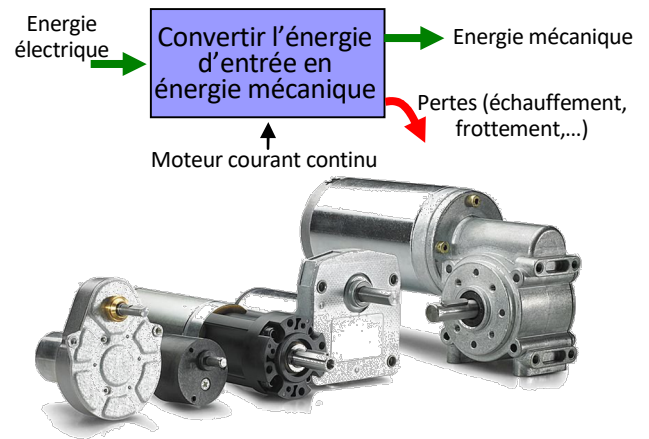


Modélisation d'un Moteur à Courant Continu (MCC)

Un moteur à courant continu est système permettant de convertir une énergie électrique d'entrée en une énergie mécanique de sortie.

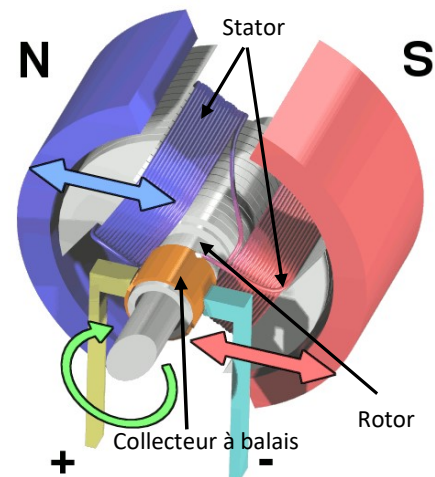
Le moteur courant continu est désormais une technologie supplantée dans beaucoup de domaines mais il s'impose encore dans les très faibles puissances ou les faibles tensions et il se prête encore très bien à la variation de vitesse avec des technologies électroniques simples et peu onéreuses. Le moteur courant continu permet une régulation précise du couple et sa vitesse de rotation nominale, indépendante de la fréquence du réseau électrique, est aisément adaptable par l'intermédiaire d'un réducteur au reste de la chaîne d'énergie. Le moteur courant continu est en revanche moins robuste que les moteurs asynchrones et beaucoup plus cher, tant en coût matériel qu'en maintenance, car il nécessite un entretien régulier du collecteur et des balais.



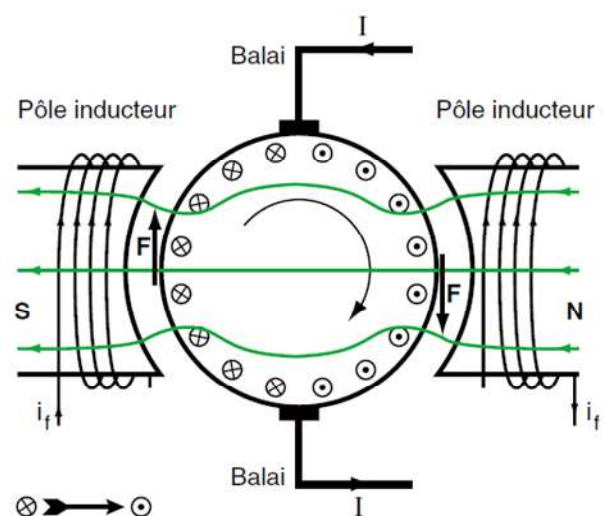
Principe de fonctionnement du MCC

Un moteur courant continu est composé des éléments suivants :

- Un inducteur ou stator qui est l'élément du circuit magnétique immobile sur lequel un enroulement est bobiné afin de produire un champ magnétique.
- Un induit ou rotor qui correspond à un cylindre en tôles magnétiques isolées entre elles et perpendiculaires à l'axe du cylindre. L'induit est mobile en rotation autour de son axe et est séparé de l'inducteur par un entrefer. A sa périphérie, des conducteurs sont régulièrement répartis.
- Un collecteur à balais qui est solidaire de l'induit. Les balais sont fixes, ils frottent sur le collecteur et ainsi alimentent les conducteurs de l'induit.

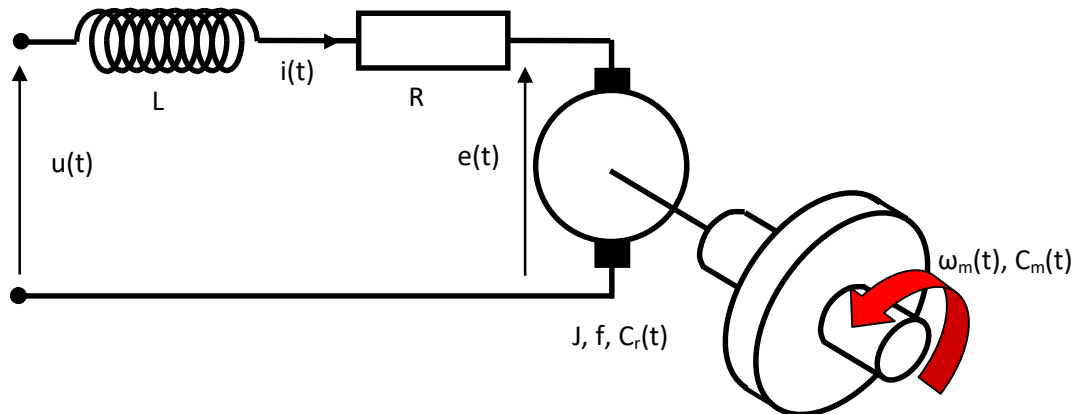


Lorsque l'inducteur est alimenté, il crée un champ magnétique (flux d'excitation) dans l'entrefer, dirigé suivant les rayons de l'induit. Ce champ magnétique « rentre » dans l'induit du côté du pôle Nord de l'inducteur et « sort » de l'induit du côté du pôle Sud de l'inducteur. Quand l'induit est alimenté, ses conducteurs situés sous un même pôle inducteur (d'un même côté des balais) sont parcourus par des courants de même sens et sont donc, d'après la loi de Laplace, soumis à une force. Les conducteurs situés sous l'autre pôle sont soumis à une force de même intensité et de sens opposé. Les deux forces créent un couple qui fait tourner l'induit du moteur.



