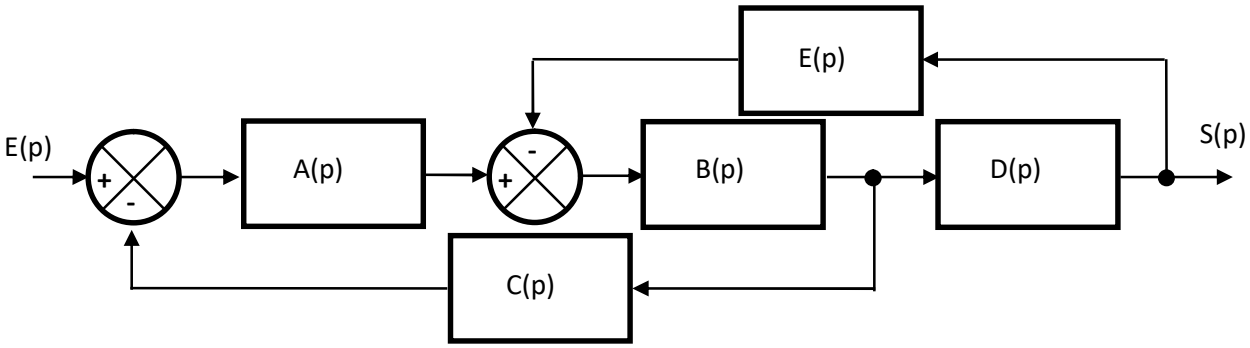
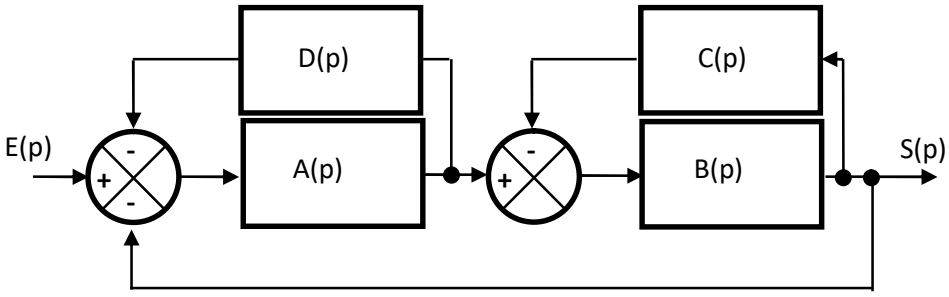
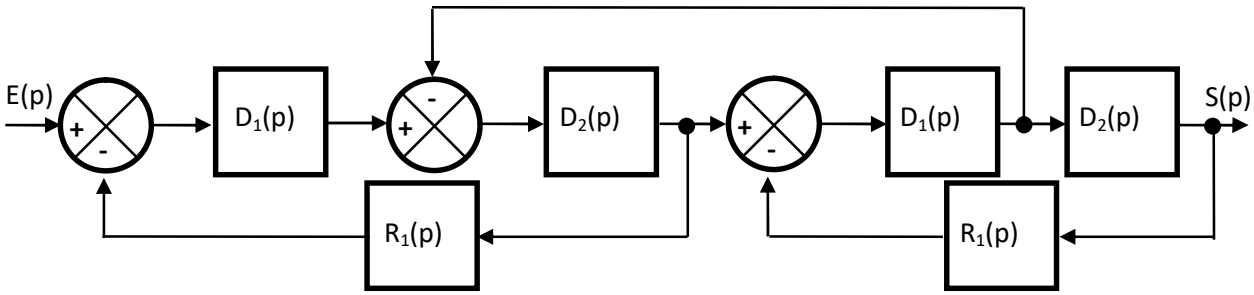
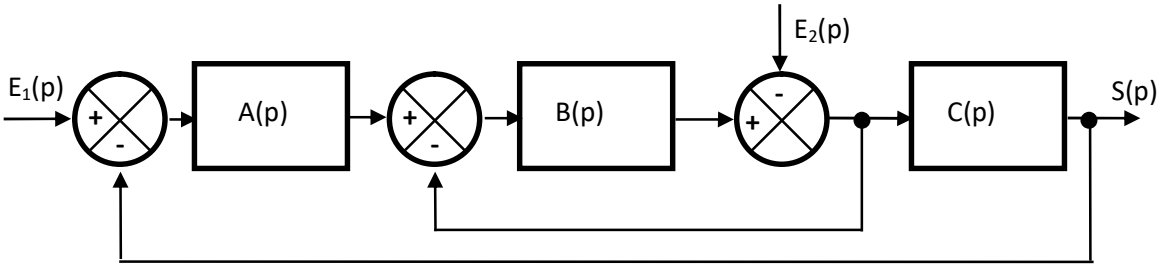
Exercices d'algèbre des schémas-blocs

