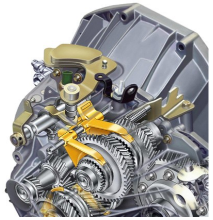
Lycée Fermat Toulouse

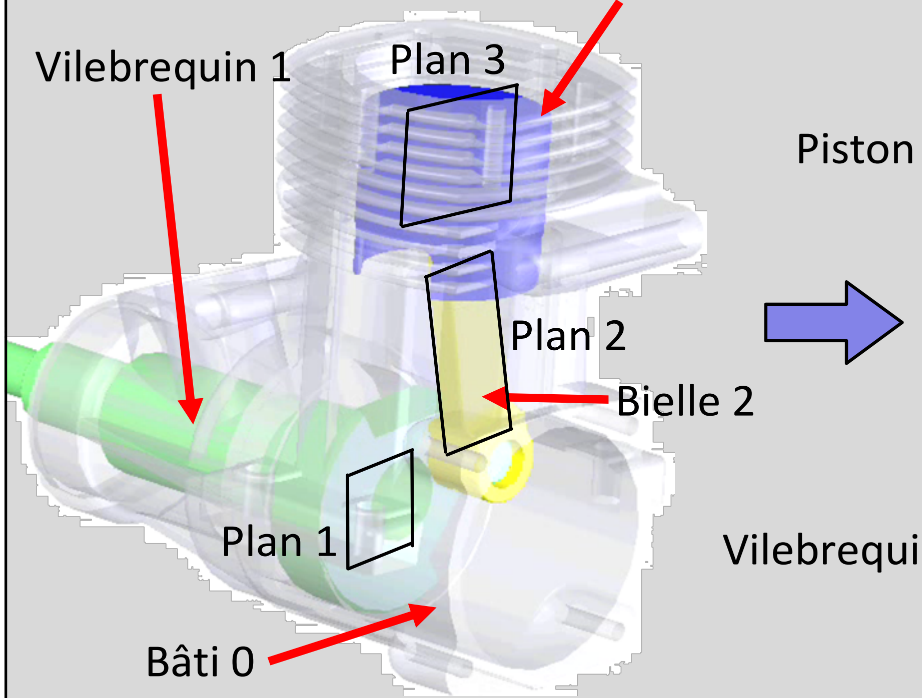
académie Toulouse



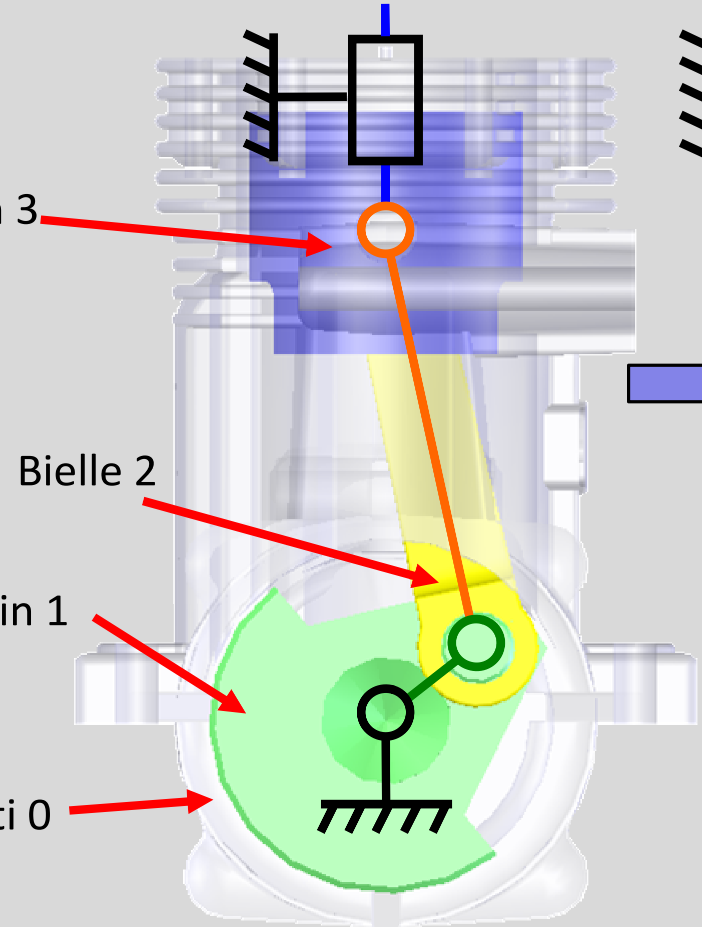
SII – F.MATHURIN

Cinématique graphique-Mouvement plan/plan

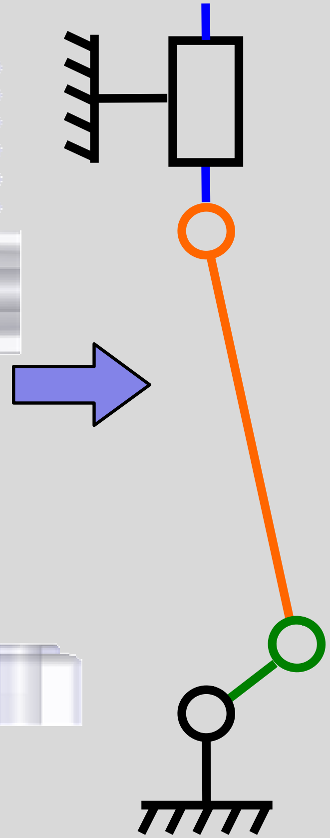
Problème tridimensionnel



Problème plan



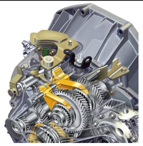
Modèle



Exemple de système mécanique

MOTEUR DE MODELE REDUIT

1. **Mouvement plan sur plan**
2. **Equiprojectivité**
3. **Méthode de résolution graphique par équiprojectivité**
4. **Notion de CIR**



