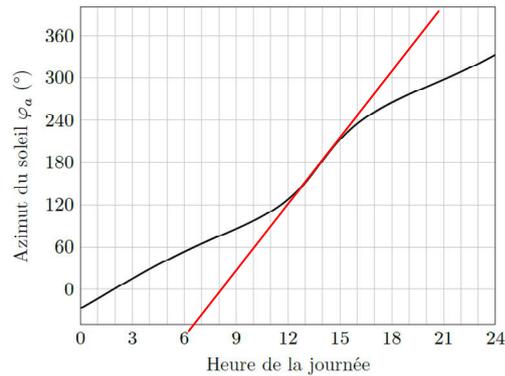


## La seine musicale - Corrigé

**Q.1.** On linéarise dans la portion la plus pentue.

$$\Omega_{\text{amax}} = \frac{240 - 120}{16 - 12} = \frac{120}{4} = 30^\circ/\text{h} = \frac{30}{3600} = \frac{1}{120}^\circ/\text{s}$$

En 15 min on effectue  $\varphi_{\text{amax}} = \frac{30^\circ}{4} = 7,5^\circ$

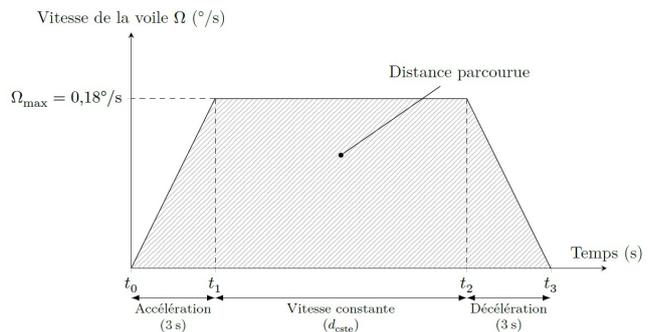


**Q.2.** Loi en trapèze de vitesse.

L'amplitude angulaire correspond à l'aire du trapèze et vaut  $\varphi(t) = \Omega_{\text{max}} \cdot (t_1 + d_{\text{cste}})$

$$\rightarrow \varphi_{\text{amax}} = \Omega_{\text{max}} \cdot (t_1 + d_{\text{cste}})$$

$$\rightarrow d_{\text{cste}} = \frac{\varphi_{\text{amax}}}{\Omega_{\text{max}}} - t_1 = 38,6\text{s}$$



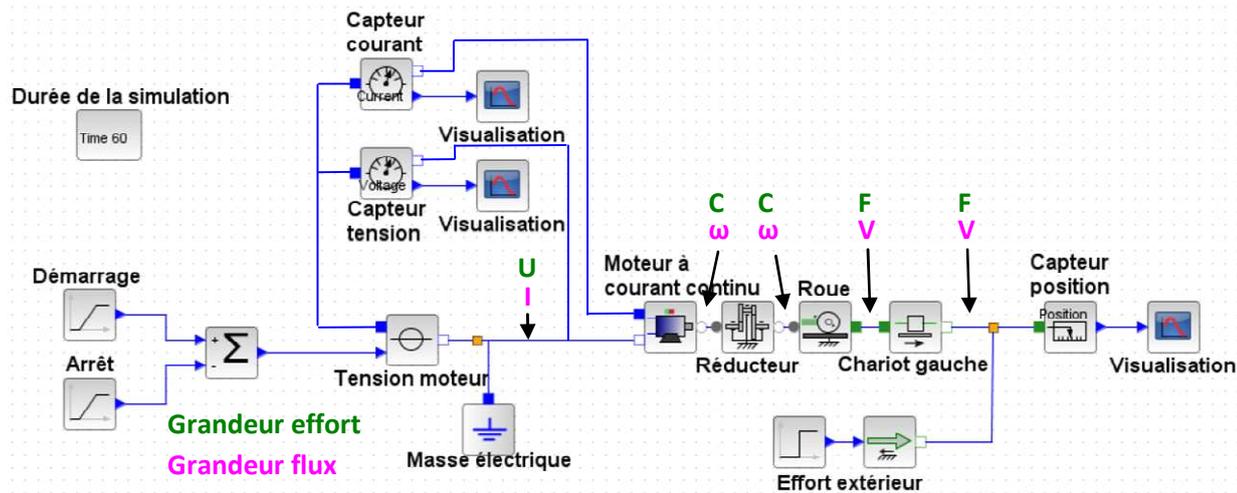
**Q.3.**  $d_{\text{totale}} = d_{\text{cste}} + t_1 + t_3 - t_2 = d_{\text{cste}} + 2 \cdot t_1 = \frac{\varphi_{\text{amax}}}{\Omega_{\text{max}}} + t_1$