Calculer les fonctions de transfert des schémas blocs suivants :









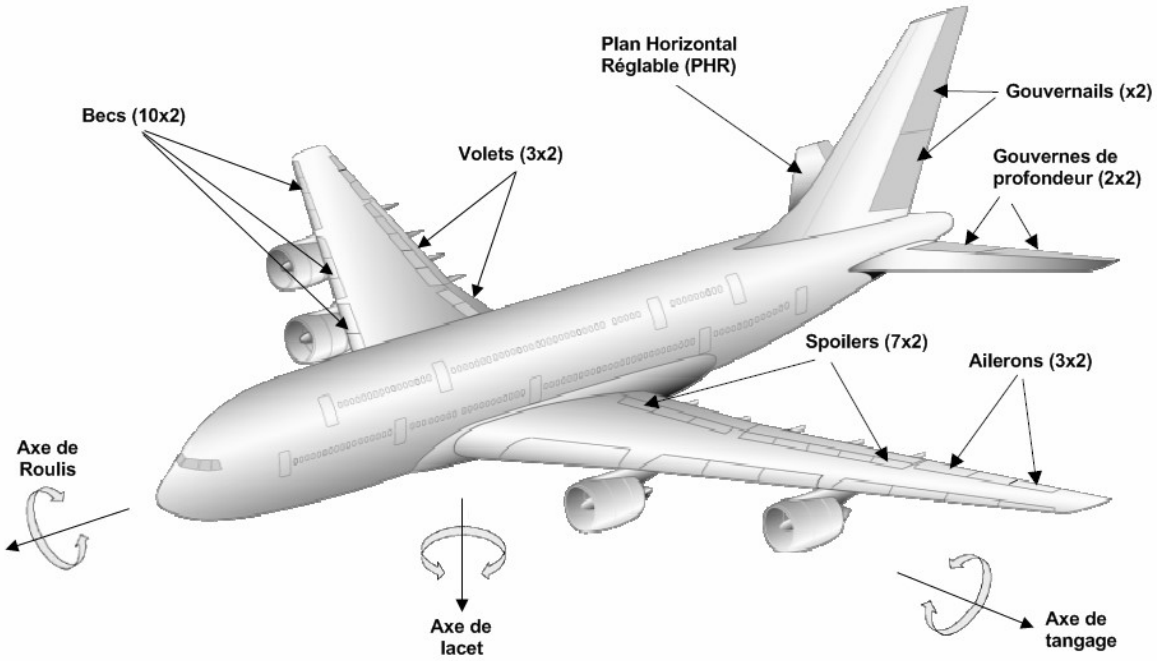
Florestan MATHURIN

Modélisation d'une servocommande d'avion

(Inspiré de CCPINP MP)

Pour piloter un avion, il est nécessaire de pouvoir contrôler en permanence ses évolutions dans l'espace suivant trois directions ou axes :

- l'axe de lacet (vertical) ;
- l'axe de roulis (horizontal et dans la direction de la marche) ;
- l'axe de tangage (horizontal et perpendiculaire à la marche).



Pour cela, le pilote agit sur les commandes de vol de l'avion. En pratique, on distingue deux types de commandes :

- les commandes de vol primaires utilisées pendant tout le vol et qui permettent de contrôler l'évolution de l'avion autour de ses axes de référence :
  - la gouverne de direction ou gouvernail pour le lacet,
  - les ailerons et les spoilers pour le roulis,
  - les gouvernes de profondeur et le plan horizontal réglable (PHR) pour le tangage.