SII – F.MATHURIN

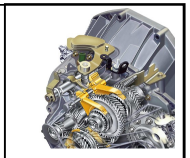
1. Mouvement plan sur plan

2. Equiprojectivité

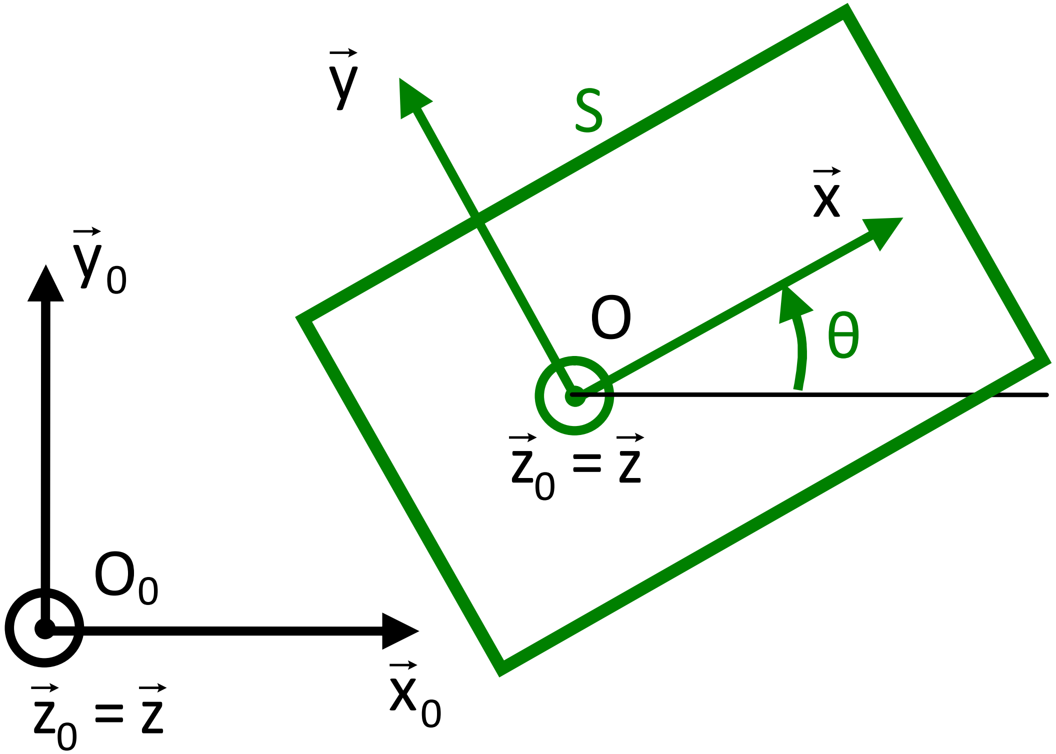
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

