t)$  : intensité (en A)

- $\omega_m(t)$  : vitesse de rotation de la vis en sortie de moteur (en rad/s)
- $C_m(t)$  : couple moteur (en N.m) (un couple est une action mécanique qui tend à faire tourner)
- $J_m$  : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (en kg.m<sup>2</sup>)
- R : résistance électrique du moteur ( $\Omega$ )
- $K_e$  : constante de force contre-électromotrice (V.rad<sup>-1</sup>.s)
- $K_c$  : constante de couple (N.m.A<sup>-1</sup>).

**Q.3.** Exprimer ces équations dans le domaine de Laplace, en considérant que toutes les conditions initiales sont nulles.

**Q.4.** En déduire l'expression des fonctions de transfert  $H_2(p)$ ,  $H_3(p)$ ,  $H_4(p)$  et  $H_5(p)$ .

**Q.5.** Déterminer la fonction de transfert  $\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ . En déduire  $K_m$  et  $T_m$  du moteur.

**Q.6.** Déterminer  $\omega_m(t)$  lorsque  $u_m(t)$  est un échelon de tension d'amplitude  $u_m(t) = U_0.u(t)$

**Q.7.** Représenter l'allure graphique de  $\omega_m(t)$  de la question précédente, en indiquant dessus toutes les valeurs caractéristiques.

**Q.8.** A l'aide du schéma bloc, donner la fonction du transfert  $H_6(p)$ .

On donne  $H_1(p) = K_1$  et  $H_7(p) = K_7$ , constantes.

**Q.9.** Exprimer la fonction de transfert du schéma bloc complet  $\frac{X(p)}{X_c(p)}$ . Le mettre sous forme canonique.

Après avoir réalisé l'application numérique à l'aide des données constructeur on obtient une fonction de transfert de la forme :  $\frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{1}{(1 + T_1.p).(1 + T_2.p)}$  avec  $T_1 = 0,1$  s et  $T_2 = 0,005$  s.

**Q.10.** Déterminer l'expression analytique de  $x(t)$  lorsque le système est soumis à un échelon de position  $x_c(t) = x_{c0}.u(t)$ .

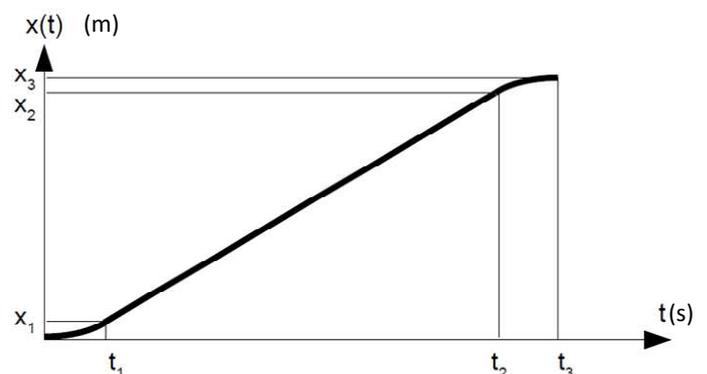
**Q.11.** Pour  $x_{c0} = 50$  m calculer la limite en  $+\infty$  de  $x(t)$ , conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de précision de positionnement du cahier des charges.

**Q.12.** En négligeant le terme exponentiel en  $T_2$  devant le terme exponentiel en  $T_1$ , déterminer numériquement le temps de réponse à 5% du système. Justifier a posteriori que le terme négligé était effectivement négligeable.

Sur une distance parcourue de 15 m, le déplacement du chariot suit la loi ci contre.

- $t_1 = 2$  s
- $t_2 = 14$  s
- $t_3 = 16$  s
- $x_1 = 0,3$  m
- $x_2 = 14,7$  m
- $x_3 = 15$  m

**Q.13.** Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de vitesse de déplacement du cahier des charges.

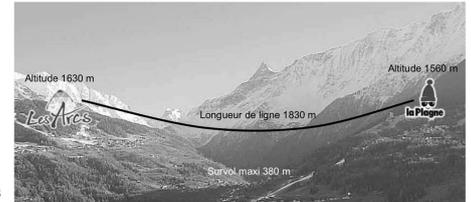
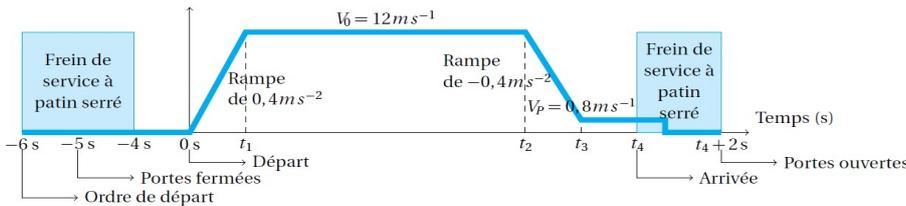