$d_{\text{totale}} = 44,6 \approx 45\text{s} < 1 \text{ min} \rightarrow$  exigence 1.2 validée

**Q.4.** A l'aide de la simulation on obtient un déplacement de 3,651 m en 49 s < 1 min  $\rightarrow$  exigence 1.2 validée.

$$\theta = \frac{3,651}{R} = \frac{3,651}{22,75} = 0,16 \text{ rad soit } 9,2^\circ \rightarrow \frac{9,2}{49} = 0,187^\circ/\text{s} \rightarrow$$
 on dépasse légèrement l'exigence 1.1.

**Q.5.**

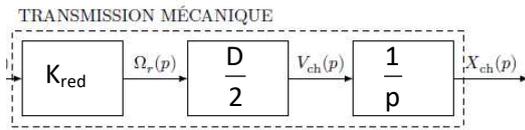


**Q.6.** Graphiquement on a un écart maximal qui vaut :  $3,651 - 3,633 = 0,018 \text{ m} > 15 \text{ mm} \rightarrow$  exigence 1.6 non validée.

**Q.7.** En considérant qu'il n'y a pas de glissement au niveau du contact sol/roue et pas de jeux dans les engrenages, on a :

$$V_{ch} = \frac{D}{2} \cdot \omega_r = \frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m$$

**Q.8.**



**Q.9.** On a  $d\vec{F}_{vent} = \vec{f}_{vent} \cdot dS = f \cdot \vec{u} \cdot dS$  avec  $dS = R^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$

**Q.10.**  $\vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = \left( \int \vec{OP} \wedge f \cdot \vec{u} \cdot dS \right) \cdot \vec{z}$  on a par ailleurs  $\vec{z}$  invariant de  $\theta$  et  $\varphi \rightarrow$  on peut le rentrer dans l'intégrale

$$\rightarrow \vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = \int (R \cdot \vec{e}_r \wedge f \cdot \vec{u} \cdot R^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi) \cdot \vec{z} = R^3 \cdot f \cdot \int (\vec{e}_r \wedge \vec{u} \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi) \cdot \vec{z}$$

avec  $(\vec{e}_r \wedge \vec{u}) \cdot \vec{z} = ((\cos\theta \cdot \vec{z} + \sin\theta \cdot \vec{i}) \wedge (\cos\alpha \cdot \vec{x}_v + \sin\alpha \cdot \vec{y}_v)) \cdot \vec{z} = (\sin\theta \cdot \cos\alpha \cdot \vec{i} \wedge \vec{x}_v + \sin\theta \cdot \sin\alpha \cdot \vec{i} \wedge \vec{y}_v) \cdot \vec{z}$   
 $(\vec{e}_r \wedge \vec{u}) \cdot \vec{z} = -\sin\theta \cdot \cos\alpha \cdot \sin\varphi + \sin\theta \cdot \sin\alpha \cdot \cos\varphi$

$$\rightarrow \vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = -R^3 \cdot f \cdot \cos\alpha \cdot \int \sin^2\theta \cdot \sin\varphi \cdot d\theta \cdot d\varphi + R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \int \sin^2\theta \cdot \cos\varphi \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

$$\rightarrow \vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = -R^3 \cdot f \cdot \cos\alpha \cdot \int_0^{\pi} \sin^2\theta \cdot d\theta \cdot \int_{-\pi/8}^{\pi/8} \sin\varphi \cdot d\varphi + R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \int_0^{\pi} \sin^2\theta \cdot d\theta \cdot \int_{-\pi/8}^{\pi/8} \cos\varphi \cdot d\varphi$$

avec  $\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$  et  $\int_{-\pi/8}^{\pi/8} \sin\varphi \cdot d\varphi = 0$

$$\vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi} \cdot \left[ \sin\varphi \right]_{-\pi/8}^{\pi/8} = R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 2 \cdot \sin \frac{\pi}{8} = R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$$

**Q.11.** On a  $\vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = (\vec{OG}_c \wedge \vec{F}_{vent} \cdot \vec{x}_{GC}) \cdot \vec{z}$

$$\vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = (R \cdot \vec{y}_{GC} \wedge F_{vent} \cdot \vec{x}_{GC}) \cdot \vec{z} = -R \cdot F_{vent} = R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8} \rightarrow F_{vent} = -R^2 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$$

**Q.12.** Effort maxi pour  $\sin\alpha = 1 \rightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{2}$

$$|F_{vent\max}| = R^2 \cdot f \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8} = 22,75^2 \times 54,7 \times \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8} = 17018 \text{ N}$$