4. Notion de CIR

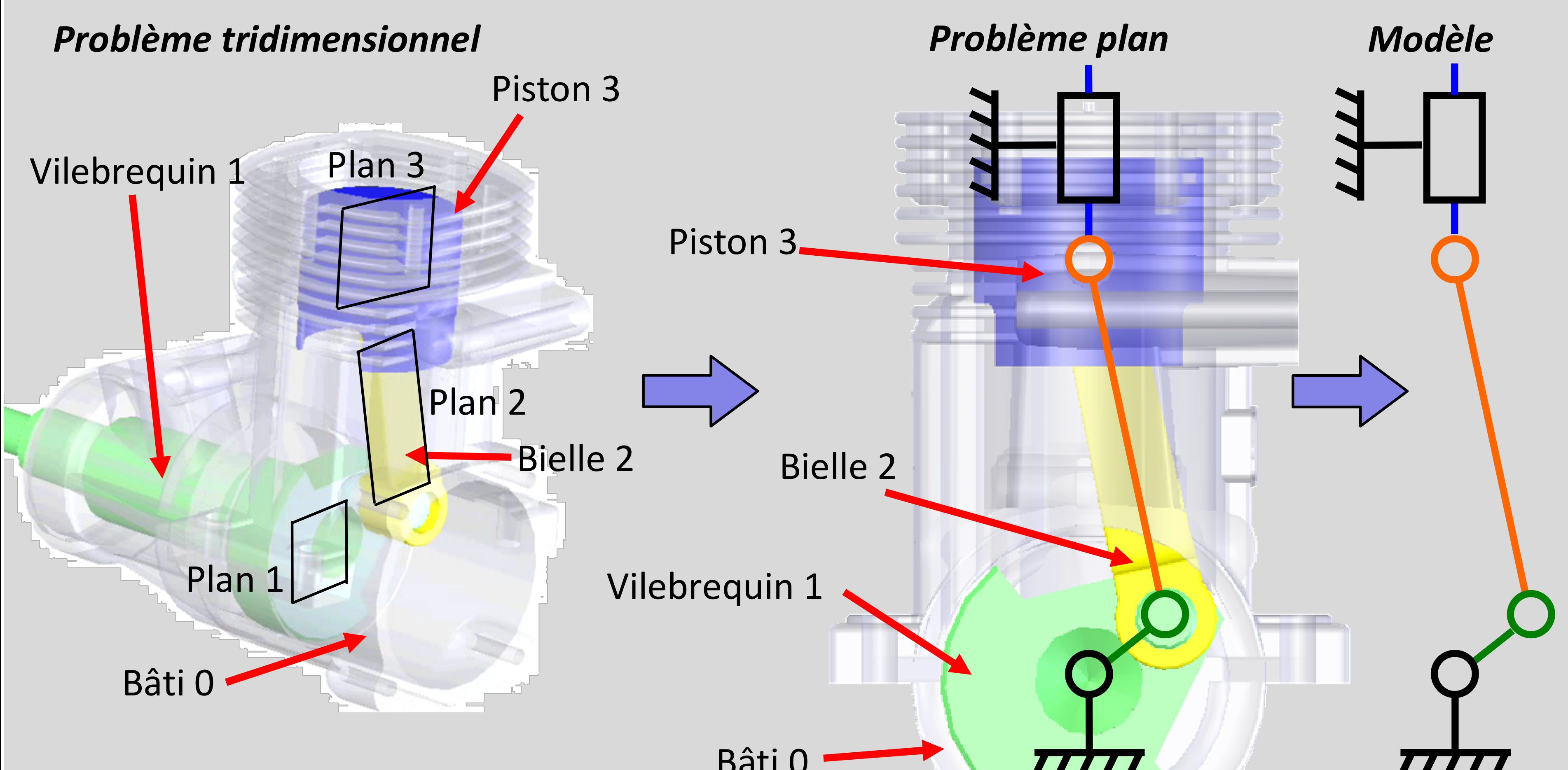
1. Mouvement plan sur plan



Soit un solide S associé au repère R en mouvement par rapport au repère R0. Si le plan P lié à S reste constamment confondu avec le plan P0 lié à R0 alors le mouvement de S par rapport à R est qualifié de mouvement plan sur plan.



1. Mouvement plan sur plan



Exemple de système mécanique

MOTEUR DE MODELE REDUIT

Vidéo 1

Vidéo 2

1. Mouvement plan sur plan

Les vecteurs vitesse de tous les points de S en mouvement par rapport au repère R0 restent parallèles au plan P.

1. Mouvement plan sur plan

- Les vecteurs vitesse de tous les points de S en mouvement par rapport au repère R0 restent parallèles au plan P.
- Le vecteur instantané de rotation de S par rapport à R0 est constamment colinéaire à la normale au plan du mouvement.

1. Mouvement plan sur plan

➡ Les vecteurs vitesse de tous les points de S en mouvement par rapport au repère R0 restent parallèles au plan P.

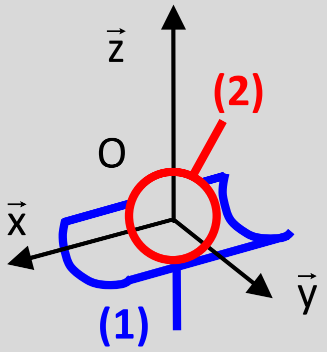
➡ Le vecteur instantané de rotation de S par rapport à R0 est constamment colinéaire à la normale au plan du mouvement.

➡ Le paramétrage du solide (S) par rapport au repère R0 ne nécessite que 3 paramètres : 2 translations dans le plan et 1 rotation d'axe perpendiculaire au plan.

$$\left\{\mathcal{V}_{S/R_0}\right\} = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} \\ \overrightarrow{V_{M,S/R_0}}\end{matrix}\right\}_M = \left\{\begin{matrix}0 & v_x \\ 0 & v_y \\ \Omega_z & 0\end{matrix}\right\}_{M\,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$$

1. Mouvement plan sur plan

Exemple



$$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \Omega_x & v_x \\ \Omega_y & 0 \\ \Omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{O\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Simplifications dans le cas d'un problème plan

Problème de plan $P(O\vec{x}\vec{y})$

$$\begin{Bmatrix} \cancel{\Omega_x} & v_x \\ \cancel{\Omega_y} & 0 \\ \Omega_z & \cancel{0} \end{Bmatrix}_{O\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Problème de plan $P(O\vec{y}\vec{z})$

$$\begin{Bmatrix} \Omega_x & \cancel{v_x} \\ \cancel{\Omega_y} & 0 \\ \cancel{\Omega_z} & 0 \end{Bmatrix}_{O\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Problème de plan $P(O\vec{x}\vec{z})$

$$\begin{Bmatrix} \cancel{\Omega_x} & v_x \\ \Omega_y & \cancel{0} \\ \cancel{\Omega_z} & 0 \end{Bmatrix}_{O\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