## Téléphérique Vanoise express

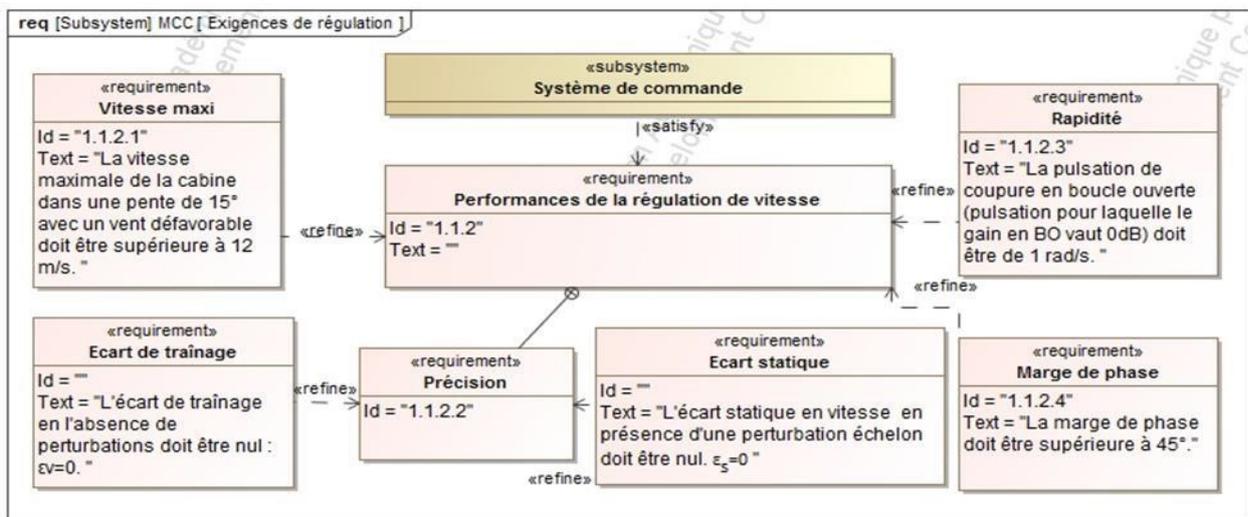
(D'après concours Mines-Ponts PSI)

Au moment de sa mise en service en 2003, le téléphérique Vanoise Express reliant les domaines skiables de la Plagne et des Arcs était le plus grand téléphérique sans pylônes du monde.

Afin d'assurer la sécurité et les performances de la liaison entre les stations, le mouvement de la cabine doit être asservi pour correspondre rigoureusement à un profil type tel que présenté par la figure ci-dessous.



L'objectif de ce sujet est de modéliser le système de traction de la cabine avec son système de commande de la cabine afin de vérifier si la correction utilisée dans le système de commande est adaptée vis-à-vis des contraintes de précision du cahier des charges.



Le système de traction de la cabine dispose de deux moteurs à courant continu asservis en vitesse. On suppose que les deux moteurs sont et fonctionnent de manière parfaitement identique. Par conséquent, le modèle de connaissance de cet ensemble de deux moteurs est le suivant :

$$u(t) = e(t) + R.i(t) \quad ; \quad e(t) = K_e.\omega_m(t) \quad ; \quad C_m(t) = K_t.i(t) \quad ; \quad 2.C_m(t) - C_r(t) = J. \frac{d\omega_m(t)}{dt}$$

Où :

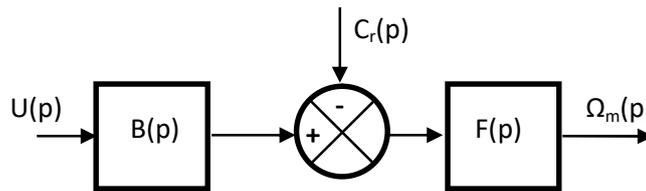
- $u(t)$  est la tension d'alimentation des deux moteurs ;
- $e(t)$  est la force contre électromotrice d'un moteur ;
- $R = 0,0386 \Omega$  est la résistance interne d'un moteur ;
- $K_t = 5,73 \text{ N.m/A}$  est la constante de couple d'un moteur ;
- $K_e = 5,73 \text{ rad/(s.V)}$  est la constante de vitesse d'un moteur ;
- $\omega_m(t)$  est la vitesse de rotation d'un moteur ;
- $C_m(t)$  est le couple délivré par un moteur ;
- $i(t)$  est le courant dans un moteur.

Une étude préliminaire a permis de déterminer l'équation dynamique :  $2.C_m(t) - C_r(t) = J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}$  dans laquelle  $C_r(t)$  représente le couple de perturbation généré par l'ensemble des phénomènes s'opposant au mouvement ramené sur l'axe des moteurs et  $J = 800 \text{ Kg.m}^2$  est le moment d'inertie équivalent de toutes les pièces en mouvement ramené sur l'axe des moteurs.