**Q.13.** On isole le chariot central cc + BAME. On applique le TRS /  $\vec{z} : F_1 + F_J - P_v - P_{cc} = 0 \rightarrow F_1 + F_J = P_v + P_{cc}$

attention à la figure 15 :  $P_v = \frac{m_v}{2} \cdot g$  et  $P_{cc} = m_{cc} \cdot g$

**Q.14.** En utilisant le bras de levier on a directement  $\vec{M}_C = -\delta \cdot F_1 \cdot \vec{y}_{GC}$

$$\vec{M}_D = -\delta \cdot F_J \cdot \vec{y}_{GC}$$

$$\vec{M}_{CC} = \vec{M}_C + \vec{M}_D = -\delta \cdot (F_1 + F_J) \cdot \vec{y}_{GC} = -\delta \cdot (P_v + P_{cc}) \cdot \vec{y}_{GC}$$

**Q.16.** De même on obtient :  $\vec{M}_{CL} = -\delta \cdot (P_v + P_{cc}) \cdot \vec{y}_{GC}$

$$\vec{M}_{glob} = \vec{M}_{CC} + \vec{M}_{CL} = -\delta \cdot (2 \cdot P_v + P_{cc} + P_{cc}) \cdot \vec{y}_{GC}$$

$$AN : \|\vec{M}_{glob}\| = -\delta \cdot (2 \cdot \frac{m_v}{2} \cdot g + m_{cc} \cdot g + m_{cl} \cdot g) = 5 \cdot 10^{-3} \times 9,81 \times (120 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3)$$

$$\|\vec{M}_{glob}\| = 5 \times 9,81 \times (120 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3) = 7014 \text{ N.m}$$

**Q.17.** On isole tout l'ensemble en mvt et on calcule l'énergie cinétique.

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot (m_v + m_{cc} + m_{cl}) \cdot V_{ch}^2 + \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot J_g \cdot \omega_r^2) + \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot J_m \cdot \omega_m^2) \text{ avec } V_{ch} = \frac{D}{2} \cdot \omega_r = \frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m$$

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot (m_v + m_{cc} + m_{cl}) \cdot (\frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m)^2 + J_g \cdot K_{red}^2 \cdot \omega_m^2 + J_m \cdot \omega_m^2$$

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot J_m + 2 \cdot J_g \cdot K_{red}^2 + (m_v + m_{cc} + m_{cl}) \cdot \frac{D^2}{4}) \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_m^2$$

$$\text{Soit } J_{eq} = 2 \cdot J_m + 2 \cdot J_g \cdot K_{red}^2 + (m_v + m_{cc} + m_{cl}) \cdot \frac{D^2}{4}$$

**Q.18.** On isole tout l'ensemble en mvt + BAME :

- Poids total de la structure
- Vent
- Résistance au roulement

$$P_{ext \rightarrow E/Rg} = -m_{tot} \cdot g \cdot \vec{z} \cdot V_{ch} \cdot \vec{x}_{CG} - M_{glob} \cdot \omega_r - F_{vent} \cdot \vec{x}_{CG} \cdot V_{ch} \cdot \vec{x}_{CG} = 0 - M_{glob} \cdot \omega_r - F_{vent} \cdot V_{ch}$$

$$P_{ext \rightarrow E/Rg} = -M_{glob} \cdot \omega_r - F_{vent} \cdot V_{ch}$$

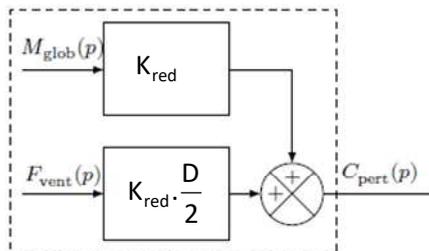
**Q.19.**  $P_{int} = C_m \cdot \omega_m$  (il n'y a qu'un seul moteur actif)

**Q.20.** On applique le TEC :  $J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m \cdot \omega_m = C_m \cdot \omega_m + M_{glob} \cdot \omega_r + F_{vent} \cdot V_{ch}$  avec  $V_{ch} = \frac{D}{2} \cdot \omega_r = \frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m$