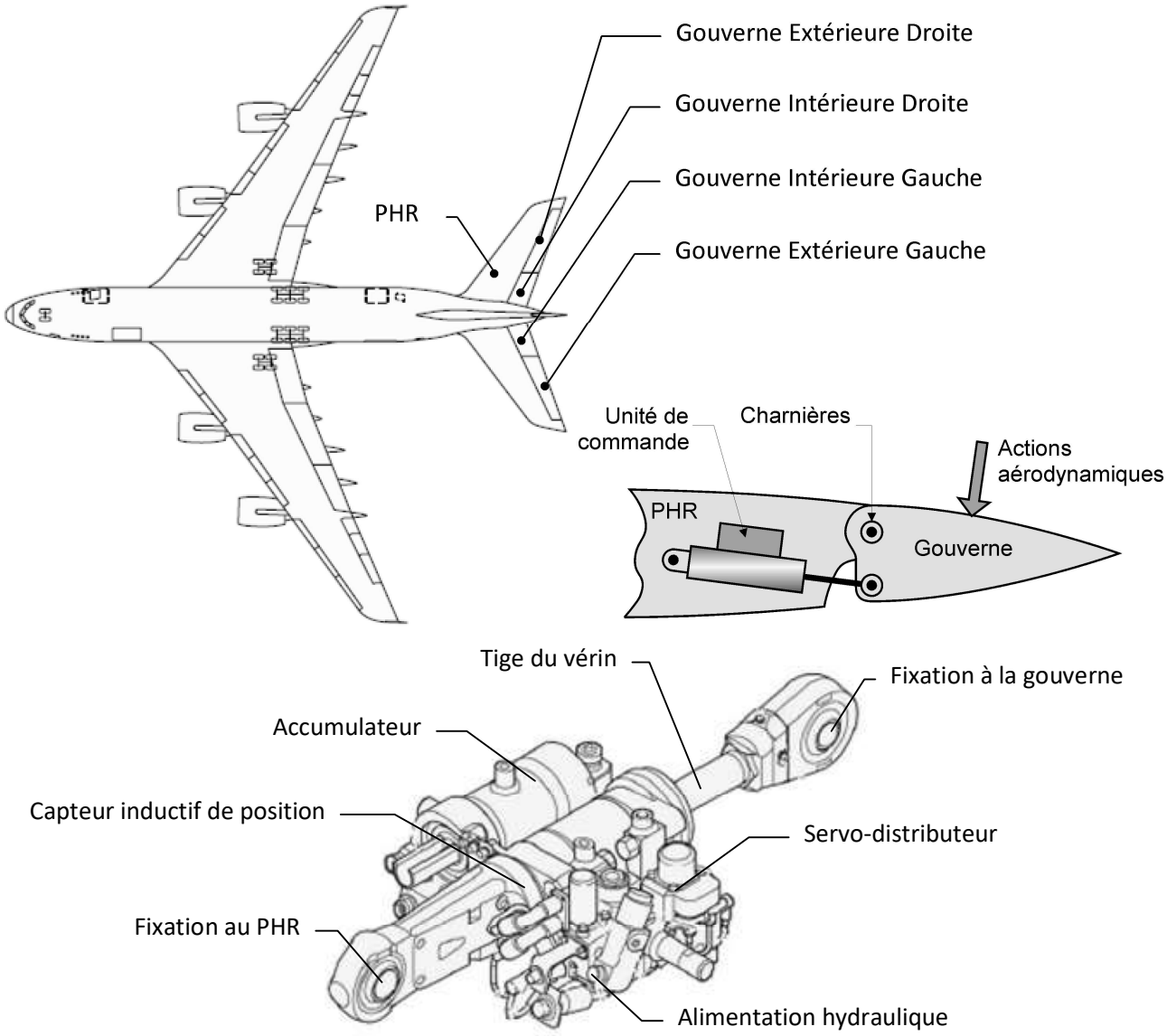
- Les commandes de vol secondaires utilisées pendant les phases d'atterrissage et de décollage qui permettent de modifier la configuration aérodynamique de l'avion :
  - Les hypersustentateurs (volets et becs) pour la portance,
  - les spoilers (ou aérofreins) pour la traînée.

L'Airbus A 380 est équipé de quatre gouvernes de profondeur disposées symétriquement sur le plan horizontal réglable (PHR) de l'avion. Chaque gouverne de profondeur est reliée au PHR par des charnières et est mis en rotation par une unité de commande constituée de deux actionneurs :

- une servocommande (SC), actionneur principal relié au circuit hydraulique de l'avion;

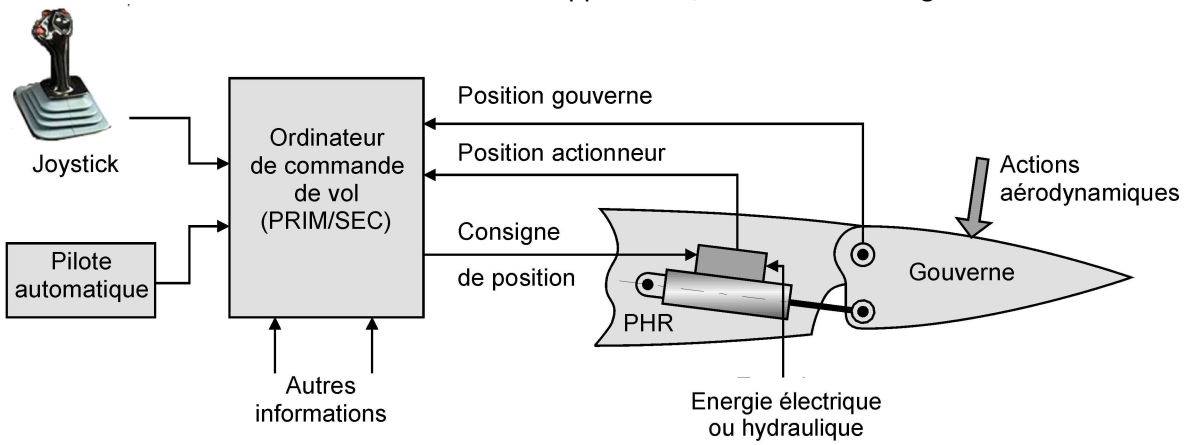
- un EHA (Electro Hydraulic Actuator : actionneur électro-hydrostatique), utilisé comme organe de sécurité en cas de défaillance de la servocommande ou du circuit hydraulique principal.