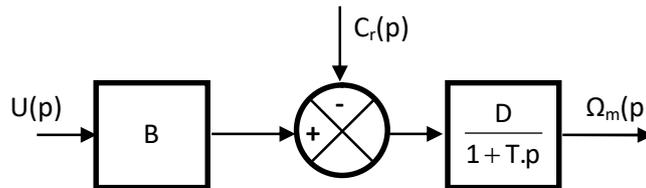
**Q.1.** Compléter alors le schéma bloc du document réponse DR1 en précisant les grandeurs physiques d'entrées et de sortie de chacun des blocs.

**Q.2.** En utilisant le théorème de superposition établir la relation  $\Omega_m(p) = F_1(p).U(p) + F_2(p).C_r(p)$  où l'on précisera les expressions de  $F_1(p)$  et  $F_2(p)$ .

**Q.3.** Déterminer ensuite l'expression des fonctions de transfert  $B(p)$  et  $F(p)$  afin de mettre le schéma bloc des moteurs sous la forme suivante ci dessous. Donner ensuite l'ordre et la classe de  $B(p)$  et  $F(p)$



Pour la suite de l'étude on considérera que le comportement d'un moteur peut être modélisé par le schéma simplifié ci-dessous, où  $B = 297 \text{ N.m.V}^{-1}$ ;  $D = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  et  $T = 0,47\text{s}$ .



La consigne de vitesse  $V_c(t)$  est convertie en tension par un convertisseur de gain  $F$ . Cette tension  $p_c(t)$  est ensuite comparée à  $p_m(t)$  (image de la vitesse  $\omega_m(t)$  des moteurs) fournie par une génératrice tachymétrique de gain  $\mu = 0,716 \text{ V.s.rad}^{-1}$ . L'écart  $\varepsilon(t)$  à la sortie du comparateur est alors traité par un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$ . On supposera ici qu'il s'agit d'un correcteur proportionnel  $C(p) = C_0$ . Le signal en sortie de correcteur est alors amplifié par un amplificateur de gain  $A = 14,1$  assurant l'alimentation des moteurs. A la sortie des moteurs, un ensemble {réducteur + poulie} transforme le mouvement de rotation en translation du câble. Cette transmission sera modélisée par un gain pur  $E = 0,1 \text{ m}$ .

**Q.4.** Compléter, document réponse DR2, le schéma bloc complet du système.

**Q.5.** Déterminer le gain de l'adaptateur permettant au système d'être bien asservi.

**Q.6.** Par manipulation du schéma-bloc, mettre le schéma sous la forme du schéma à retour unitaire donné figure 3 où les expressions des gains  $A'$  et  $G$  sont à déterminer.

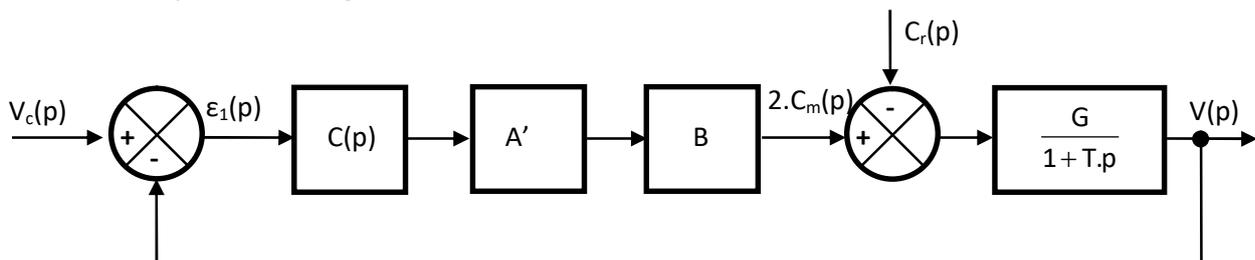


Figure 3

**Etude du système en poursuite**

**Q.7.** Déterminer la fonction de transfert en poursuite.

**Q.8.** Montrer que l'écart  $\varepsilon_1(p)$  défini figure 3 vaut  $\frac{V_c(p)}{1 + FTBO(p)}$  avec FTBO(p) fonction de transfert boucle ouverte lors du problème de poursuite.

**Q.9.** L'erreur statique  $e_s$  (poursuite) peut se calculer sur ce problème en faisant la limite suivante :  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon_1(t)$ . En appliquant le théorème de la valeur finale, déterminer l'expression de l'erreur statique en poursuite en régime permanent pour une entrée échelon d'amplitude  $V_0 = 12 \text{ m.s}^{-1}$ .

**Etude du système en régulation**

**Q.10.** Déterminer la fonction de transfert en régulation.

**Q.11.** L'erreur statique  $e_s$  (regulation) peut se calculer sur ce problème en faisant le calcul suivant :  $\lim_{t \rightarrow +\infty} (V_c(t) - V(t))$ . En appliquant le théorème de la valeur finale, déterminer l'expression de l'erreur statique en régulation en régime permanent pour une perturbation échelon d'amplitude  $C_{r0}$ . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

**Validation de la correction mise en place dans le système de commande**

L'utilisation d'un correcteur proportionnel ne permettant pas de respecter l'exigence de précision du cahier des charges, on utilise un correcteur proportionnel intégral pur  $\frac{C_1}{p}$  avec  $C_1 = 1$ .