Modèle de connaissance

D'un point de vue électrique, le moteur courant continu peut être modélisé comme un système dont l'entrée est la tension de commande de l'induit $u(t)$ et la sortie la vitesse de rotation de l'arbre moteur $\omega_m(t)$. L'induit est modélisé par une résistance en série avec une inductance et une force contre électromotrice. On donne ci-dessous le modèle de connaissance du moteur courant continu :



$$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

(Loi d'Ohm)

$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$$

(Equation de l'électromagnétisme)

$$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t) - f \cdot \omega_m(t)$$

(Equation de la dynamique de l'arbre moteur)

$$C_m(t) = K_t \cdot i(t)$$

(Equation de l'électromagnétisme)

Avec :

$u(t)$ = Tension du moteur

[V]

$e(t)$ = Force contre électromotrice du moteur

[V]

$i(t)$ = Intensité dans le moteur

[A]

$C_m(t)$ = Couple exercé par le moteur

[N.m]

$C_r(t)$ = Couple résistant sur l'axe moteur

[N.m]

$\omega_m(t)$ = Vitesse angulaire du moteur

[rad/s]

R = Valeur de la résistance

[Ω]

L = Valeur de l'inductance

[H]

K_e = Coefficient de la force contre électromotrice

[V/(rad/s)]

J = Inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur

[kg.m²]

$f = 0,01$ = Paramètre de « frottement fluide » total

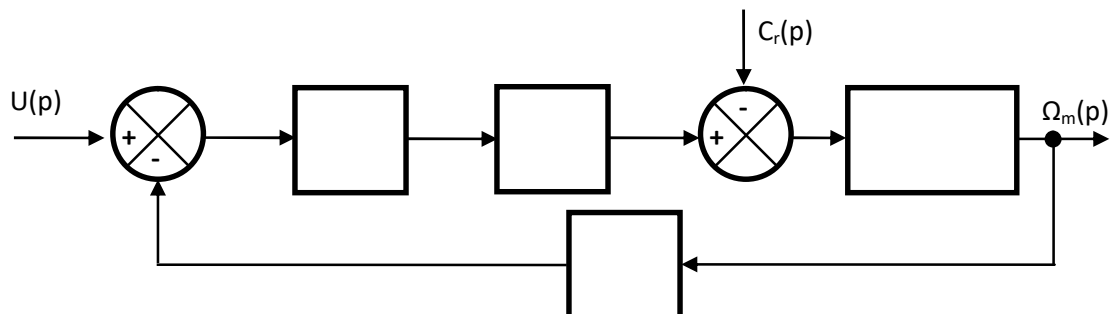
[N.m.s]

K_t = Constante de couple

[N.m/A]

Q.1. Les conditions initiales étant nulles, exprimer les équations du modèle de connaissance dans le domaine de Laplace.

Q.2. Compléter le schéma-bloc du moteur en s'aidant des équations de la question 1.

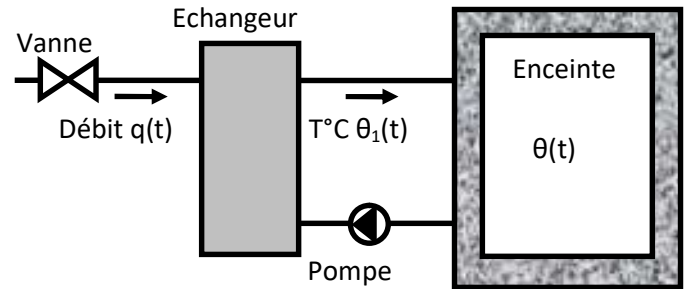


La boucle de retour de ce schéma-bloc n'est pas une boucle d'asservissement, elle correspond seulement à la modélisation du MCC

Modélisation d'une enceinte chauffante

Le système représenté ci contre est chargé de maintenir la température d'une enceinte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique. Une vanne permet de réguler le débit dans l'échangeur.

On note $\alpha(t)$ l'angle d'ouverture de la vanne, $q(t)$ le débit dans l'échangeur, $\theta_1(t)$ la température en sortie de l'échangeur, $\theta(t)$ la température de l'enceinte.



On donne les modèles de connaissance qui régissent le système :