Ces unités de commande sont identiques pour les quatre gouvernes de profondeur.

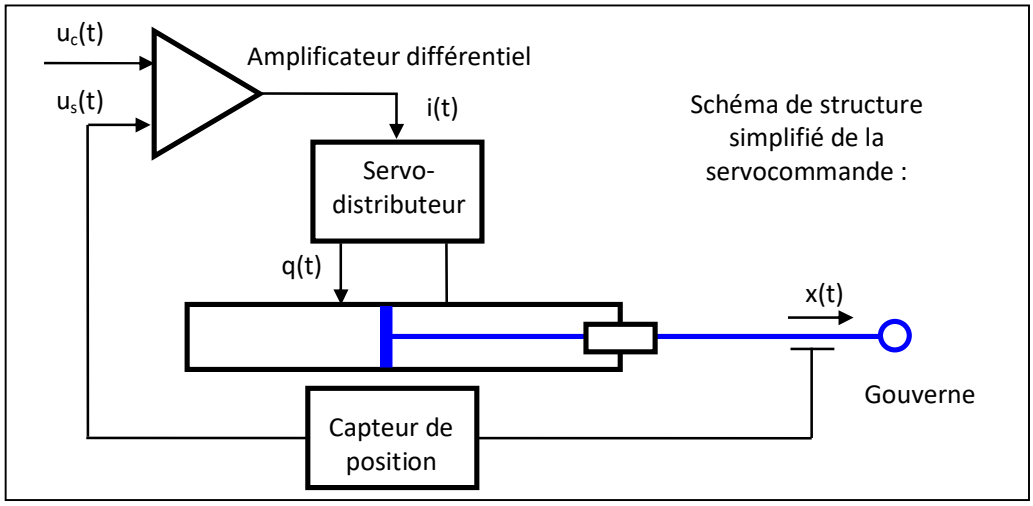


Servocommande de l'unité de commande

Les consignes émises par le pilote à l'aide du joystick ou par le pilote automatique sont transmises aux ordinateurs de commande de vol. Ces derniers déterminent, en fonction de lois de pilotage prenant en compte un certain nombre de paramètres (altitude, vitesse, etc.), les mouvements des gouvernes limitant éventuellement les évolutions de l'avion à son enveloppe de vol, c'est-à-dire aux régimes et attitudes sûrs.



Etude de la servocommande :



Les différentes équations du modèle de connaissance sont les suivantes :

- Amplificateur différentiel : $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$
- Débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible : $q(t) = S.\frac{dx(t)}{dt}$
- Capteur de position : $u_s(t) = K_c.x(t)$
- Le servo-distributeur est un composant de la chaine de commande conçu pour fournir un débit hydraulique q(t) proportionnel au courant de commande i(t). Le constructeur fournit le modèle qui a pour fonction de transfert (Attention, valable uniquement en régime permanent) :
  $F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1+T.p}$ où K_d est le gain du servo-distributeur et T sa constante de temps.

1. Modélisation dans l'hypothèse de fluide incompressible

Q1.1. Ecrire les équations du modèle sous forme symbolique (transformée de Laplace) en considérant que toutes les conditions initiales sont nulles.

Q1.2. Représenter chacune de ces relations sous forme de schéma-bloc partiel.

Q1.3. Regrouper les schémas-blocs partiels afin de représenter le comportement de la servocommande.

Q1.4. Calculer les fonctions de transfert suivantes et donner à chaque fois la classe et l'ordre.