1. Mouvement plan sur plan

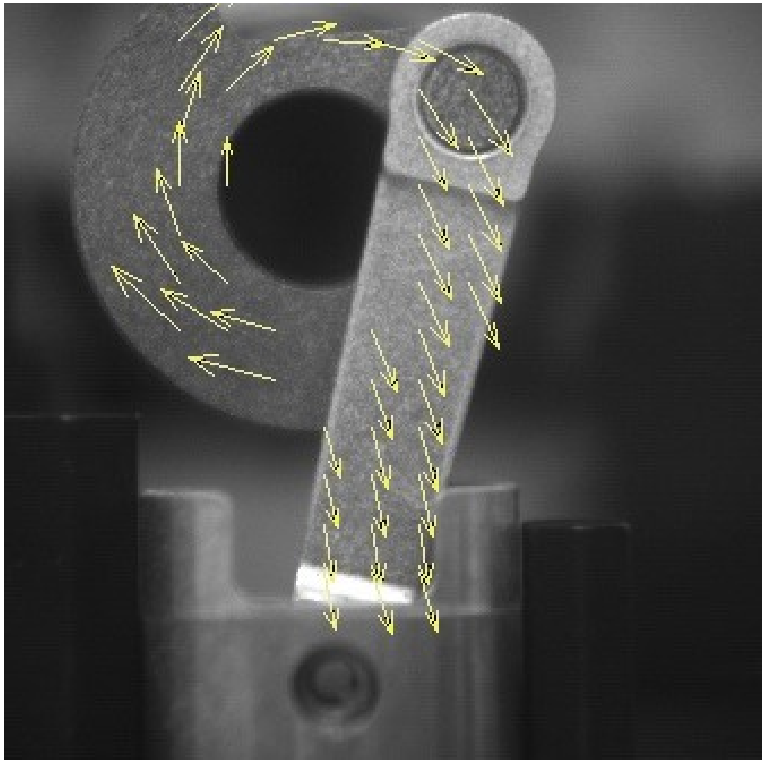
2. Equiprojectivité

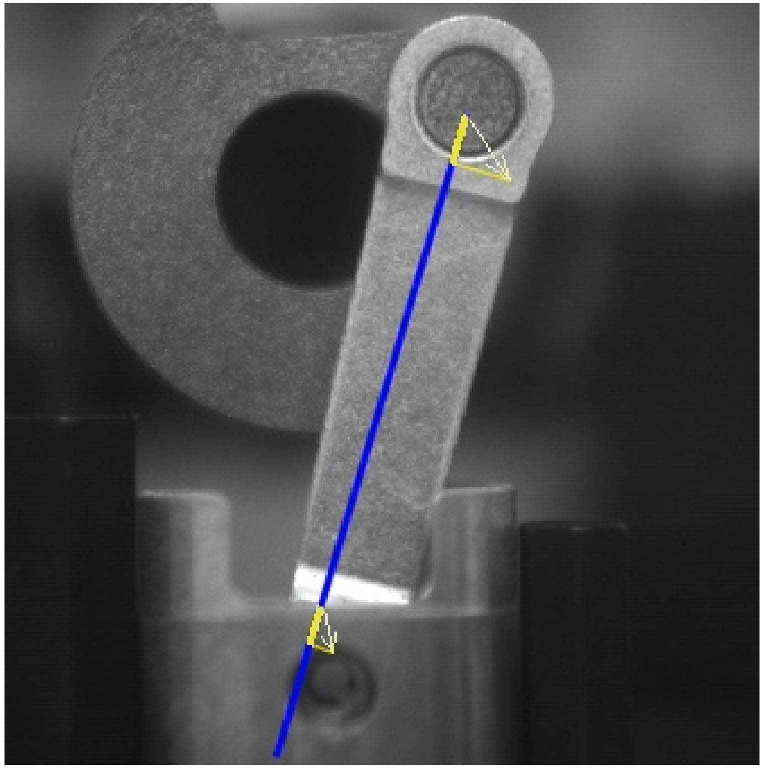
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

4. Notion de CIR

2. Equiprojectivité

SII – F.MATHURIN





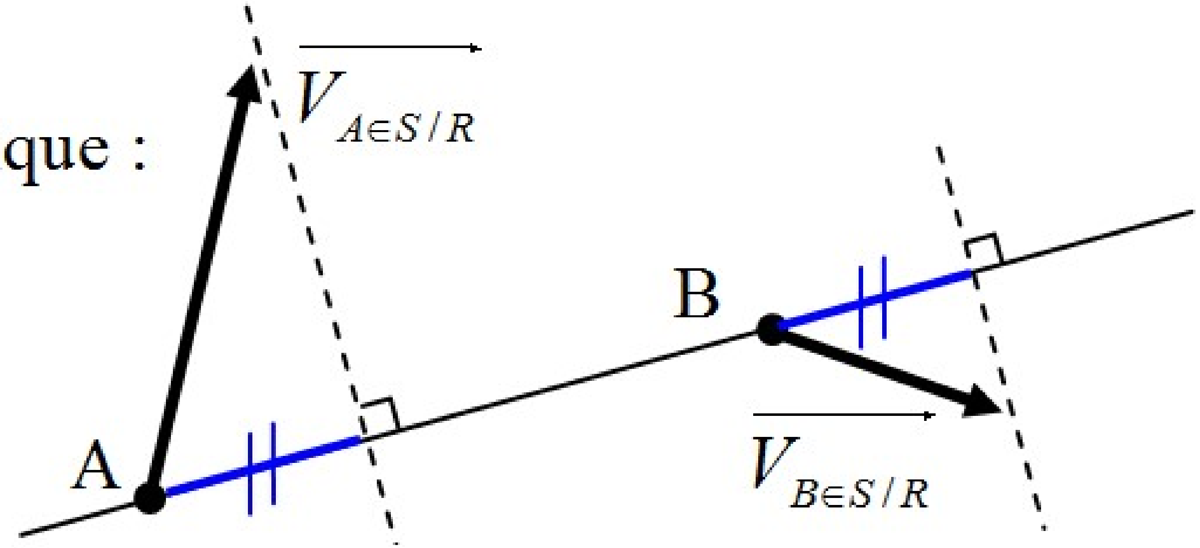
Visualisation expérimentale de l'équiprojectivité du champ de vecteur vitesse de la bielle (amplifié 10x sur la figure) par analyse d'images obtenues d'une caméra rapide (600000 images par secondes) grâce à une technique de corrélation d'images.