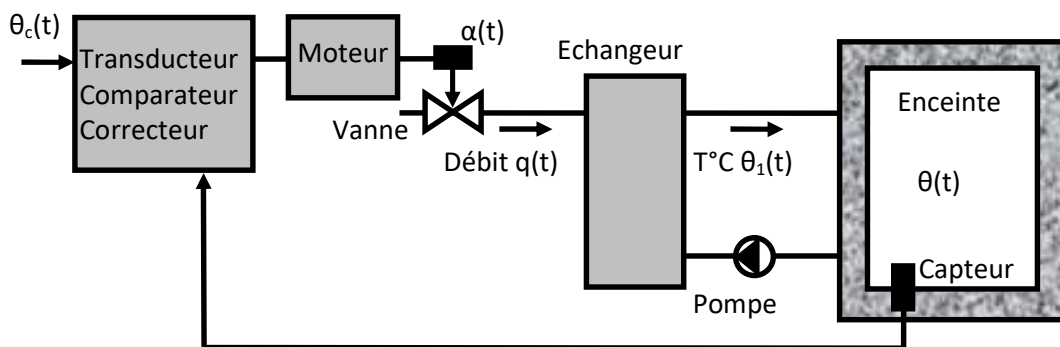
- $q(t) = k_0 \cdot \alpha(t)$ (loi de fonctionnement de la vanne donnant le débit en fonction de l'angle d'ouverture de la vanne).
- $\theta_1(t) + \tau_1 \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} = k_1 \cdot q(t)$ (loi de transfert de chaleur dans l'échangeur).
- $\theta(t) + \tau_2 \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = k_2 \cdot \theta_1(t)$ (loi de transfert de chaleur dans l'enceinte).

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. L'entrée du système est l'angle d'ouverture de la vanne $\alpha(t)$ et la sortie, la température de l'enceinte $\theta(t)$.

Q.1. Traduire dans le domaine de Laplace les équations du modèle de connaissance. En déduire les différents modèles de comportement et les fonctions de transfert associées.

Q.2. Représenter le système par un schéma-bloc faisant intervenir les 3 blocs précédemment définis.

Afin de réguler la température, on choisit de motoriser la vanne. On installe un capteur dans l'enceinte qui permet de mesurer la température et la de traduire en une tension $u_{mes}(t)$ (on peut modéliser le capteur par un gain pur $K_{mes} = 0,02 \text{ V} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$). La tension $u_{mes}(t)$ est comparée à la tension de consigne $u_c(t)$ issue d'un transducteur de fonction de transfert $T(p)$. En fonction de cet écart amplifié par un correcteur de gain K_c , la vanne s'ouvre ou se ferme. Le schéma ci-dessous précise l'architecture du système.



On donne la fonction de transfert du moteur qui est : $M(p) = \frac{\alpha(p)}{U_m(p)} = \frac{K}{p \cdot (1 + \tau_p p)}$.

Q.3. Représenter par un schéma-bloc le système régulé dont l'entrée est la température $\theta_c(p)$.

Q.4. Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur de façon à annuler l'écart $\varepsilon(p)$ quand la température de consigne et la température de l'enceinte sont égales ?

Etude du système de régulation du niveau d'eau d'un bassin du système RAMSES

Présentation du système RAMSES

Après avoir été confrontée à des orages violents ayant entraînés des inondations exceptionnelles au début des années 80, la ville de Bordeaux a décidé de faire de son programme de lutte contre les inondations une priorité.

Presque trente ans plus tard et après plus d'un milliard d'euros de travaux réalisés, le système RAMSES est l'un des systèmes anti-inondations les plus performants au monde.



Observation en temps réel du comportement d'un bassin de stockage depuis la tour de contrôle

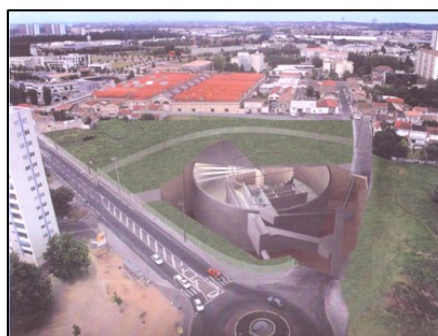
<i>Le système RAMSES, c'est :</i>	
<i>Plus de 2052 km de canalisations de diamètre 300 mm à 4 500 mm</i>	<i>49 pluviographes</i>
<i>82 bassins d'étalement et de stockage offrant une capacité totale de 2 544 850 m³</i>	<i>300 limnimètres (équipement permettant l'enregistrement et la transmission de la mesure de la hauteur d'eau, en un point donné, dans un cours d'eau, un barrage, un réservoir...)</i>
<i>61 stations de pompage d'un débit total de 133,4 m³/s</i>	<i>31 débitmètres</i>
<i>Un réseau d'échange d'informations et un télé-contrôle centralisé</i>	<i>6 marégraphes</i>



Canalisation ($\varnothing = 4,5 \text{ m}$)