- Fonction de transfert du vérin non asservi : $A_1(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$
- Fonction de transfert de la chaine directe : $C(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon(p)}$
- Fonction de transfert boucle ouverte du système : $G(p) = \frac{U_s(p)}{\varepsilon(p)}$
- Fonction de transfert boucle fermée du système : $H(p) = \frac{X(p)}{U_c(p)}$

Florestan MATHURIN

2. Modélisation dans l'hypothèse de fluide compressible

Dans cette hypothèse, le modèle de connaissance du système est modifié :

- L'équation de débit dans le vérin devient : $q(t) = S.\frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2.B}.\frac{d\Delta p(t)}{dt}$ où $\Delta p(t)$ représente la différence de pression entre les 2 chambres du vérin, V est le volume total de fluide dans le vérin (V est constant) et B est le coefficient de compressibilité du fluide hydraulique (pour un fluide incompressible $B \to \infty$).
- Effort moteur sur le piston : $F_m(t) = S.\Delta p(t)$
- Principe fondamental de la dynamique appliqué sur la tige de vérin :

  $F_m(t) - F_r(t) - f.\frac{dx(t)}{dt} = m.\frac{d^2x(t)}{dt^2}$ où $F_r(t)$ représente l'effort résistant sur la tige du vérin, effort qui sera considéré comme une perturbation et f représente le frottement visqueux.

Q2.1. Ecrire les équations du modèle sous forme symbolique (transformée de Laplace) en considérant que toutes les conditions initiales sont nulles.

Q2.2. Représenter chacune de ces relations sous forme de schéma-bloc partiel.

Q2.3. Regrouper les schémas-blocs partiels. Afin de représenter le comportement du vérin non-asservi (grandeur d'entrée Q(p), grandeur de sortie X(p)). Le schéma-bloc contiendra un retour et une perturbation.

Q2.4. Calculer la nouvelle fonction de transfert du vérin non asservi : $A_2(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$, en supposant que la perturbation $F_r(t)$ est nulle. Donner la classe et l'ordre de $A_2(p)$.

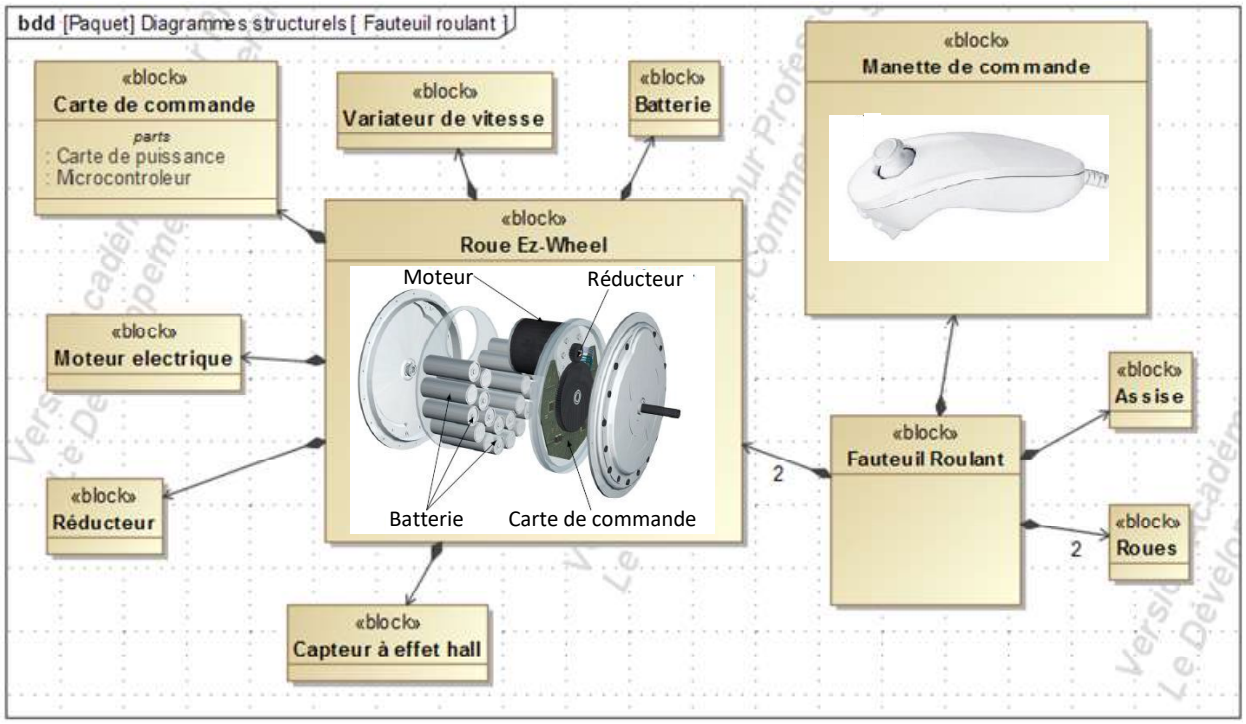
Q2.5. Quelle est la modification apportée par le modèle de fluide incompressible ?