2. Equiprojectivité

Définition : Le champ des vecteurs vitesse d'un solide indéformable S en mouvement par rapport à un repère R est équiprojectif, c'est-à-dire :

$$\forall A \in S \text{ et } \forall B \in S \rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{V_{B\in S/R}}$$

Interprétation graphique :



1. Mouvement plan sur plan
2. Equiprojectivité
3. **Méthode de résolution graphique par équiprojectivité**
4. Notion de CIR

3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

L'objectif d'une résolution graphique est de déterminer un ou des vecteurs vitesses à partir des données d'entrée.

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrée)

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties)

Etape 3. Progression de solide en solide

Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide

Etape 5. Mesure de la vitesse en sortie

3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

Exemple du micromoteur

Données d’entrées :

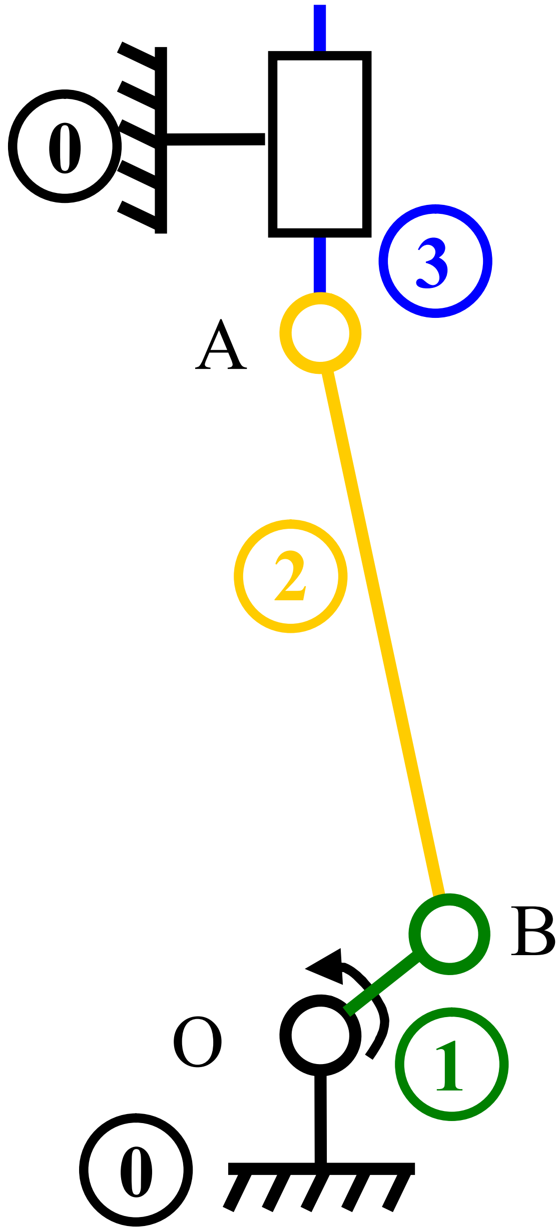
→ Vitesse de rotation de la manivelle par rapport au bâti 0 (1000 tr/min)

→ Rayon OB=3cm

→ Echelle des vitesses de 1cm pour 1m/s.

Objectif :

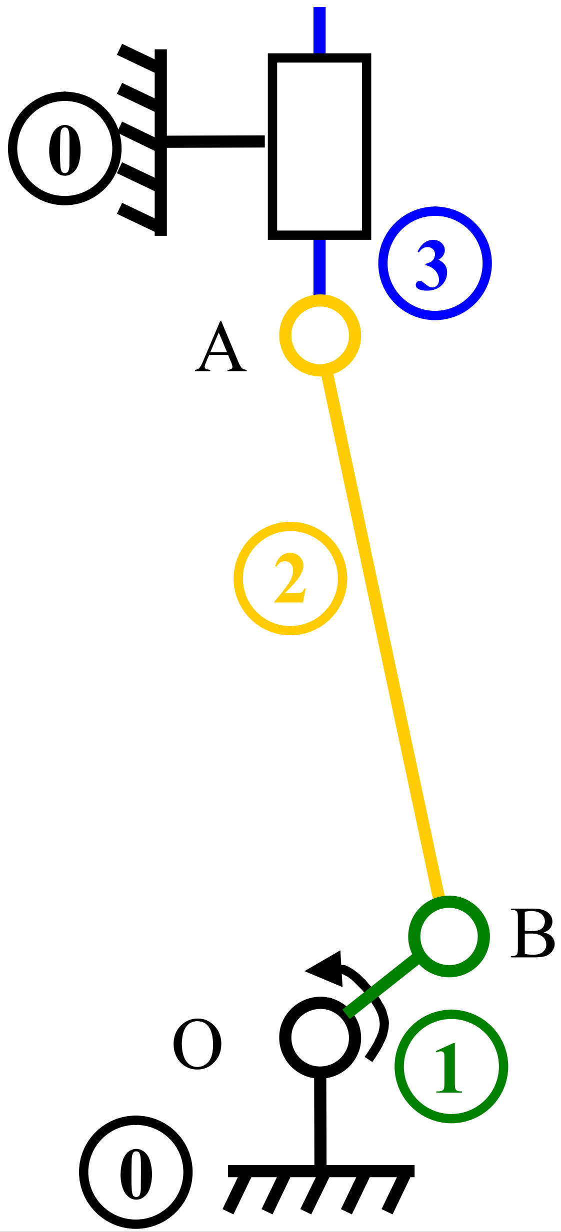
→ Déterminer la vitesse de sortie du piston 3 par rapport au bâti 0.