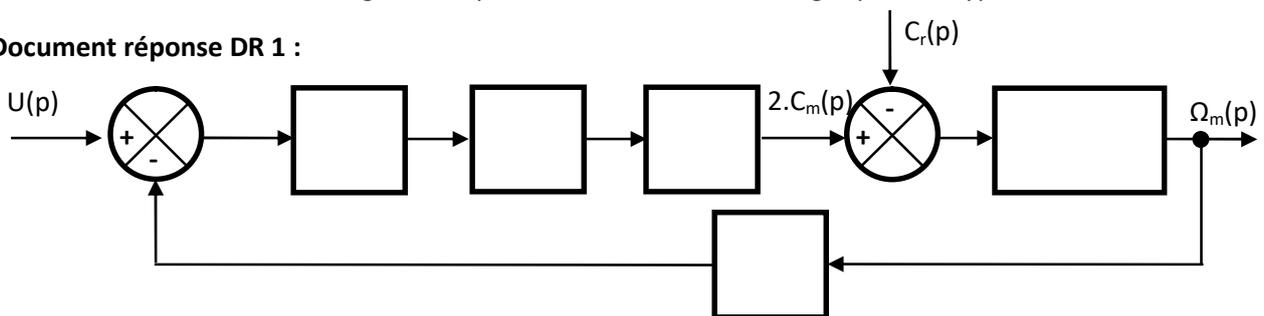
**Q.12.** Calculer alors la nouvelle fonction de transfert en poursuite en identifiant les coefficients K, z et  $\omega_0$ . Faire l'application numérique pour les coefficients K, z et  $\omega_0$ .

On donne document réponse DR3 la réponse du système à un échelon de vitesse d'amplitude  $V_0 = 12 \text{ m.s}^{-1}$ .

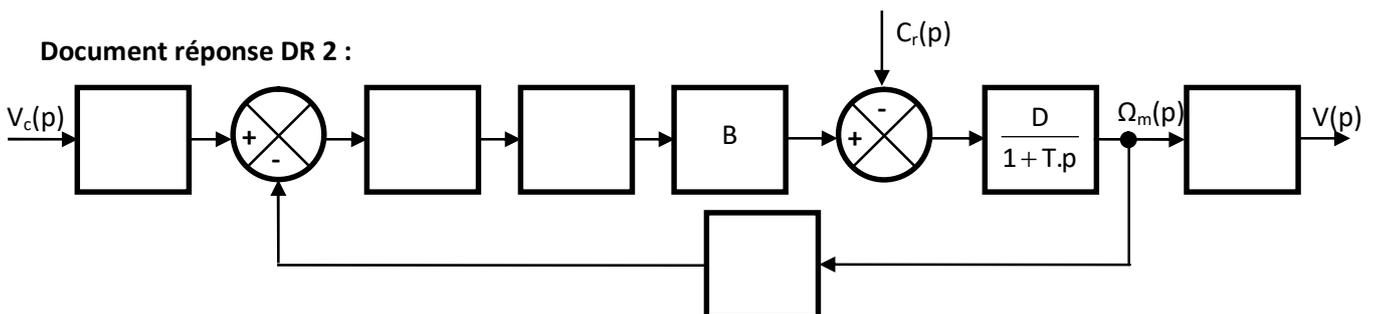
**Q.13.** En analysant la courbe du document réponse DR3, identifier les valeurs numériques des coefficients K, z et  $\omega_0$ . Justifier votre réponse en faisant apparaître les tracés sur la courbe et sur les abaqués.