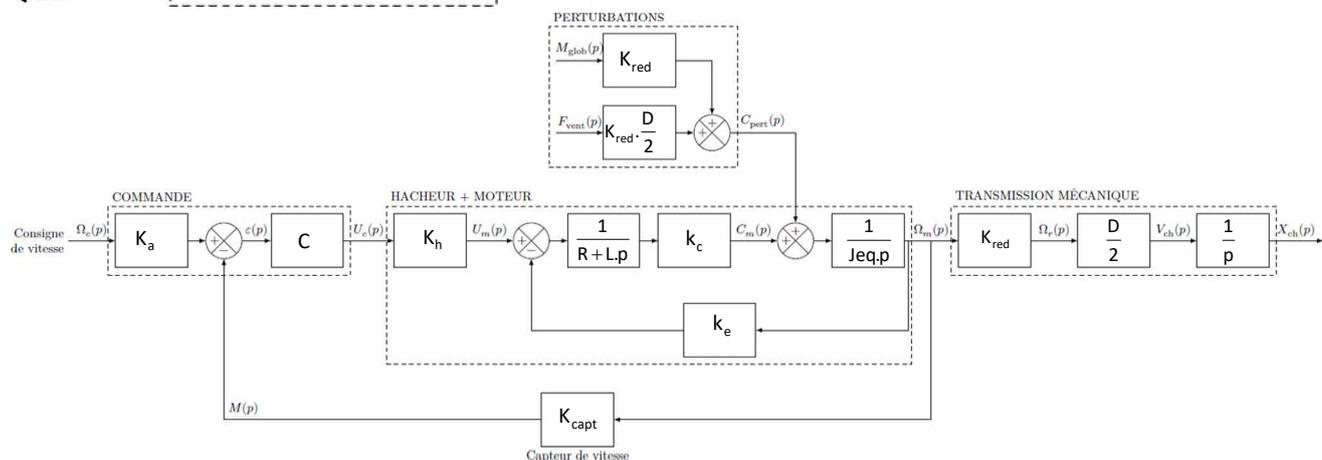
$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m \cdot \omega_m = C_m \cdot \omega_m + M_{glob} \cdot K_{red} \cdot \omega_m + F_{vent} \cdot \frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m$$

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m = C_m + M_{glob} \cdot K_{red} + F_{vent} \cdot \frac{D}{2} \cdot K_{red} \rightarrow J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m = C_m + B \cdot M_{glob} + A \cdot F_{vent} \text{ avec } A = \frac{D}{2} \cdot K_{red} \text{ et } B = K_{red}$$

**Q.21.**

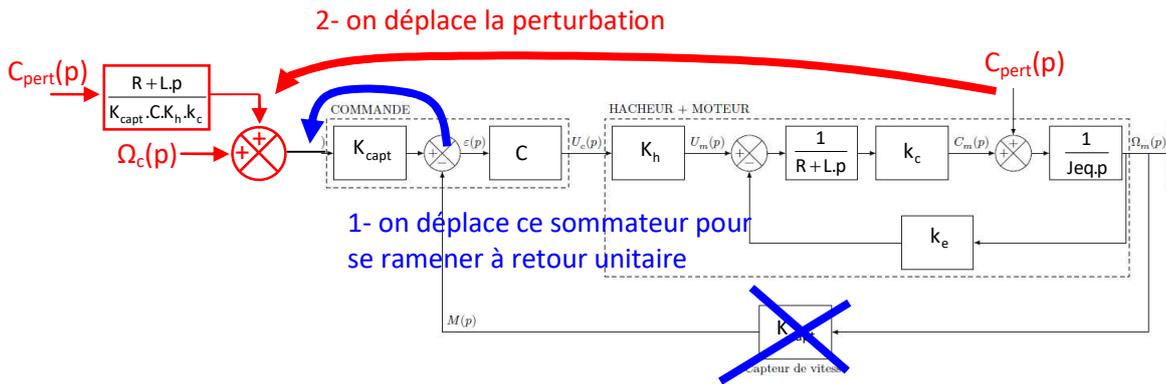


**Q.22.**



**Q.23.**  $K_a = K_{capt}$

**Q.24.** On manipule le schéma bloc.



Calcul de la FTBF du moteur seul : 
$$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{k_c}{(R+L.p)J_{eq}.p}}{1 + \frac{k_e.k_c}{(R+L.p)J_{eq}.p}} = \frac{k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c}$$

Calcul de la FTBF en poursuite :

$$\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{\frac{K_{capt}.C.K_h.k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c}}{\frac{K_{capt}.C.K_h.k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c}} = \frac{K_{capt}.C.K_h.k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$$

Calcul de la FTBF en régulation :

$$\frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)} = \frac{R+L.p}{K_{capt}.C.K_h.k_c} \cdot FTBF_{poursuite} = \frac{R+L.p}{K_{capt}.C.K_h.k_c} \cdot \frac{K_{capt}.C.K_h.k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$$