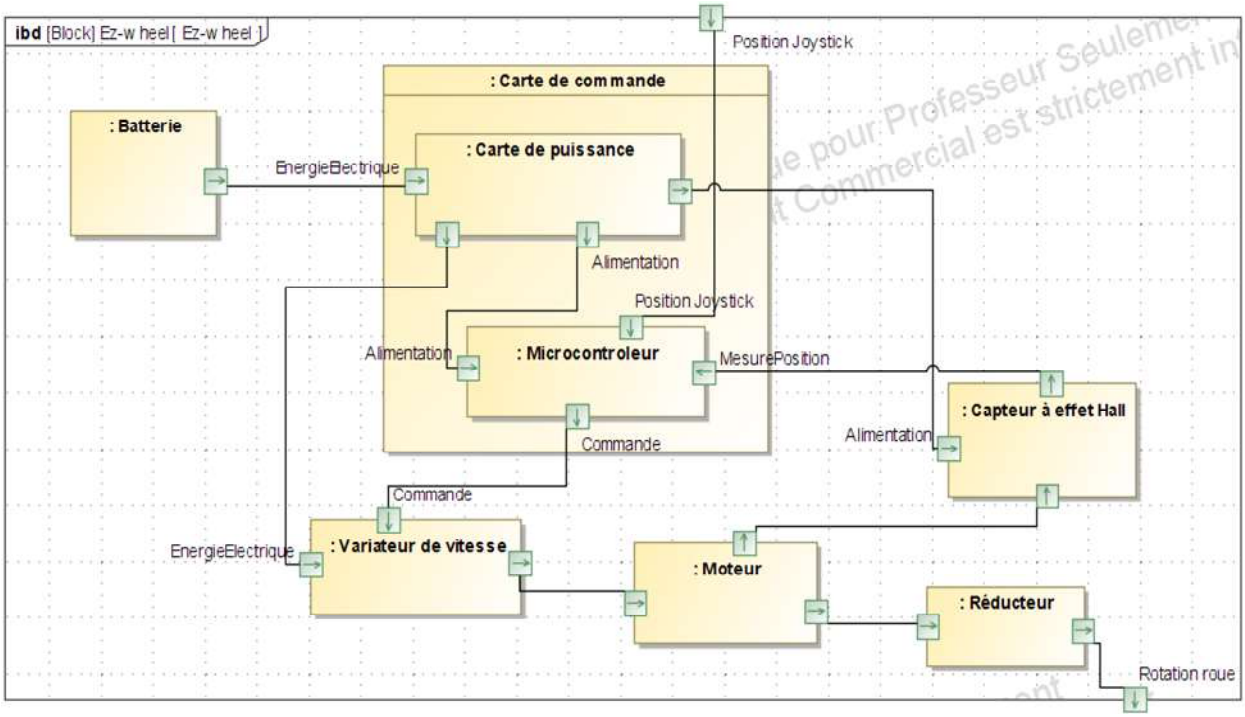
Etude d'une roue autonome de fauteuil roulant : ez Wheel

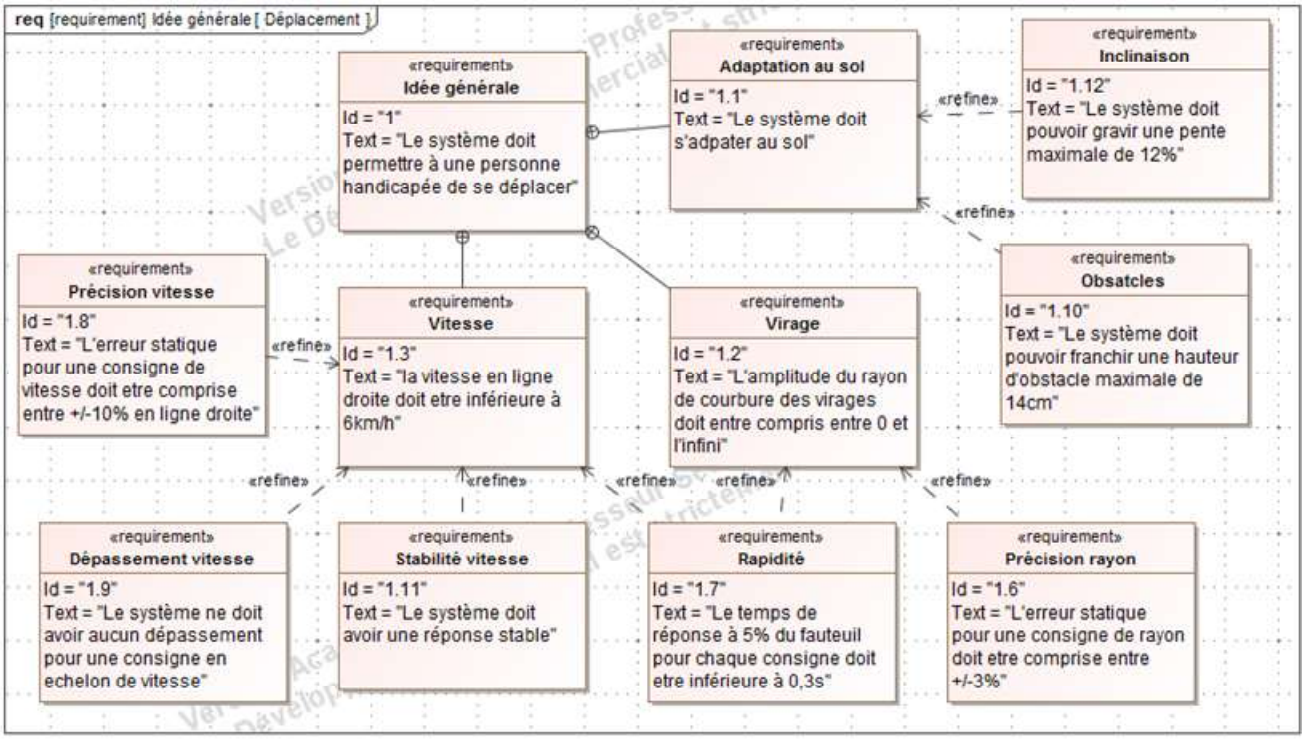
(Inspiré de CCINP MP)