**Q.14.** Conclure vis-à-vis de l'exigence de précision du cahier des charges pour ce type de correcteur.

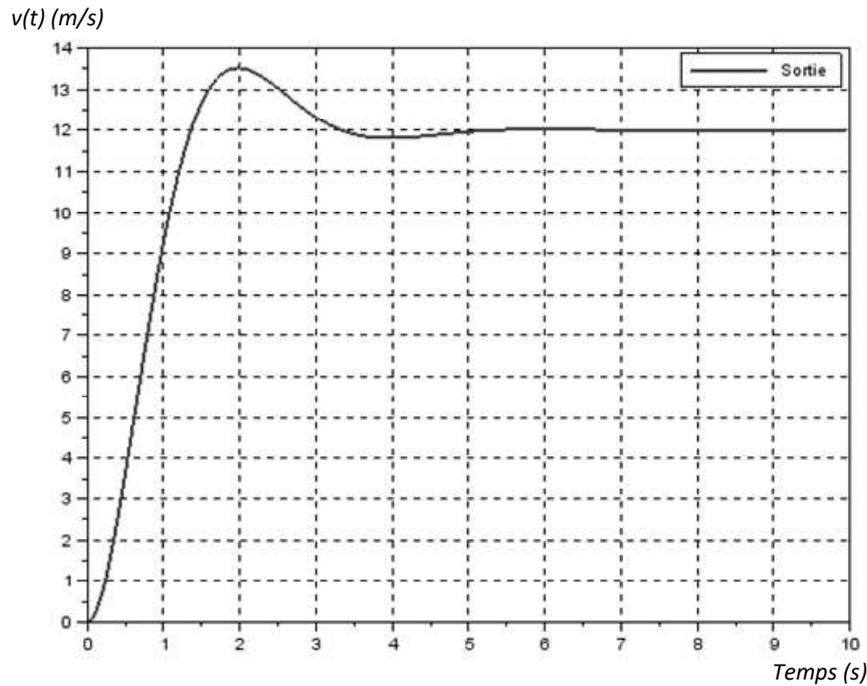
**Document réponse DR 1 :**



**Document réponse DR 2 :**



**Document réponse DR 3 :**



**Système de freinage de l'Airbus A318**

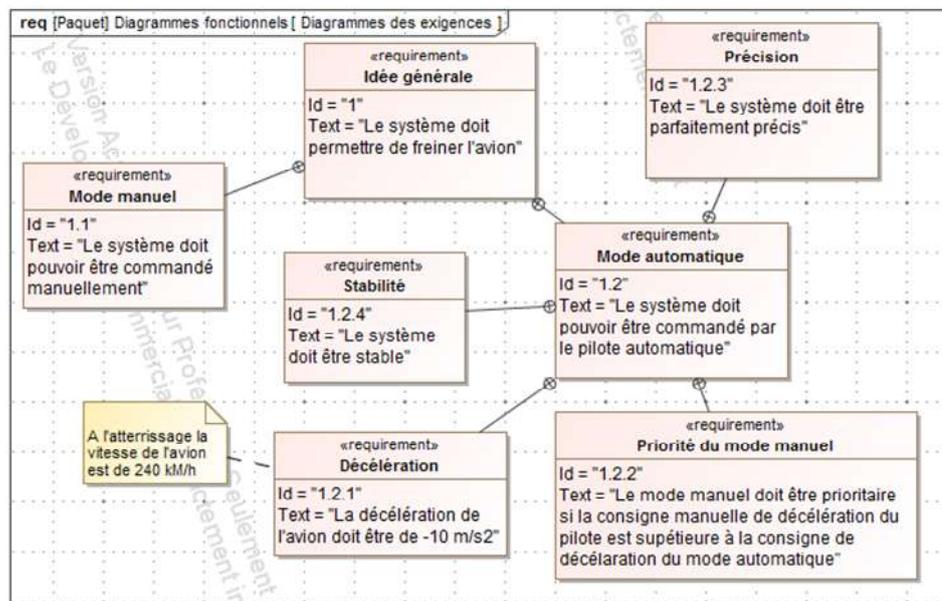
(D'après CCINP MP)

On s'intéresse au système de freinage des roues d'un Airbus A318 dont on donne une description structurale ainsi qu'un extrait partiel de cahier des charges.

Le freinage est une des fonctions vitales d'un avion, au même titre que la propulsion ou la sustentation. C'est notamment grâce au système de freinage que l'avion peut s'immobiliser après l'atterrissage (le pilote actionne aussi dans ce cas les inverseurs de poussée des moteurs et les aérofreins).



On s'intéresse dans le sujet uniquement à la phase de décélération du mode automatique et plus particulièrement à l'asservissement en décélération du système de freinage de l'avion.



Bien que les variables manipulées dans la partie commande du système soient normalement des variables numériques, on les considèrera dans tout le sujet comme étant des variables analogiques et le modèle étudié sera considéré linéaire, continu et invariant.