3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

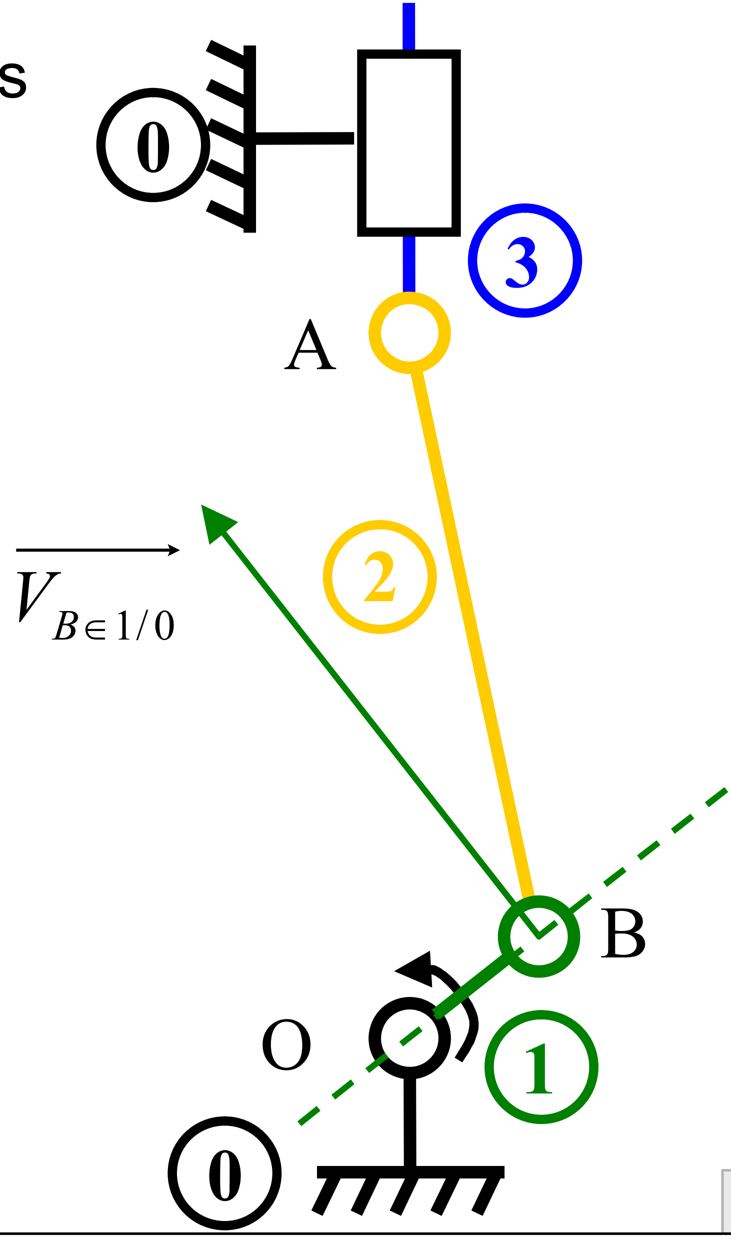
SII – F.MATHURIN

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).



3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

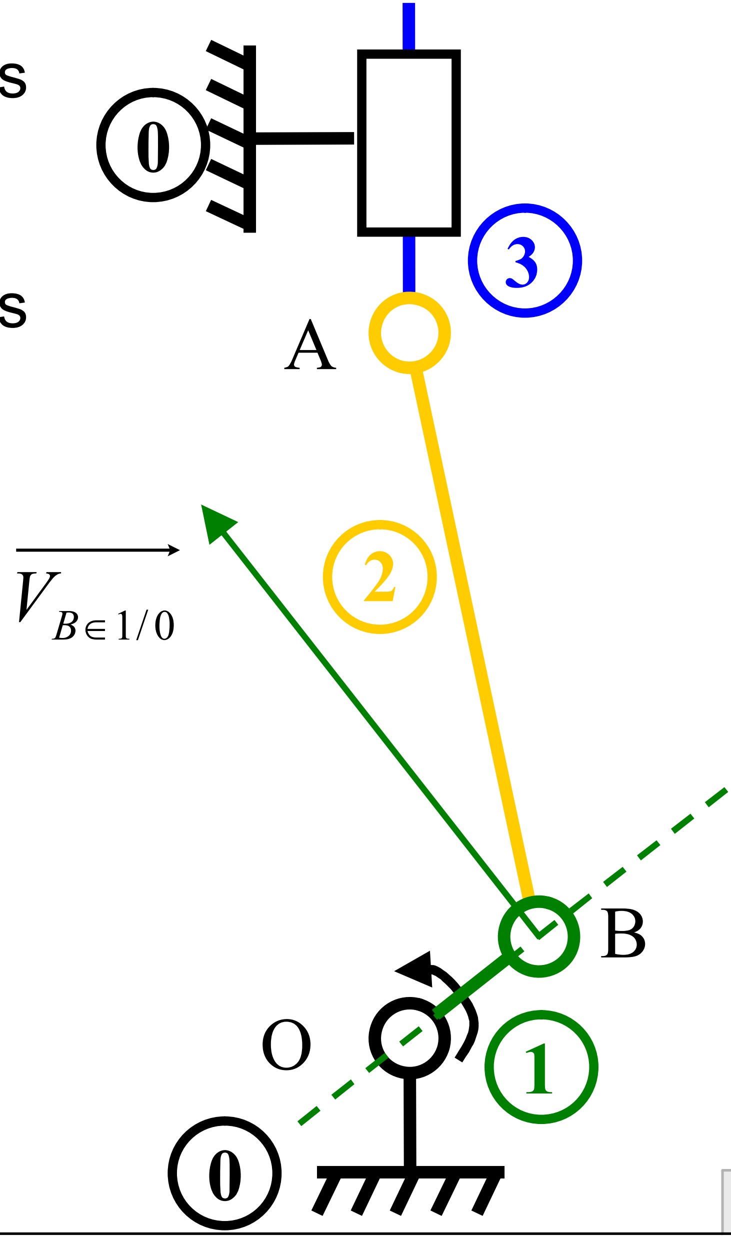
Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).



