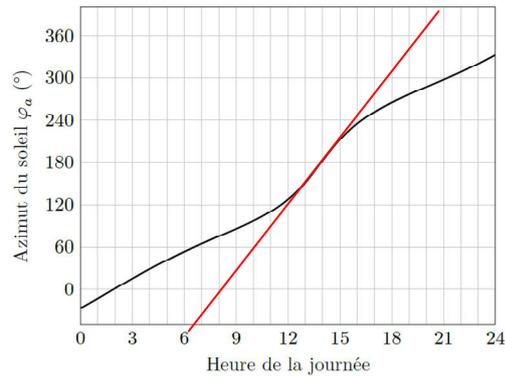


La seine musicale - Corrigé

Q.1. On linéarise dans la portion la plus pentue.

$$\Omega_{\text{amax}} = \frac{240 - 120}{16 - 12} = \frac{120}{4} = 30^\circ/h = \frac{30}{3600} = \frac{1}{120}^\circ/s$$

En 15 min on effectue $\varphi_{\text{amax}} = \frac{30^\circ}{4} = 7,5^\circ$

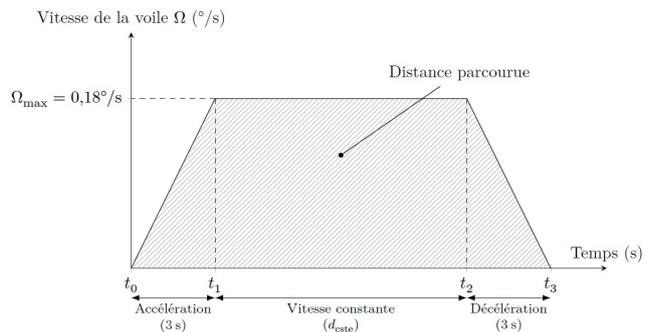


Q.2. Loi en trapèze de vitesse.

L'amplitude angulaire correspond à l'aire du trapèze et vaut $\varphi(t) = \Omega_{\text{max}} \cdot (t_1 + d_{\text{cste}})$

$$\rightarrow \varphi_{\text{amax}} = \Omega_{\text{max}} \cdot (t_1 + d_{\text{cste}})$$

$$\rightarrow d_{\text{cste}} = \frac{\varphi_{\text{amax}}}{\Omega_{\text{max}}} - t_1 = 38,6s$$



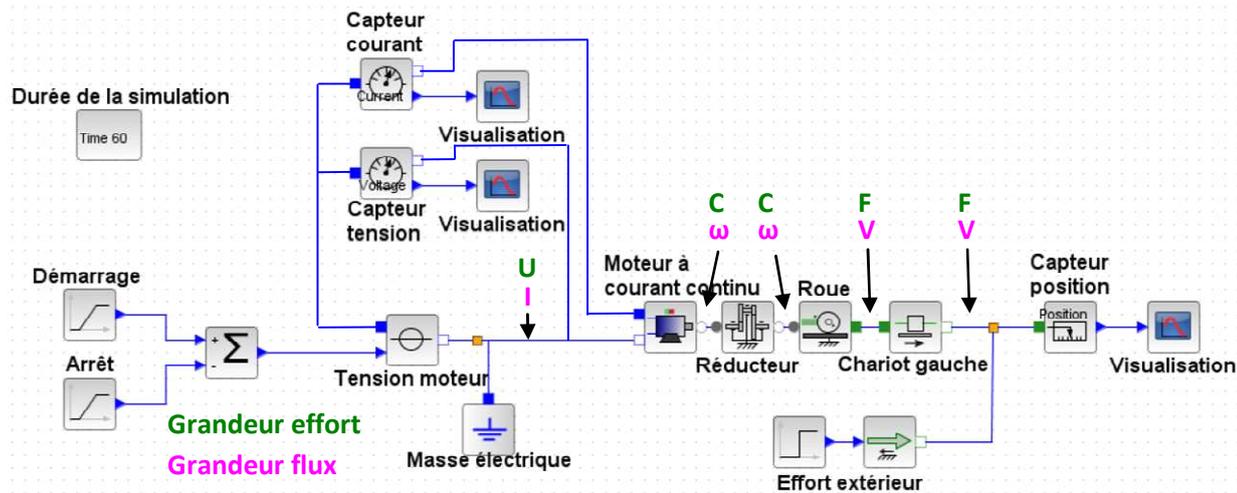
Q.3. $d_{\text{totale}} = d_{\text{cste}} + t_1 + t_3 - t_2 = d_{\text{cste}} + 2 \cdot t_1 = \frac{\varphi_{\text{amax}}}{\Omega_{\text{max}}} + t_1$

$d_{\text{totale}} = 41,6 \approx 42s < 1 \text{ min} \rightarrow$ exigence 1.2 validée

Q.4. A l'aide de la simulation on obtient un déplacement de 3,651 m en 49 s < 1 min \rightarrow exigence 1.2 validée.

$$\theta = \frac{3,651}{R} = \frac{3,651}{22,75} = 0,16 \text{ rad soit } 9,2^\circ \rightarrow \frac{9,2}{49} = 0,187^\circ/s \rightarrow$$
 on dépasse légèrement l'exigence 1.1.