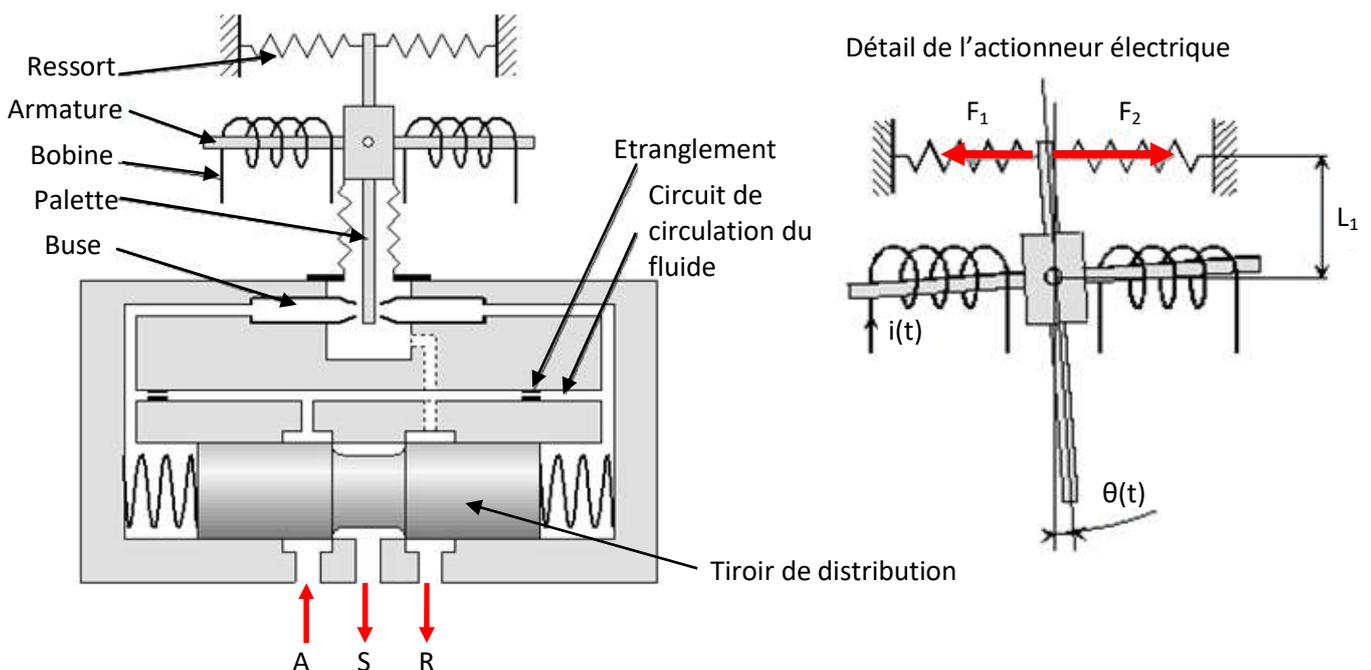
L'utilisateur donne une consigne de décélération  $a_c(t)$  convertie en une image en tension  $u_c(t)$  par le transcodeur,  $u_c(t)$  est ensuite comparée à la valeur  $u_a(t)$  fournie par l'accéléromètre et qui correspond à l'image de la décélération réelle de l'avion  $a(t)$ . Le calculateur génère à partir de cet écart  $\varepsilon(t)$ , une commande  $i(t)$  pour la servovalve. Celle-ci fournit alors la pression  $P_h(t)$  au système de freinage qui entraîne alors la décélération  $a(t)$  de l'avion.

**Q.1.** Réaliser un schéma-bloc fonctionnel de l'asservissement en décélération à partir des indications ci-dessus. On prendra  $a_c(t)$  comme entrée et  $a(t)$  comme sortie.

### A. Modélisation en SLCI de la servovalve électro-hydraulique

La servovalve électro-hydraulique dont on donne une description structurelle ci-dessous est, dans l'asservissement étudié, le système qui convertit la grandeur électrique (courant) en une grandeur hydraulique proportionnelle (pression du fluide délivré). Elle est constituée des trois éléments suivant :

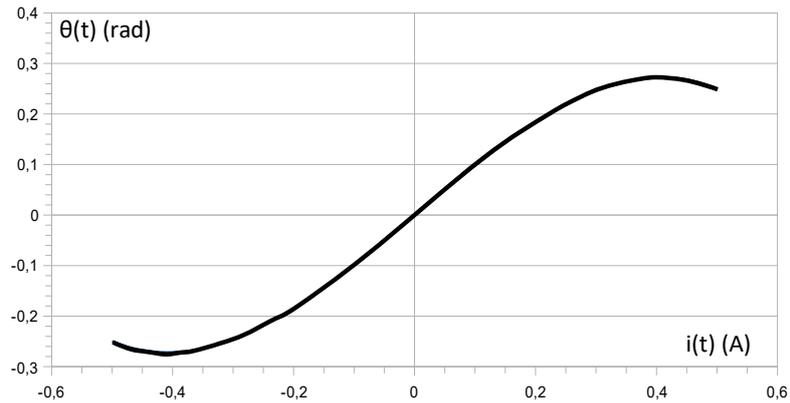
- un actionneur électrique ;
- un amplificateur hydraulique constitué d'un mécanisme buse-palette ;
- un tiroir de distribution.