On s'intéresse à l'asservissement en vitesse d'une roue électrique autonome ez-Wheel installée sur un prototype de fauteuil roulant dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.

On donne, autre part, les différents modèles de connaissances qui permettent dé réaliser le modèle en schéma bloc du système.







Pour les équations des différents modèles de connaissance on supposera que toutes les conditions initiales sont nulles et que **J**, **R_m**, **L_m**, **r**, **K_i**, **K_e**, **K_{capt}**, **K_a**, et **K_p** sont des coefficients constants.

	Modèle de connaissance
L'**équation mécanique du moteur** tournant à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ permet de lier l'inertie J de l'arbre en rotation, le couple moteur $C_m(t)$ et le couple résistant $C_r(t)$	$J.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m.(t) - C_r.(t)$
L'**équation électrique au niveau de l'induit du moteur** permet de lier la tension $u_m(t)$, le courant i(t), la résistance de l'induit R_m et l'inductance de l'induit L_m	$u_m.(t) = R_m.i_m.(t) + L_m.\frac{di_m(t)}{dt} + e_m.(t)$
Le couple moteur $C_m(t)$ est couplé à l'intensité $i_m(t)$ dans la **bobine** du moteur grâce à la constante de couple K_i	$C_m.(t) = K_i.i_m.(t)$
La force contre-électromotrice $e_m(t)$ du moteur est couplée à la vitesse de rotation de l'arbre moteur $\omega_m(t)$ grâce à la constante de force électromotrice K_e	$e_m.(t) = K_e\omega_m(t)$
Le **capteur à effet Hall** est modélisé par un gain pur (constante) K_{capt}	$u_{mes}(t) = K_{capt}.\omega_m(t)$
L'**amplificateur** permet de convertir la vitesse de consigne notée $\omega_{cons}(t)$ en une tension image de la consigne $u_{cons}(t)$	$u_{cons}(t) = K_a.\omega_{cons}(t)$
un **régulateur** (**comparateur+correcteur**) permet : - de comparer la tension de consigne $u_{cons}(t)$ à la tension de mesure $u_{mes}(t)$ et d'en déduire une tension $\varepsilon(t)$, image de l'erreur. - d'amplifier cette tension $\varepsilon(t)$ en une tension de commande du moteur $u_m(t)$	$\varepsilon(t) = u_{cons}(t) - u_{mes}(t)$ $u_m(t) = K_p.\varepsilon(t)$
Le réducteur, de rapport de réduction r, permet de réduire la vitesse angulaire du moteur $\omega_m(t)$ en une vitesse $\omega_r(t)$ disponible pour la roue	$\omega_r(t) = r.\omega_m(t)$

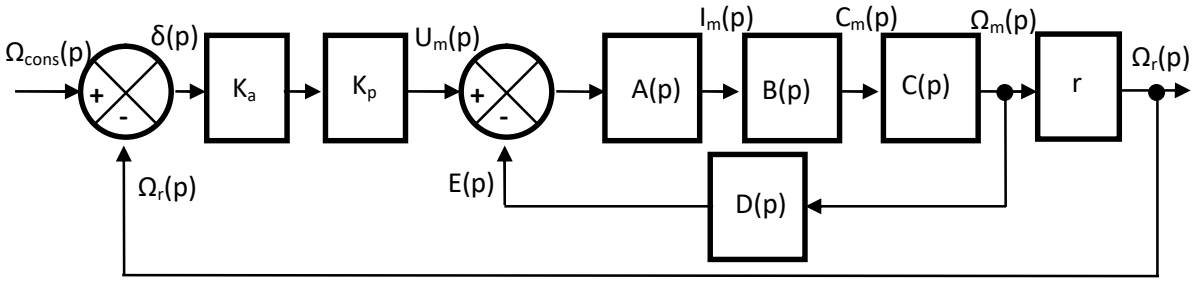
Q.1. Appliquer la transformée de Laplace sur les différentes équations du modèle de connaissance.