Q.5.

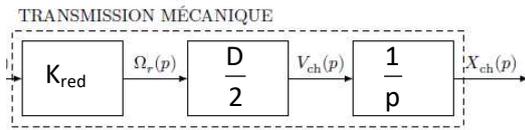


Q.6. Graphiquement on a un écart maximal qui vaut : $3,651 - 3,633 = 0,018 \text{ m} > 15 \text{ mm} \rightarrow$ exigence 1.6 non validée.

Q.7. En considérant qu'il n'y a pas de glissement au niveau du contact sol/roue et pas de jeux dans les engrenages, on a :

$$V_{ch} = \frac{D}{2} \cdot \omega_r = \frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m$$

Q.8.



Q.9. On a $d\vec{F}_{vent} = \vec{f}_{vent} \cdot dS = f \cdot \vec{u} \cdot dS$ avec $dS = R^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$

Q.10. $\vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = \left(\int \vec{OP} \wedge f \cdot \vec{u} \cdot dS \right) \cdot \vec{z}$ on a par ailleurs \vec{z} invariant de θ et $\varphi \rightarrow$ on peut le rentrer dans l'intégrale

$$\rightarrow \vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = \int (R \cdot \vec{e}_r \wedge f \cdot \vec{u} \cdot R^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi) \cdot \vec{z} = R^3 \cdot f \cdot \int (\vec{e}_r \wedge \vec{u} \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi) \cdot \vec{z}$$

$$\text{avec } (\vec{e}_r \wedge \vec{u}) \cdot \vec{z} = ((\cos\theta \cdot \vec{z} + \sin\theta \cdot \vec{i}) \wedge (\cos\alpha \cdot \vec{x}_v + \sin\alpha \cdot \vec{y}_v)) \cdot \vec{z} = (\sin\theta \cdot \cos\alpha \cdot \vec{i} \wedge \vec{x}_v + \sin\theta \cdot \sin\alpha \cdot \vec{i} \wedge \vec{y}_v) \cdot \vec{z}$$

$$(\vec{e}_r \wedge \vec{u}) \cdot \vec{z} = -\sin\theta \cdot \cos\alpha \cdot \sin\varphi + \sin\theta \cdot \sin\alpha \cdot \cos\varphi$$

$$\rightarrow \vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = -R^3 \cdot f \cdot \cos\alpha \cdot \int \sin^2\theta \cdot \sin\varphi \cdot d\theta \cdot d\varphi + R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \int \sin^2\theta \cdot \cos\varphi \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

$$\rightarrow \vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = -R^3 \cdot f \cdot \cos\alpha \cdot \int_0^{\pi} \sin^2\theta \cdot d\theta \cdot \int_{-\pi/8}^{\pi/8} \sin\varphi \cdot d\varphi + R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \int_0^{\pi} \sin^2\theta \cdot d\theta \cdot \int_{-\pi/8}^{\pi/8} \cos\varphi \cdot d\varphi$$

$$\text{avec } \sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \text{ et } \int_{-\pi/8}^{\pi/8} \sin\varphi \cdot d\varphi = 0$$

$$\vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \left[\frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi} \cdot \left[\sin\varphi \right]_{-\pi/8}^{\pi/8} = R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 2 \cdot \sin \frac{\pi}{8} = R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$$

Q.11. On a $\vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = (\vec{OG}_c \wedge \vec{F}_{vent} \cdot \vec{x}_{GC}) \cdot \vec{z}$

$$\vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z} = (R \cdot \vec{y}_{GC} \wedge F_{vent} \cdot \vec{x}_{GC}) \cdot \vec{z} = -R \cdot F_{vent} = R^3 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8} \rightarrow F_{vent} = -R^2 \cdot f \cdot \sin\alpha \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$$

Q.12. Effort maxi pour $\sin\alpha = 1 \rightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{2}$

$$|F_{vent\max}| = R^2 \cdot f \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8} = 22,75^2 \times 54,7 \times \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8} = 17018 \text{ N}$$