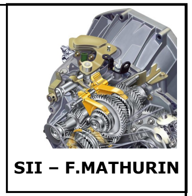
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

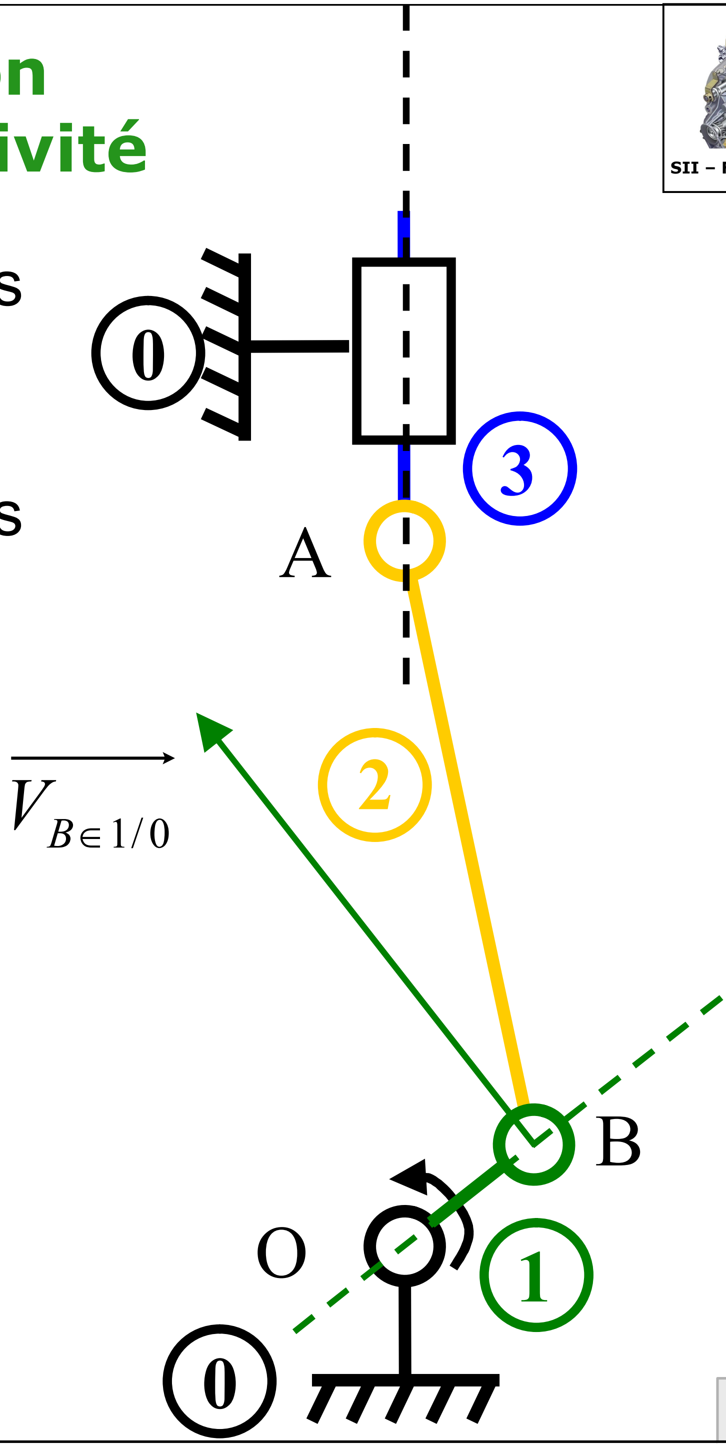


3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité



Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

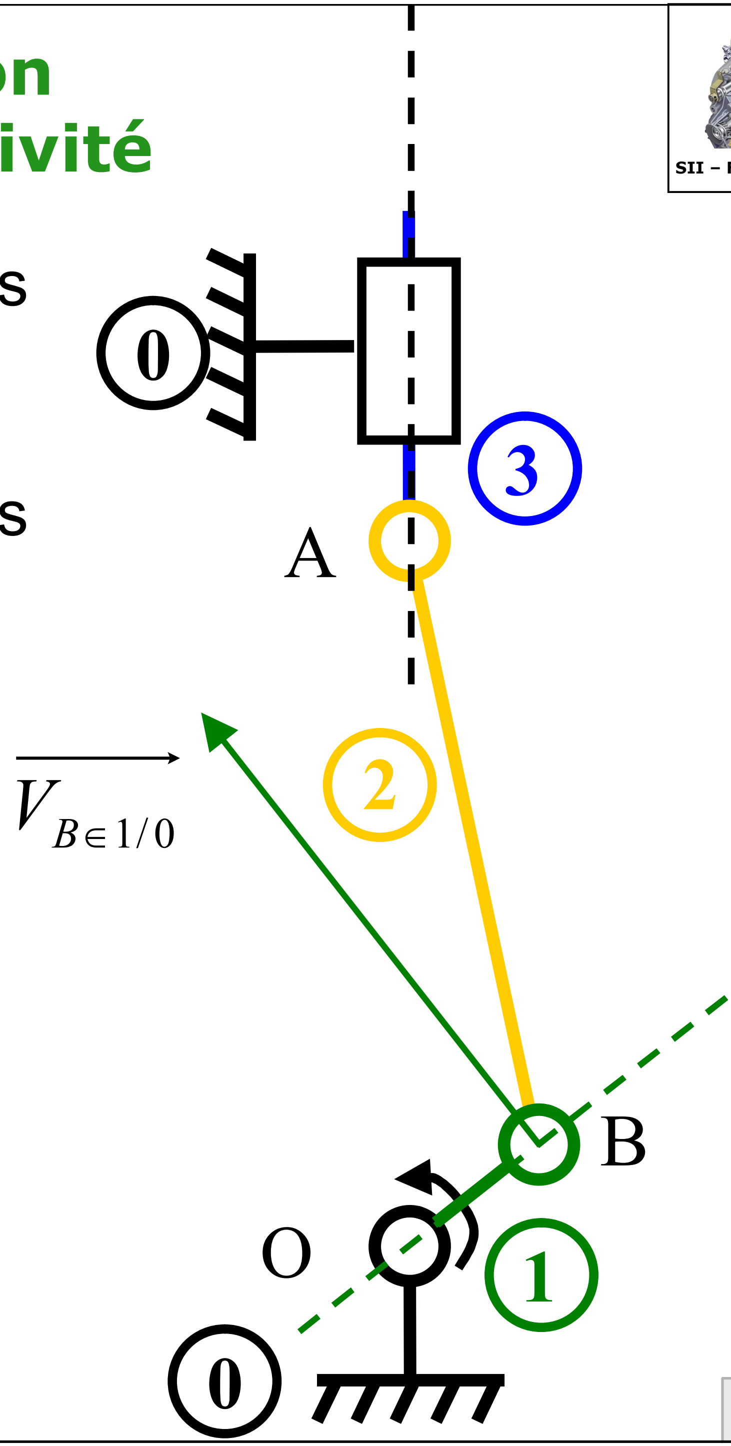