Q.2. Définir les variables d'entrée et de sortie de l'asservissement du système.

Q.3. Réaliser le schéma bloc complet du système étudié.

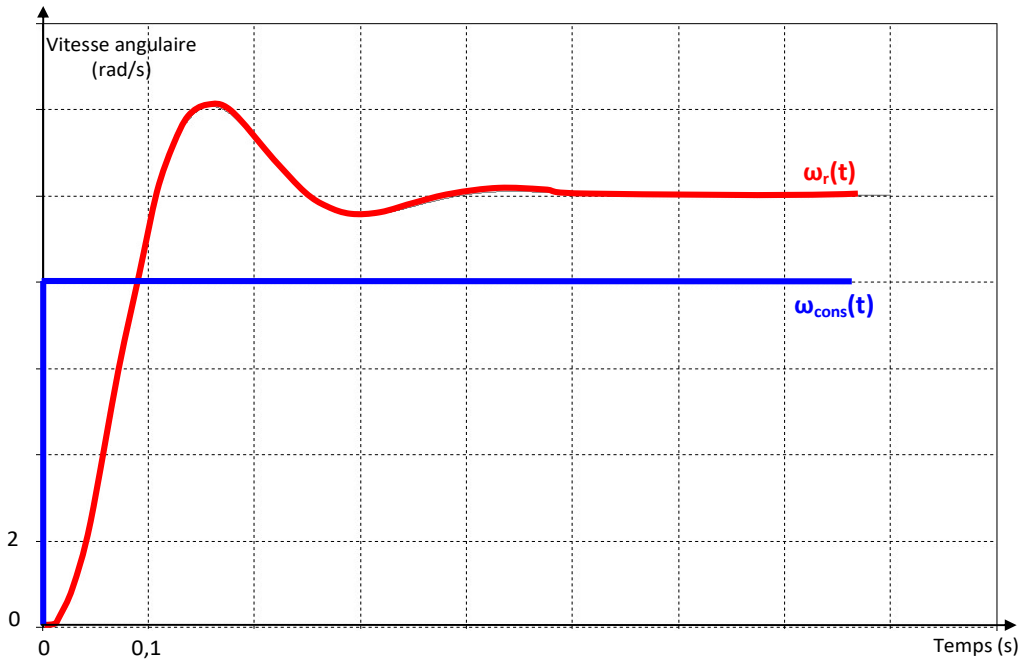
Q.4. Comment choisir le gain d'adaptation Ka pour que la vitesse angulaire de l'arbre en sortie de réducteur soit correctement asservie sur la vitesse de consigne (on cherche dans ce cas à obtenir un écart ε(p) nul quand la consigne et la sortie sont égales).

L'application du théorème de superposition sur ce modèle à 2 entrées va conduire à obtenir les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ telles que $\Omega_r(p) = H_1(p).\Omega_{cons}(p) - H_2(p).C_r(p)$. Le calcul de $H_1(p)$ se fait pour $C_r(p) = 0$. Pour cette configuration et après manipulation du schéma bloc du modèle, on obtient le schéma bloc simplifié suivant :



Q.5. Déterminer la fonction de transfert boucle fermée $H_m(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}\right|_{C_r(p)=0}$ en fonction de A(p), B(p), C(p) et D(p). Remplacer les termes A(p), B(p), C(p) et D(p) par les fonctions de transfert obtenues question 4 puis mettre la fonction de transfert $H_m(p)$ sous la forme canonique.

Q.6. Déterminer la fonction de transfert boucle ouverte $H_{BO}(p) = \left.\frac{\Omega_r(p)}{\delta(p)}\right|_{C_r(p)=0}$. Donner l'ordre et la classe de cette fonction de transfert.

Q.7. Déterminer la fonction de transfert boucle fermée $H_1(p) = \left.\frac{\Omega_r(p)}{\Omega_{cons}(p)}\right|_{C_r(p)=0}$ et la mettre sous forme canonique.

Q.8. On donne la réponse de ce système boucle fermée pour une consigne échelon de vitesse de 8 rad/s et pour un réglage K_p = 1. Analyser cette courbe vis-à-vis des 4 critères de performances de l'exigence 1.3 du cahier des charges. Conclure quant à ce 1er réglage de correcteur vis-à-vis du cahier des charges.