Q.13. On isole le chariot central cc + BAME. On applique le TRS / \vec{z} : $F_1 + F_J - P_v - P_{cc} = 0 \rightarrow F_1 + F_J = P_v + P_{cc}$

attention à la figure 15 : $P_v = \frac{m_v}{2} \cdot g$ et $P_{cc} = m_{cc} \cdot g$

Q.14. En utilisant le bras de levier on a directement $\vec{M}_C = -\delta \cdot F_1 \cdot \vec{y}_{GC}$

$$\vec{M}_D = -\delta \cdot F_J \cdot \vec{y}_{GC}$$

$$\vec{M}_{CC} = \vec{M}_C + \vec{M}_D = -\delta \cdot (F_1 + F_J) \cdot \vec{y}_{GC} = -\delta \cdot (P_v + P_{cc}) \cdot \vec{y}_{GC}$$

Q.16. De même on obtient : $\vec{M}_{CL} = -\delta \cdot (P_v + P_{cc}) \cdot \vec{y}_{GC}$

$$\vec{M}_{glob} = \vec{M}_{CC} + \vec{M}_{CL} = -\delta \cdot (2 \cdot P_v + P_{cc} + P_{cc}) \cdot \vec{y}_{GC}$$

$$AN : \|\vec{M}_{glob}\| = -\delta \cdot (2 \cdot \frac{m_v}{2} \cdot g + m_{cc} \cdot g + m_{cl} \cdot g) = 5 \cdot 10^{-3} \times 9,81 \times (120 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3)$$

$$\|\vec{M}_{glob}\| = 5 \times 9,81 \times (120 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3) = 7014 \text{ N.m}$$

Q.17. On isole tout l'ensemble en mvt et on calcule l'énergie cinétique.

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot (m_v + m_{cc} + m_{cl}) \cdot V_{ch}^2 + \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot J_g \cdot \omega_r^2) + \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot J_m \cdot \omega_m^2) \text{ avec } V_{ch} = \frac{D}{2} \cdot \omega_r = \frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m$$

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot (m_v + m_{cc} + m_{cl}) \cdot (\frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m)^2 + J_g \cdot K_{red}^2 \cdot \omega_m^2 + J_m \cdot \omega_m^2$$

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot (J_m + J_g \cdot K_{red}^2 + (m_v + m_{cc} + m_{cl}) \cdot \frac{D^2}{4}) \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_m^2$$

$$\text{Soit } J_{eq} = J_m + J_g \cdot K_{red}^2 + (m_v + m_{cc} + m_{cl}) \cdot \frac{D^2}{4}$$

Q.18. On isole tout l'ensemble en mvt + BAME :

- Poids total de la structure
- Vent
- Résistance au roulement

$$P_{ext \rightarrow E/Rg} = -m_{tot} \cdot g \cdot \vec{z} \cdot V_{ch} \cdot \vec{x}_{CG} - M_{glob} \cdot \omega_r - F_{vent} \cdot \vec{x}_{CG} \cdot V_{ch} \cdot \vec{x}_{CG} = 0 - M_{glob} \cdot \omega_r - F_{vent} \cdot V_{ch}$$

$$P_{ext \rightarrow E/Rg} = -M_{glob} \cdot \omega_r - F_{vent} \cdot V_{ch}$$

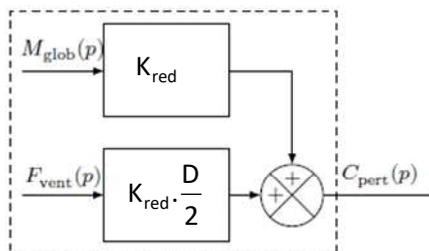
Q.19. $P_{int} = C_m \cdot \omega_m$ (il n'y a qu'un seul moteur actif)

Q.20. On applique le TEC : $J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m \cdot \omega_m = C_m \cdot \omega_m + M_{glob} \cdot \omega_r + F_{vent} \cdot V_{ch}$ avec $V_{ch} = \frac{D}{2} \cdot \omega_r = \frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m$