Station de pompage

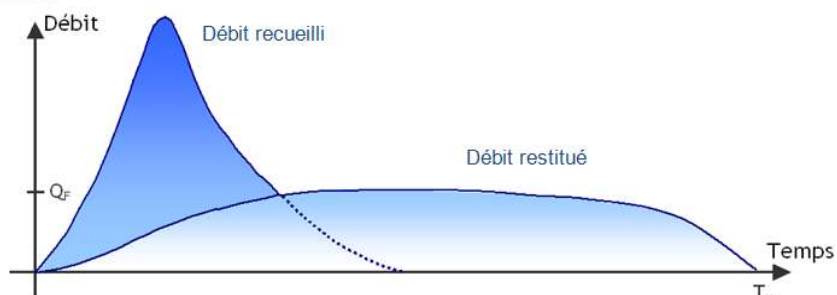


Bassin de stockage enterré



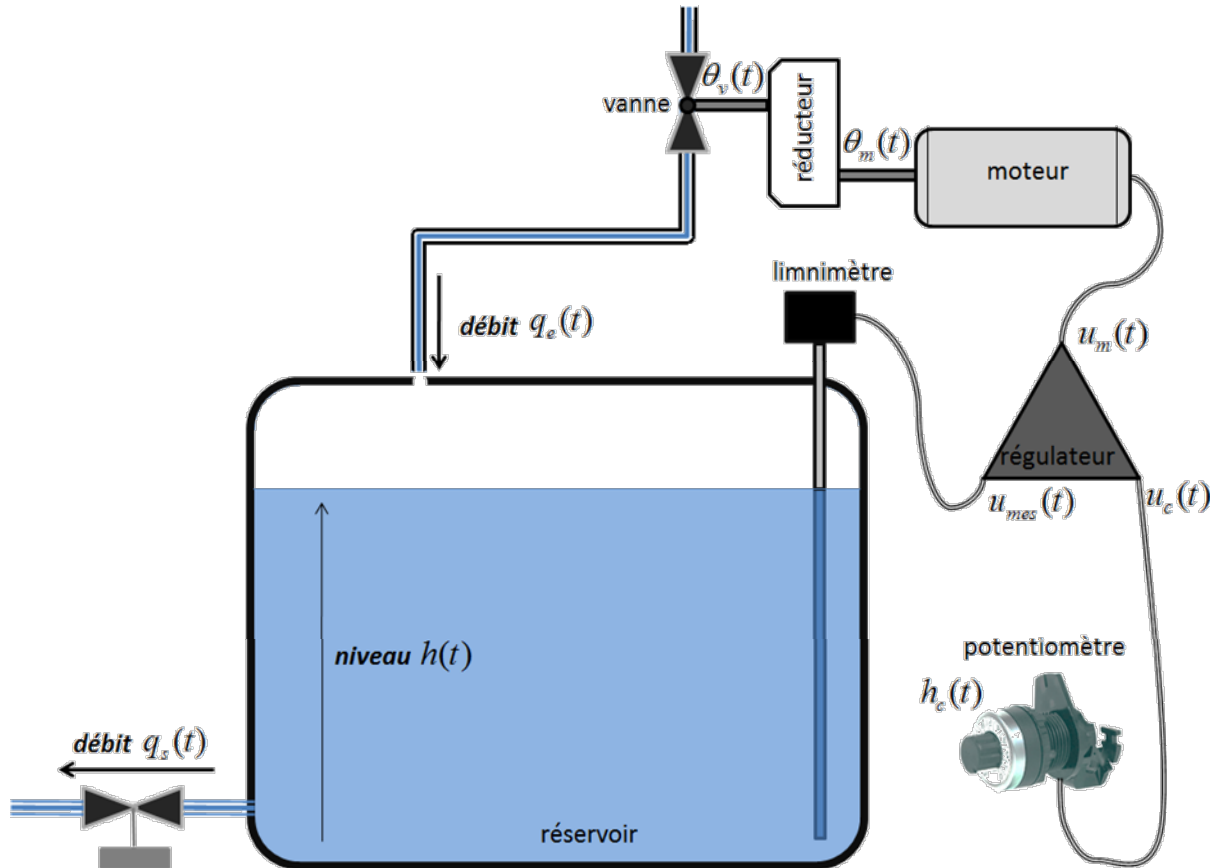
Bassin d'étalement extérieur

Grâce à un réseau de tranchées drainantes, l'eau est stockée localement dans différents bassins puis restituée progressivement à faible débit dans le réseau aval (Garonne ou usine de traitement) au moyen d'un ouvrage hydraulique de régulation.



Etude du système de régulation du niveau d'eau d'un bassin enterré

On s'intéresse à un système de régulation de niveau d'un bassin enterré d'une contenance de $10\,000\text{ m}^3$ dont on donne ci-dessous une description structurelle simplifiée ainsi que son modèle de connaissance.



Pour les équations des différents modèles de connaissance, on suppose que toutes les conditions initiales sont nulles et que τ , K_m , r , K_v , S , a et A sont des coefficients constants.

Constituants	Modèle de connaissance
un moteur tournant à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ pour une tension de commande $u_m(t)$	$\tau \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K_m \cdot u_m(t)$
Un réducteur permettant de réduire l'angle de rotation de l'axe du moteur $\theta_m(t) \rightarrow \theta_v(t)$	$\theta_v(t) = r \cdot \theta_m(t)$
une vanne délivrant un débit $q_e(t)$ pour un angle d'ouverture $\theta_v(t)$	$q_e(t) = K_v \cdot \theta_v(t)$
un réservoir de section constante S dont le débit d'entrée (arrivée des canalisations) est $q_e(t)$ et de sortie $q_s(t)$ (évacuation dans le réseau aval)	$q_e(t) - q_s(t) = S \cdot \frac{dh(t)}{dt}$
un limnimètre permettant de traduire le niveau d'eau atteint dans le réservoir $h(t)$ en une tension électrique $u_{mes}(t)$, image de ce niveau.	$u_{mes}(t) = a \cdot h(t)$
un potentiomètre (interface H/M) permettant de traduire la consigne de niveau d'eau souhaité $h_c(t)$ en tension $u_c(t)$, image de cette consigne.	$u_c(t) = K_a \cdot h_c(t)$
un régulateur (comparateur+correcteur) permettant : - de comparer la tension de consigne $u_c(t)$ à la tension de mesure $u_{mes}(t)$ et d'en déduire une tension $\varepsilon(t)$, image de l'erreur. - d'amplifier cette tension $\varepsilon(t)$ en une tension de commande du moteur $u_m(t)$	$\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ $u_m(t) = K_c \cdot \varepsilon(t)$

Q.1. Appliquer la transformée de Laplace sur les différentes équations correspondant aux modèles de connaissance de chacun des constituants du système.

Q.2. Donner, en précisant les unités, la relation qui lie la vitesse angulaire de l'arbre en sortie de moteur $\omega_m(t)$ à la position angulaire en sortie de moteur $\theta_m(t)$. Appliquer la transformée de Laplace à cette relation.

Q.3. Dédire des questions précédentes le schéma-bloc correspondant à chacun des constituants du système (dessiner le schéma bloc (bloc avec variable d'entrée + variable de sortie + fonction de transfert) correspondant à chaque composant).