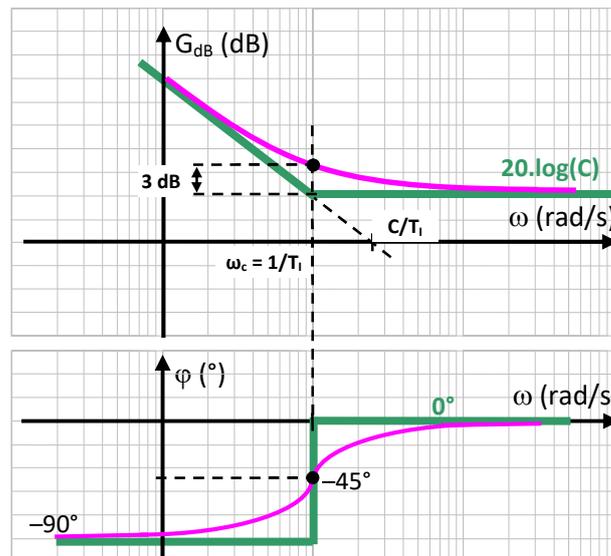
$$\frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)} = \frac{R.(1 + \frac{L}{R}.p)}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c} \cdot \frac{1}{\frac{L.J_{eq}}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}.p^2 + \frac{R.J_{eq}}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}.p + 1}$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)} = \frac{\alpha.(1 + \tau.p)}{\delta.p^2 + \gamma.p + 1}$$

où :  $\alpha = \frac{R}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$  ;  $\tau = \frac{L}{R}$  ;  $\delta = \frac{L.J_{eq}}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$  ;  $\gamma = \frac{R.J_{eq}}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$

**Q.25.**  $C_{pert}(p) = -\frac{C_0}{p}$  en régime permanent on a  $\omega_m(t) = -\alpha.C_0$  (thm valeur finale) → exigence 1.4 non validée

**Q.26.** Tracé de la réponse fréquentielle



**Q.27.** On souhaite une marge de phase de  $-135^\circ$  sur le système corrigé. Or comme la FTBO non corrigée est d'ordre 2 et de gain 1,05 (soit très proche de 1) on aura une pulsation de coupure très proche de  $\omega_0$ . On sait aussi comme c'est ordre 2 que le système non corrigé aura une phase de  $-90^\circ$  pour  $\omega_0$ . En ajoutant les  $-45^\circ$  de phase du PI pour  $\omega_0$  on finalement sera déjà pas loin du bon réglage de marge de phase. Il faudrait légèrement ajuster le gain C pour l'obtenir parfaitement (c'est d'ailleurs l'objet de la question suivante).

**Q.28.** Il faut prendre  $C = C = 10^{\frac{-2}{20}} = 0,8$  pour avoir la marge de phase ciblée.

**Q.29.** Avec un correcteur PI l'erreur statique sera nulle et la marge de phase a été correctement réglée  $\rightarrow$  cela valide les exigences 1.4 et 1.6.

**Q.30.** On remarque que lors d'un déplacement une fois le régime permanent atteint que l'écart relatif entre les deux voiles est inférieur à 1 mm, ce qui est conforme au cahier des charges.

Cependant, l'écart se cumule à chaque déplacement, toutes les 15 minutes. Il y a donc un risque d'obtenir un écart entre les deux voiles de plus de 15 mm au bout de 15 cycles, soit après 4 heures de fonctionnement.

Il est nécessaire de mettre en place une solution de synchronisation pour le déplacement des demi-voiles.

**Q.31.**  $u_{c2}(t) = F_{\text{corr}} \cdot (K_{\text{adapt}} \cdot \omega_c(t) - 2 \cdot m_2(t) + m_1(t))$

En cas de vitesse identique entre les deux moteurs,  $m_1 = m_2$ , le second sommateur du moteur 2 n'a aucune influence et la commande du moteur 2 n'est donc pas modifiée.

Si la vitesse de rotation du second moteur est plus faible, alors on aura  $m_1 > m_2$  et le signal de sortie du second sommateur sera augmenté, ce qui va monter la consigne du moteur 2. La vitesse du moteur 2 va alors augmenter jusqu'à redevenir égal à celle du moteur 1.

Si la vitesse de rotation du second moteur est plus grande, alors on aura  $m_1 < m_2$  et le signal de sortie du second sommateur sera diminué, ce qui va baisser la consigne du moteur 2. La vitesse du moteur 2 va alors diminuer jusqu'à redevenir égal à celle du moteur 1.

Le schéma de synchronisation proposé permet de corriger correctement le système en cas d'écart entre les vitesses des deux moteurs.