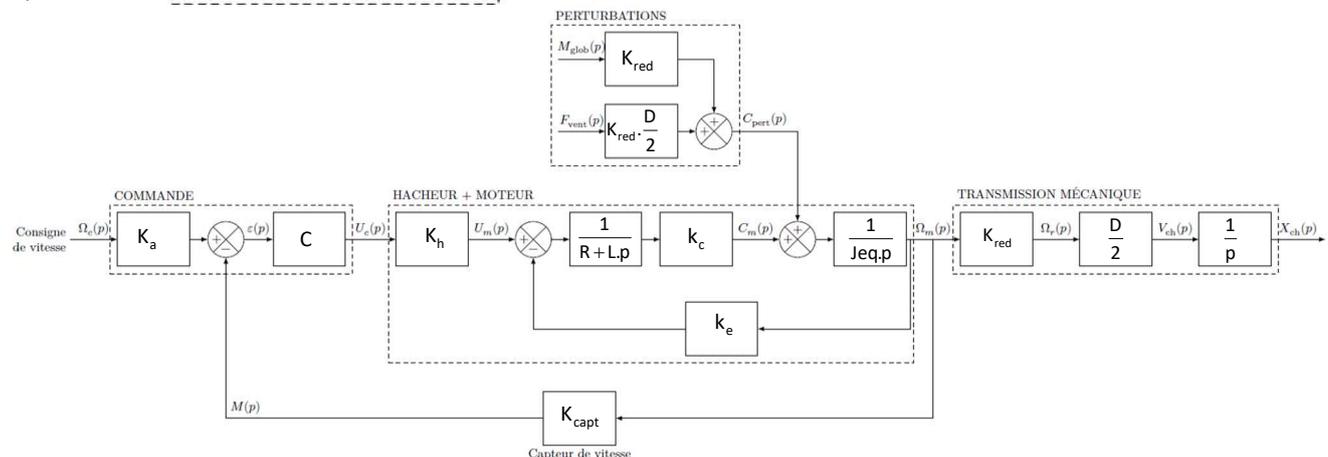
$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m \cdot \omega_m = C_m \cdot \omega_m + M_{glob} \cdot K_{red} \cdot \omega_m + F_{vent} \cdot \frac{D}{2} \cdot K_{red} \cdot \omega_m$$

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m = C_m + M_{glob} \cdot K_{red} + F_{vent} \cdot \frac{D}{2} \cdot K_{red} \rightarrow J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m = C_m + B \cdot M_{glob} + A \cdot F_{vent} \text{ avec } A = \frac{D}{2} \cdot K_{red} \text{ et } B = K_{red}$$

Q.21.

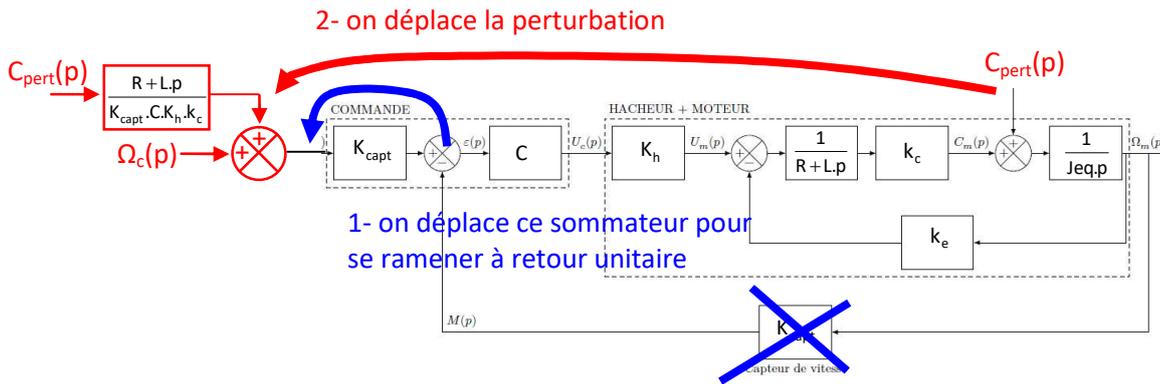


Q.22.



Q.23. $K_a = K_{capt}$

Q.24. On manipule le schéma bloc.



Calcul de la FTBF du moteur seul :

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{k_c}{(R+L.p)J_{eq}.p}}{1 + \frac{k_e.k_c}{(R+L.p)J_{eq}.p}} = \frac{k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c}$$

Calcul de la FTBF en poursuite :

$$\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{\frac{K_{capt}.C.K_h.k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c}}{\frac{K_{capt}.C.K_h.k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}} = \frac{K_{capt}.C.K_h.k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$$

Calcul de la FTBF en régulation :

$$\frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)} = \frac{R+L.p}{K_{capt}.C.K_h.k_c} \cdot FTBF_{poursuite} = \frac{R+L.p}{K_{capt}.C.K_h.k_c} \cdot \frac{K_{capt}.C.K_h.k_c}{L.J_{eq}.p^2 + R.J_{eq}.p + k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$$