Q.4. Définir les variables d'entrée et de sortie de l'asservissement du système de régulation du niveau d'eau.

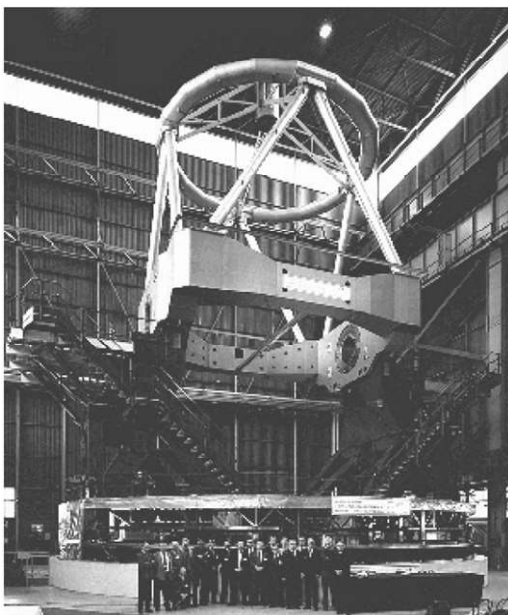
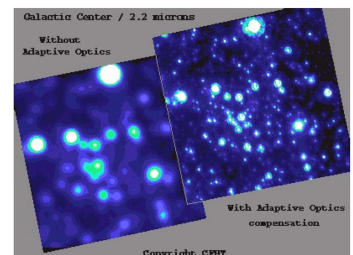
Q.5. Réaliser le schéma bloc complet système de régulation du niveau d'eau du bassin étudié.

Q.6. Quelle doit être la valeur de K_a de façon à annuler l'écart $\varepsilon(p)$ quand la hauteur d'eau de consigne et la hauteur d'eau du bassin sont égales ?

Correction de tilt d'une optique adaptative

(D'après concours Mines Ponts PSI)

En instrumentation astronomique, un système d'optique adaptative (OA) permet de corriger les effets des turbulences de l'atmosphère. Celles-ci provoquent des fluctuations aléatoires de l'indice de réfraction des couches de l'atmosphère traversées par la lumière, et sont à l'origine des déformations des surfaces d'onde reçues par le télescope. Il en résulte non seulement une déformation instantanée des images, mais également un « flou » dû aux variations de la surface d'onde pendant le temps de pose. La Figure 1 compare deux images du centre galactique prises dans l'infrarouge, l'une sans correction (à gauche), l'autre avec correction par la première optique adaptative astronomique : le système « Pueo » du télescope Canada-France-Hawaï.



Le VLT en cours de montage.

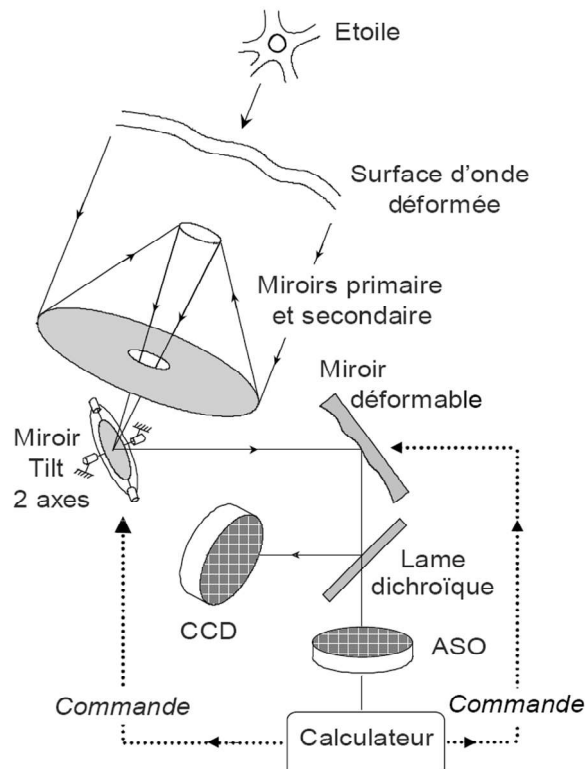


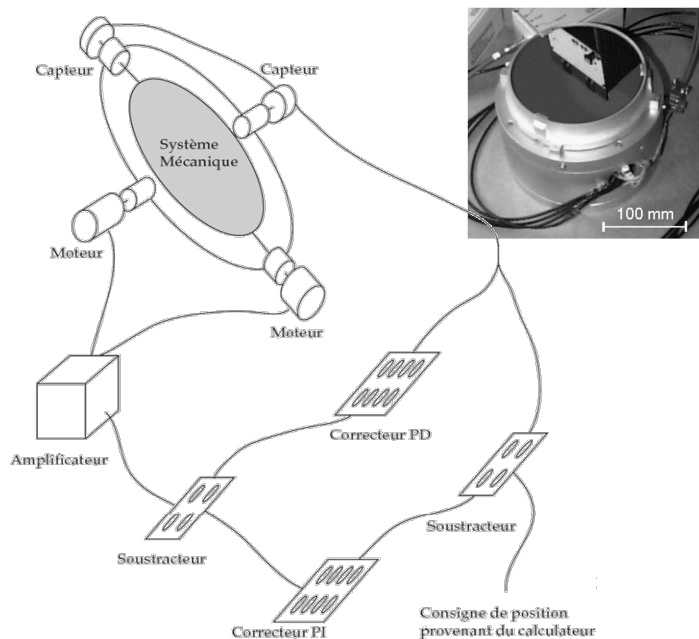
Schéma de principe d'une optique adaptative.