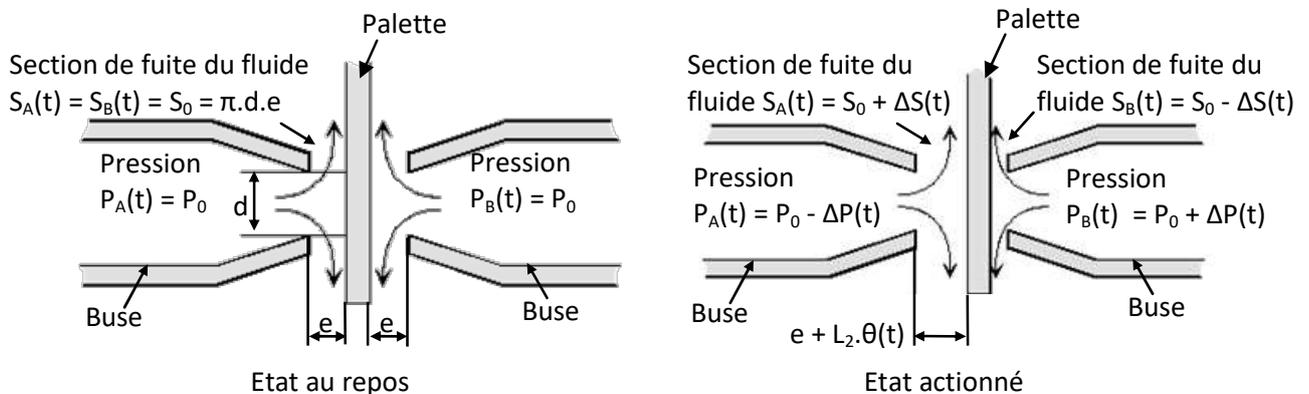
L'armature de l'actionneur électrique se prolonge dans l'entrefer d'un circuit magnétique. Le passage d'un courant continu  $i(t)$  dans les deux bobines situées de part et d'autre de l'armature provoque le basculement de cette dernière d'un angle  $\theta(t)$ . L'armature est solidaire d'une palette plongeant dans l'amplificateur hydraulique et dont l'extrémité est située entre deux buses. Le mouvement de rotation de l'ensemble armature-palette vient étrangler le débit fluide traversant l'une ou l'autre des buses. La pression différentielle ainsi créée se répercute aux deux extrémités du tiroir du distributeur et provoque son déplacement. Ce tiroir possède ensuite trois orifices A (Alimentation), S (Sortie), R (Retour à la bache). Au final le fluide en sortie de la servovalve est distribué à une pression  $P_h(t)$  proportionnelle au déplacement du tiroir compté à partir de la position zéro (position du milieu).

On donne ensuite la loi entrée sortie reliant l'intensité  $i(t)$  de l'actionneur électrique à l'angle  $\theta(t)$  dont bascule l'armature.

**Q.2.** Que peut-on dire de cette caractéristique sur tout le domaine de variation de  $i(t)$  ? Sachant que  $\theta(t)$  effectue des petites variations autour de 0 on peut modéliser la relation entre  $\theta(t)$  et  $i(t)$  par la relation suivante :  $\theta(t) = K_1.i(t)$ . Déterminer la valeur de  $K_1$  à partir de la courbe.

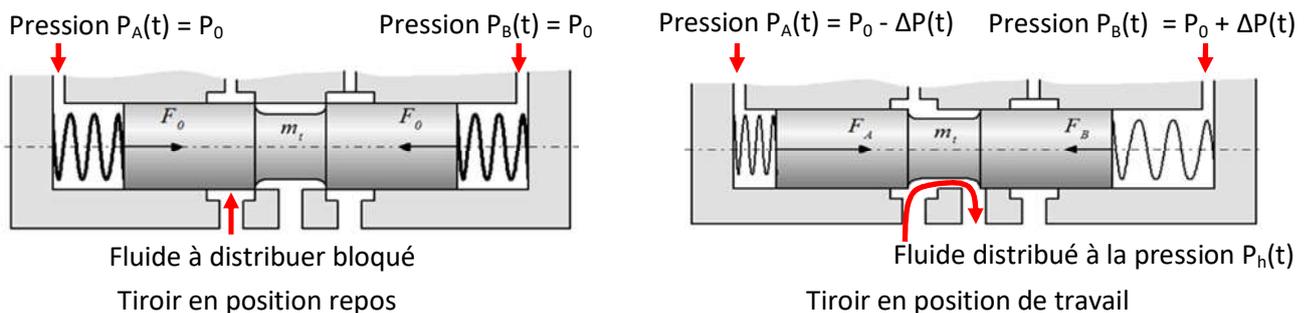


On admet que, pour l'amplificateur hydraulique constitué du mécanisme buse-palette, la rotation d'angle  $\theta(t)$  de la palette se traduit par un accroissement ou une diminution de la distance buse-palette. Les sections de fuite sont alors augmentées ou diminuées, ce qui entraîne une augmentation ou diminution des pressions  $P_A(t)$  et  $P_B(t)$  proportionnelle à  $\Delta P(t)$ .



On définit afin de modéliser le comportement de l'amplificateur hydraulique les modèles de connaissance suivants :  $\Delta S(t) = K_2.\theta(t)$  et  $\Delta P(t) = K_3.\Delta S(t)$ .

L'existence de cette pression différentielle générée par l'amplificateur hydraulique permet au final de mettre en mouvement le tiroir de distribution de la servovalve :



Le modèle de connaissance du tiroir est obtenu à l'aide du principe fondamental de la dynamique appliqué et s'écrit :

$$m_t \cdot \frac{d^2z(t)}{dt^2} = -2.k_t.z(t) + 2.S_t.\Delta P(t) - c_t \cdot \frac{dz(t)}{dt}$$

- $m_t$  : masse du tiroir ;
- $S_t$  : section du tiroir à ses extrémités ;
- $F_A$  et  $F_B$  : efforts exercés par les deux ressorts de coefficient de raideur  $k_t$  montés de part et d'autre du tiroir du distributeur ;
- $c_t$  : coefficient de frottement visqueux entre tiroir et cylindre.