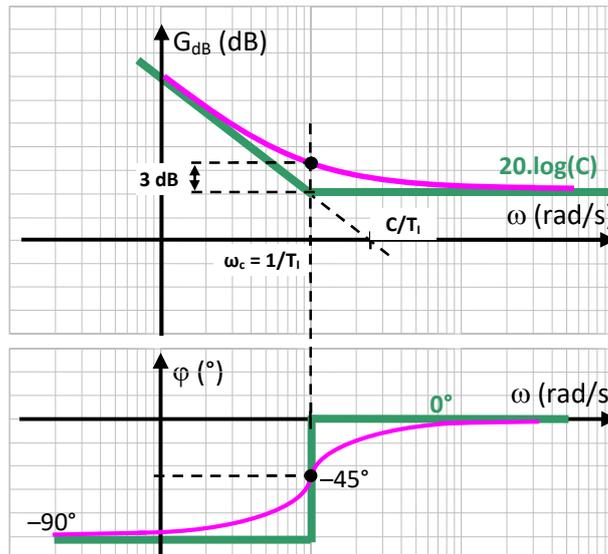
$$\frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)} = \frac{R.(1 + \frac{L}{R}.p)}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c} \cdot \frac{1}{\frac{L.J_{eq}}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}.p^2 + \frac{R.J_{eq}}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}.p + 1}$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)} = \frac{\alpha.(1 + \tau.p)}{\delta.p^2 + \gamma.p + 1}$$

où : $\alpha = \frac{R}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$; $\tau = \frac{L}{R}$; $\delta = \frac{L.J_{eq}}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$; $\gamma = \frac{R.J_{eq}}{k_e.k_c + K_{capt}.C.K_h.k_c}$

Q.25. $C_{pert}(p) = -\frac{C_0}{p}$ en régime permanent on a $\omega_m(t) = -\alpha.C_0$ (thm valeur finale) → exigence 1.4 non validée

Q.26. Tracé de la réponse fréquentielle



Q.27. On souhaite une marge de phase de -135° sur le système corrigé. Or comme la FTBO non corrigée est d'ordre 2 et de gain 1,05 (soit très proche de 1) on aura une pulsation de coupure très proche de ω_0 . On sait aussi comme c'est ordre 2 que le système non corrigé aura une phase de -90° pour ω_0 . En ajoutant les -45° de phase du PI pour ω_0 on finalement sera déjà pas loin du bon réglage de marge de phase. Il faudrait légèrement ajuster le gain C pour l'obtenir parfaitement (c'est d'ailleurs l'objet de la question suivante).

Q.28. Il faut prendre $C = C = 10^{\frac{-2}{20}} = 0,8$ pour avoir la marge de phase ciblée.

Q.29. Avec un correcteur PI l'erreur statique sera nulle et la marge de phase a été correctement réglée → cela valide les exigences 1.4 et 1.6.

Q.30. On remarque que lors d'un déplacement une fois le régime permanent atteint que l'écart relatif entre les deux voiles est inférieur à 1 mm, ce qui est conforme au cahier des charges. Cependant, l'écart se cumule à chaque déplacement, toutes les 15 minutes. Il y a donc un risque d'obtenir en écart entre les deux voiles de plus de 15 mm au bout de 15 cycles, soit après 4 heures de fonctionnement. Il est nécessaire de mettre en place une solution de synchronisation pour le déplacement des demi-voiles.

Q.31. $u_{c2}(t) = F_{corr} \cdot (K_{adapt} \cdot \omega_c(t) - 2 \cdot m_2(t) + m_1(t))$

En cas de vitesse identique entre les deux moteurs, $m_1 = m_2$, le second sommateur du moteur 2 n'a aucune influence et la commande du moteur 2 n'est donc pas modifiée.

Si la vitesse de rotation du second moteur est plus faible, alors on aura $m_1 > m_2$ et le signal de sortie du second sommateur sera augmenté, ce qui va monter la consigne du moteur 2. La vitesse du moteur 2 va alors augmenter jusqu'à redevenir égal à celle du moteur 1.

Si la vitesse de rotation du second moteur est plus grande, alors on aura $m_1 < m_2$ et le signal de sortie du second sommateur sera diminué, ce qui va baisser la consigne du moteur 2. La vitesse du moteur 2 va alors diminuer jusqu'à redevenir égal à celle du moteur 1.

Le schéma de synchronisation proposé permet de corriger correctement le système en cas d'écart entre les vitesses des deux moteurs.