Le principe d'une optique adaptative est le suivant : une surface d'onde provenant de l'objet astronomique et déformée par l'atmosphère est reçue par des miroirs primaires puis secondaires du télescope. La lumière est séparée par une lame dichroïque (un miroir partiellement réfléchissant), et envoyée pour partie sur une caméra CCD où se forment les images, pour l'autre partie sur un analyseur de surface d'onde (ASO). Celui-ci fournit une estimation de la déformation de la surface d'onde. Un ordinateur temps-réel en déduit les commandes à appliquer aux actionneurs de l'optique adaptative.

L'objet de l'étude est le sous-système de correction du miroir tilt (Tip-Tilt Mirror, ou TTM) conçu pour le VLT par le Département de Recherche Spatiale (DESPA) de l'Observatoire de Paris-Meudon.

Le système de correction du miroir tilt est détaillé sur la figure de droite. Il comprend un système mécanique supportant le miroir, deux moteurs actionnant le système mécanique, un amplificateur de puissance, deux capteurs angulaires et diverses cartes électroniques réalisant des soustractions ou des transformations des signaux.

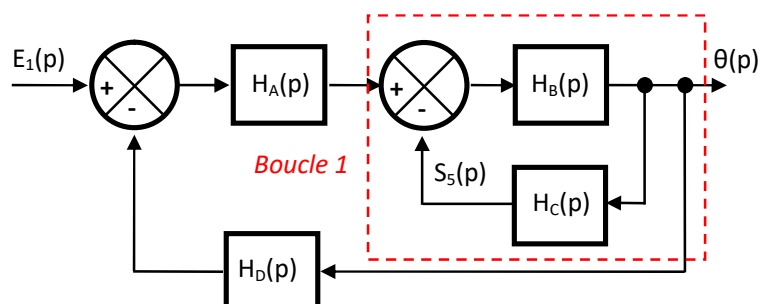
Des études ont permis de proposer des modèles de connaissance pour chacun des éléments constituant le système :



- le système mécanique peut-être modélisé par l'équation suivante : $\theta(t) + T \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} + \frac{J}{k} \cdot \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = \frac{1}{k} \cdot C(t)$
où $\theta(t)$ est l'angle de rotation, $C(t)$ est le couple moteur, k est la raideur du système mécanique ($k = 24 \text{ N.m/rad}$), T est une constante qui correspond à l'amortissement c du système mécanique divisé par sa raideur k ($T = 10^{-3} \text{ s}$) et J est l'inertie du système mécanique ($J = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$).
- le moteur électrique, alimenté par une intensité $i(t)$, est simplement modélisé par un gain pur ($K_3 = 1,2 \text{ N.m/A}$).
- l'amplification de puissance se comporte comme un gain pur ($K_2 = 0,1 \text{ A/V}$).
- le capteur de position se comporte comme un gain pur ($K_4 = 4125 \text{ V/rad}$).
- le correcteur PD (Proportionnel-Dérivé) est construit pour définir la loi d'entrée (notée $e_5(t)$) sortie (notée $s_5(t)$) suivante : $e_5(t) + T_5 \cdot \frac{de_5(t)}{dt} = \frac{1}{K_5} \cdot s_5(t)$
où T_5 [s] et K_5 [1] sont des constantes de réglage du système.
- Le correcteur PI (Proportionnel-Intégral) est construit pour définir la loi d'entrée (notée $\varepsilon_1(t)$) sortie (notée $e_2(t)$) suivante : $K_1 \cdot \left(\varepsilon_1(t) + T_1 \cdot \frac{d\varepsilon_1(t)}{dt} \right) = T_1 \cdot \frac{de_2(t)}{dt}$
où T_1 [s] et K_1 [1] sont des constantes de réglage du système.

Q.1. Réaliser le schéma-bloc du système.