**Q.3.** Calculer, en précisant l'hypothèse nécessaire, la fonction de transfert  $H_t(p) = \frac{Z(p)}{\Delta P(p)}$  où  $Z(p)$  et  $\Delta P(p)$  sont les transformées de Laplace de  $z(t)$  et  $\Delta P(t)$ .

**Q.4.** Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique et donner sa classe et son ordre.

On admet finalement que la pression d'utilisation  $P_h(t)$  du fluide délivré par la servovalve est proportionnelle au déplacement  $z(t)$  du tiroir :  $P_h(t) = K_4 \cdot z(t)$ .

**Q.5.** A partir de toutes les informations précédentes (modélisation armature, buse/palette, tiroir...), compléter sur le document réponse DR1 le schéma-bloc correspondant à la servovalve en définissant les fonctions de transfert de chaque bloc (utiliser les notations littérales).

**Q.6.** En déduire la fonction de transfert  $S_v(p) = \frac{P_h(p)}{I(p)}$  de la servovalve.

**Q.7.** Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre

$$\frac{K_{SV}}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

puis donner les expressions littérales de  $K_{SV}$ ,  $z$  et  $\omega_0$ .

On souhaite que la réponse à une entrée  $i(t)$  de type échelon de valeur  $i_0$  soit la plus rapide possible **sans toutefois produire de dépassement**.

**Q.8.** A quelle valeur de  $z$  correspond cette spécification ?

**Q.9.** Démontrer que cette condition ne peut être satisfaite que si  $k_t = \frac{c_t^2}{8 \cdot m_t}$ .

**Q.10.** Montrer alors que la fonction de transfert de la servovalve peut se mettre sous la forme  $\frac{K_{SV}}{(1 + T_{SV} \cdot p)^2}$  puis donner l'expression littérale de  $T_{SV}$ .

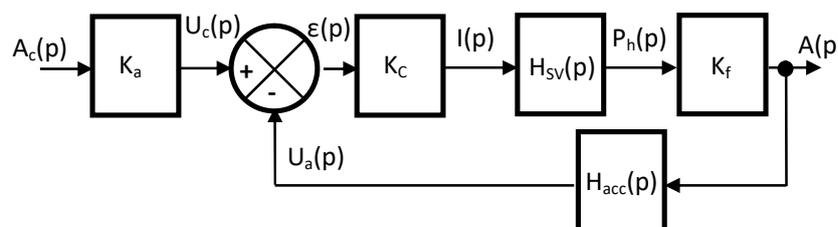
**B. Modélisation de l'accéléromètre**

La centrale inertielle contient des accéléromètres qui permettent de mesurer les accélérations suivant les trois directions  $x_a$ ,  $y_a$  et  $z_a$  d'un repère lié à l'avion. L'accéléromètre renvoie au ordinateur un signal électrique  $u_a(t)$  image de l'accélération  $a(t)$  suivant la direction  $x_a$ . La fonction de transfert de l'accéléromètre peut se mettre sous la forme :  $H_{acc}(p) = \frac{U_a(p)}{A(p)} = \frac{K_{acc}}{1 + \frac{2 \cdot z_{acc}}{\omega_{acc}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{acc}^2} \cdot p^2}$

**Q.11.** La figure du document DR2 donne la réponse indicielle (entrée unitaire) de l'accéléromètre. Identifier les valeurs des constantes  $K_{acc}$ ,  $z_{acc}$  et  $\omega_{acc}$  (Faire figurer les tracés sur la courbe, comme sur les abaques).

**C. Etude de l'asservissement global**

La boucle d'asservissement en décélération est donnée ci-après :



Avec :  $K_a = 1$        $H_{SV}(p) = \frac{K_{SV}}{(1 + T_{SV} \cdot p)^2}$        $H_{acc}(p) = \frac{U_a(p)}{A(p)} = \frac{K_{acc}}{1 + \frac{2 \cdot z_{acc}}{\omega_{acc}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{acc}^2} \cdot p^2}$

**Q.12.** Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert en boucle ouverte. En déduire l'ordre, la classe et le gain de la FTBO(p).

**Q.13.** Déterminer l'expression de l'écart  $\varepsilon(p)$  en fonction de  $A_c(p)$  et de FTBO(p).

**Q.14.** A l'aide du théorème de la valeur finale déterminer  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$  pour une entrée de type échelon de décélération  $a_c(t) = a_0 \cdot u(t)$ . Conclure quand à cet écart en régime permanent vis-à-vis du critère de précision du cahier des charges avec ce réglage de correcteur.

**Q.15.** On utilise un correcteur plus évolué (correcteur Proportionnel Intégral) de fonction de transfert  $\frac{K_i \cdot (1 + T_i \cdot p)}{p}$  déterminer à nouveau l'écart en régime permanent et conclure sur ce choix de correcteur vis-à-vis de l'exigence du cahier des charges.

**Document réponse DR 1 :**



**Document réponse DR 2 :**