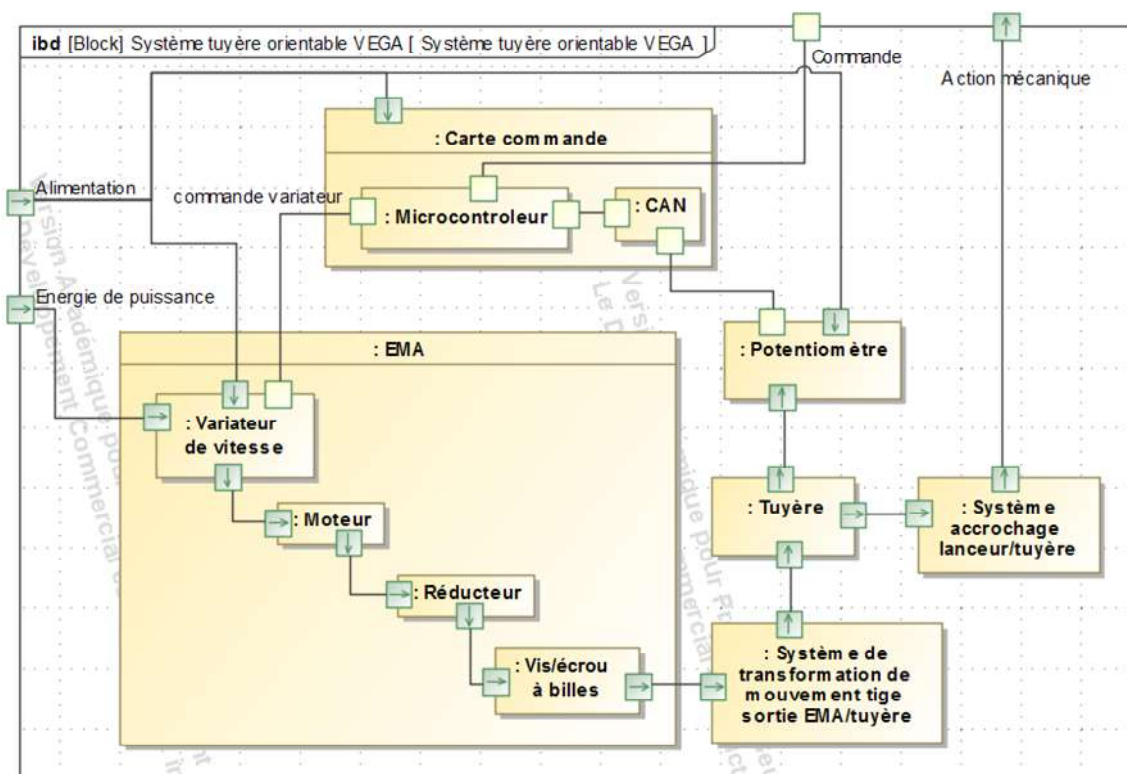
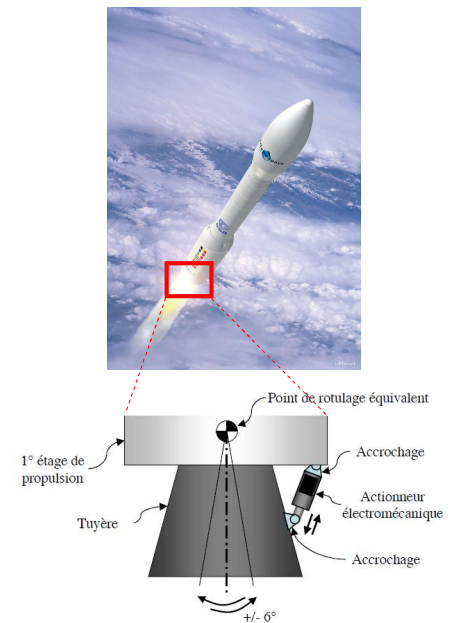
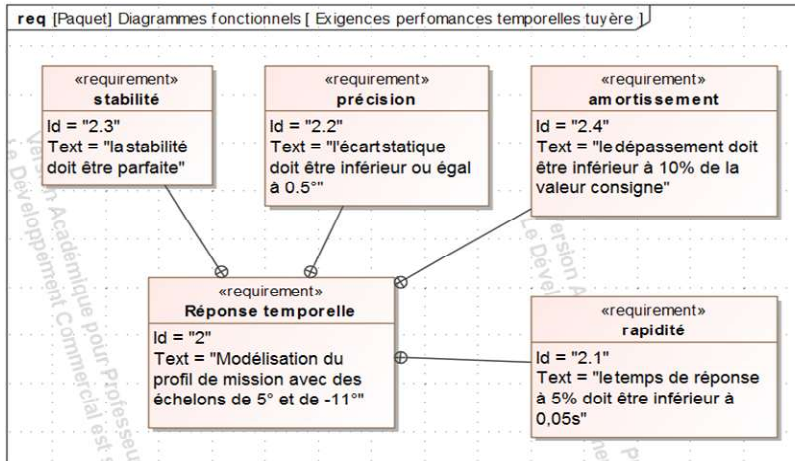
Q.2. Modifier le schéma-bloc de la question précédente pour obtenir un schéma-bloc comportant deux boucles imbriquées l'une dans l'autre comme sur le schéma ci-contre. Déterminer les fonctions de transfert $H_A(p)$, $H_B(p)$, $H_C(p)$ et $H_D(p)$.



Modélisation en SLCI de l'asservissement en position de la tuyère de la fusée VEGA

(D'après concours Centrale Supelec MP)

On s'intéresse à l'asservissement en position angulaire de la tuyère d'une fusée dont on donne une description structurale, un extrait de cahier des charges ainsi que les différents modèles de connaissance.



Pour les équations des différents modèles de connaissance on supposera que toutes les conditions initiales sont nulles et que J , R_m , r , K_i , K_e , K_{pot} , K_a , pas , L , K_{CNA} et K_p sont des coefficients constants.

	Modèle de connaissance
Le réducteur , de rapport de réduction r , permet de réduire la vitesse angulaire du moteur $\omega_m(t)$ en une vitesse $\omega_r(t)$ disponible pour la roue	$\omega_r(t) = r \cdot \omega_m(t)$
Le système vis à bille/tige de sortie , de pas pas , permet d'obtenir en sortie une vitesse de déplacement $v(t)$ de la tige à partir de la vitesse angulaire $\omega_r(t)$	$\omega_r(t) = \frac{2\pi}{pas} v(t)$
Le déplacement de la tige $x(t)$ est obtenu à partir de l'intégration de la vitesse $v(t)$	$x(t) = \int v(t) dt$

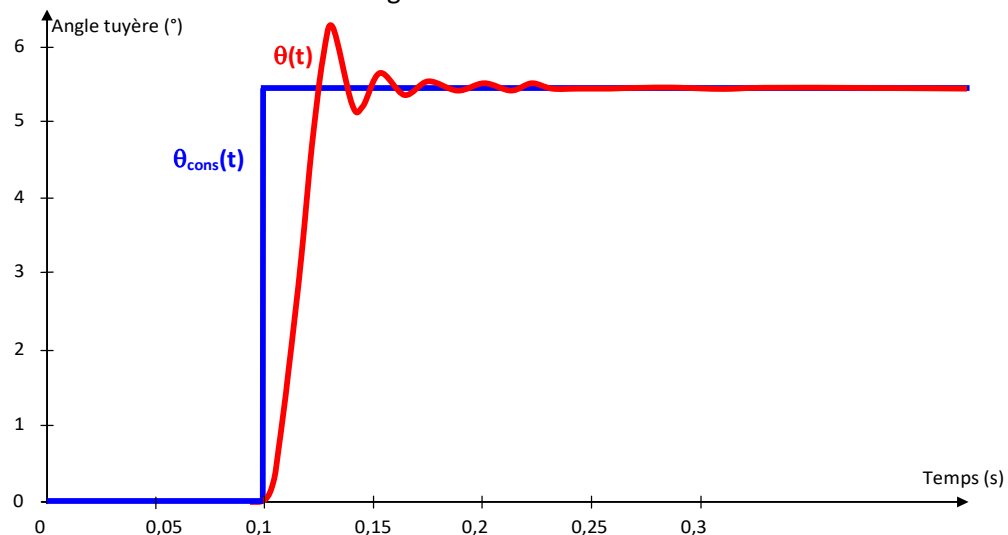
La rotation de la tuyère $\theta(t)$ est obtenue à partir du déplacement de la tige $x(t)$ grâce à la présence d'un bras de levier de longueur L .	$\theta(t) = x(t)/L$
Le capteur potentiométrique est modélisé par un gain pur (constante) K_{pot} . Il délivre une tension $u_{\text{mes}}(t)$ image de l'angle $\theta(t)$	$u_{\text{mes}}(t) = K_{\text{pot}} \cdot \theta(t)$
La tension $u_{\text{mes}}(t)$ est codée à l'aide d'un Convertisseur Analogique Numérique (CAN) en une valeur numérique $N_{\text{mes}}(t)$ image de $u_{\text{mes}}(t)$	$N_{\text{mes}}(t) = K_{\text{CNA}} \cdot u_{\text{mes}}(t)$
L' équation mécanique du moteur tournant à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ permet de lier l'inertie J de l'arbre en rotation, le couple moteur $C_m(t)$ les frottements visqueux f	$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f \cdot \omega_m(t)$
L' équation électrique au niveau de l'induit du moteur permet de lier la tension $U_m(t)$, le courant $i_m(t)$, la résistance de l'induit R_m	$U_m(t) = R_m \cdot i_m(t) + e_m(t)$
Le couple moteur $C_m(t)$ est couplé à l'intensité $i_m(t)$ dans la bobine du moteur grâce à la constante de couple K_i	$C_m(t) = K_i \cdot i_m(t)$
La force électromotrice $e_m(t)$ du moteur est couplée à la vitesse de rotation de l'arbre moteur $\omega_m(t)$ grâce à la constante de force électromotrice K_e	$e_m(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$
L' adaptateur permet de convertir la position angulaire de consigne notée $\theta_{\text{cons}}(t)$ en une tension image de la consigne $u_{\text{cons}}(t)$	$u_{\text{cons}}(t) = K_a \cdot \theta_{\text{cons}}(t)$
La tension $u_{\text{cons}}(t)$ est codée à l'aide d'un Convertisseur Analogique Numérique (CAN) en une valeur numérique $N_{\text{cons}}(t)$ image de $u_{\text{cons}}(t)$	$N_{\text{cons}}(t) = K_{\text{CNA}} \cdot u_{\text{cons}}(t)$
un régulateur dans le microcontrôleur (comparateur+correcteur+Convertisseur Numérique Analogique) permet : - de comparer la valeur codée de consigne $N_{\text{cons}}(t)$ à l'image codée de la valeur mesurée $N_{\text{mes}}(t)$ pour établir l'écart $\varepsilon(t)$. - d'amplifier $\varepsilon(t)$ en une tension de commande du moteur $u_m(t)$	$\varepsilon(t) = N_{\text{cons}}(t) - N_{\text{mes}}(t)$ $u_m(t) = K_p \cdot \varepsilon(t)$

Q.1. En s'appuyant notamment sur le diagramme de blocs internes et les équations du modèle de connaissance, réaliser le schéma-bloc complet correspondant au modèle en SLCI du système étudié.

Q.2. Expliquer pourquoi ce système est bien un système asservi. Combien y-a-t-il de boucle(s) d'asservissement ?

Q.3. Comment choisir le gain d'adaptation K_a pour que la vitesse angulaire de l'angle de la tuyère en sortie soit correctement asservie sur l'angle de consigne (on cherche dans ce cas à obtenir un écart $\varepsilon(p)$ nul quand la consigne et la sortie sont égales).

Q.4. La réponse de ce système pour une consigne échelon d'angle $5,5^\circ$, est présentée figure ci dessous. Analyser cette courbe vis-à-vis des 4 critères de performances du cahier des charges. Conclure quant à ce 1er réglage de correcteur vis-à-vis du cahier des charges.



Calcul de transformées de Laplace

Calculer la transformée de Laplace des fonctions suivantes : $e^{-at}.u(t)$, $\cos(\omega t).u(t)$ et $\sin(\omega t).u(t)$

En déduire $e^{-at}.\sin(\omega t).u(t)$ et $e^{-at}.\cos(\omega t).u(t)$.

Calcul de transformées inverses

Calculer la transformée inverse des fonctions suivantes :

$$F_1(p) = \frac{K_1}{(p+a).(p+b)}$$

$$F_2(p) = \frac{K_2}{p.(1+\tau.p)}$$

$$F_3(p) = \frac{K_3.p}{(p+a).(p+b)}$$

$$F_4(p) = \frac{K_4.p^2}{(p-1)^2.(p+1)}$$

$$F_5(p) = \frac{3p+1}{(p-1).(p^2+1)}$$

Calcul de transformées inverses

Calculer la transformée inverse des fonctions suivantes :

$$S_1(p) = \frac{K}{p(1+\tau.p)}$$

$$S_2(p) = \frac{a.K}{p^2.(1+\tau.p)}$$

$$S_3(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K.\omega_0^2}{(p-p_1).(p-p_2)}$$

$$S_4(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K.\omega_0^2}{(p+\omega_0)^2}$$

Application du théorème du retard pour la modélisation de signaux

Déterminer les transformées de Laplace des signaux suivants :