3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

Etape 3. Progression de solide en solide.



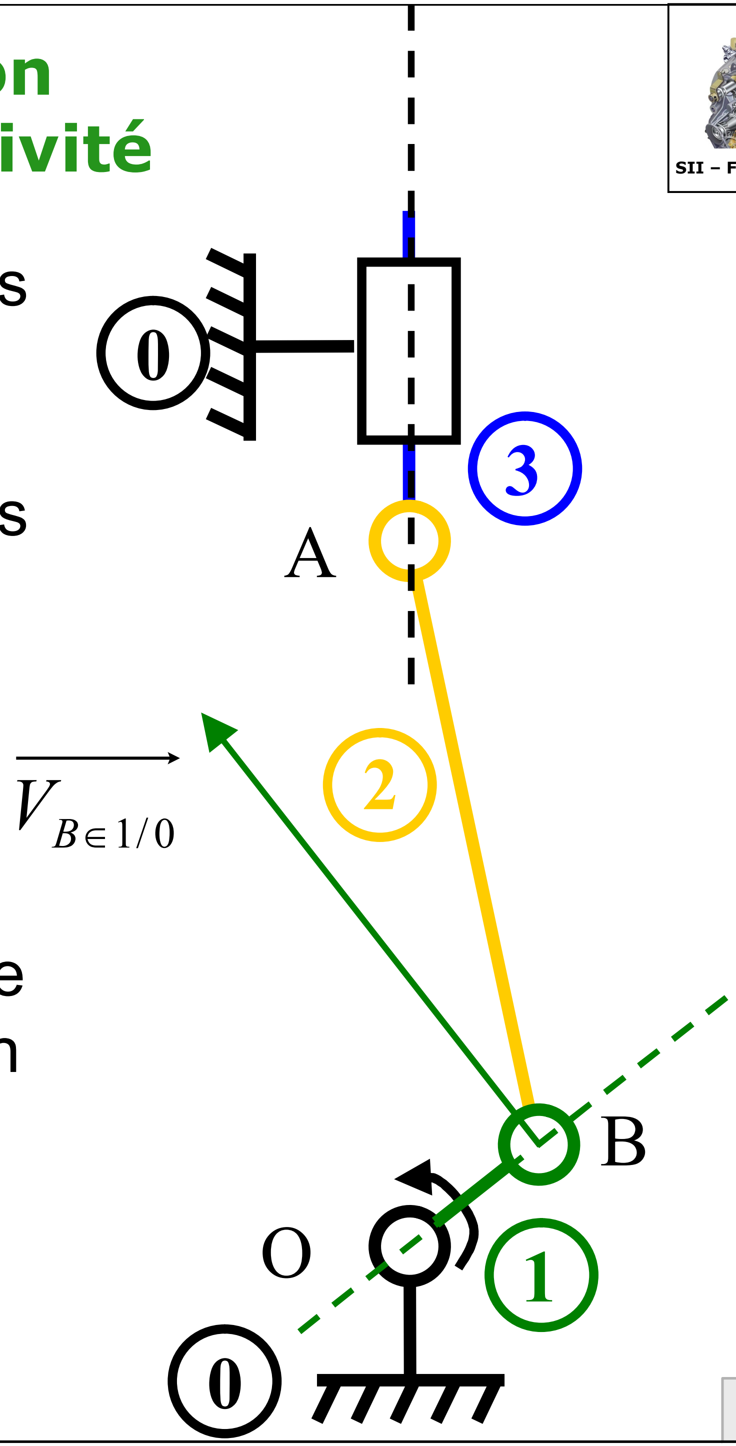
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

Etape 3. Progression de solide en solide.

Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.



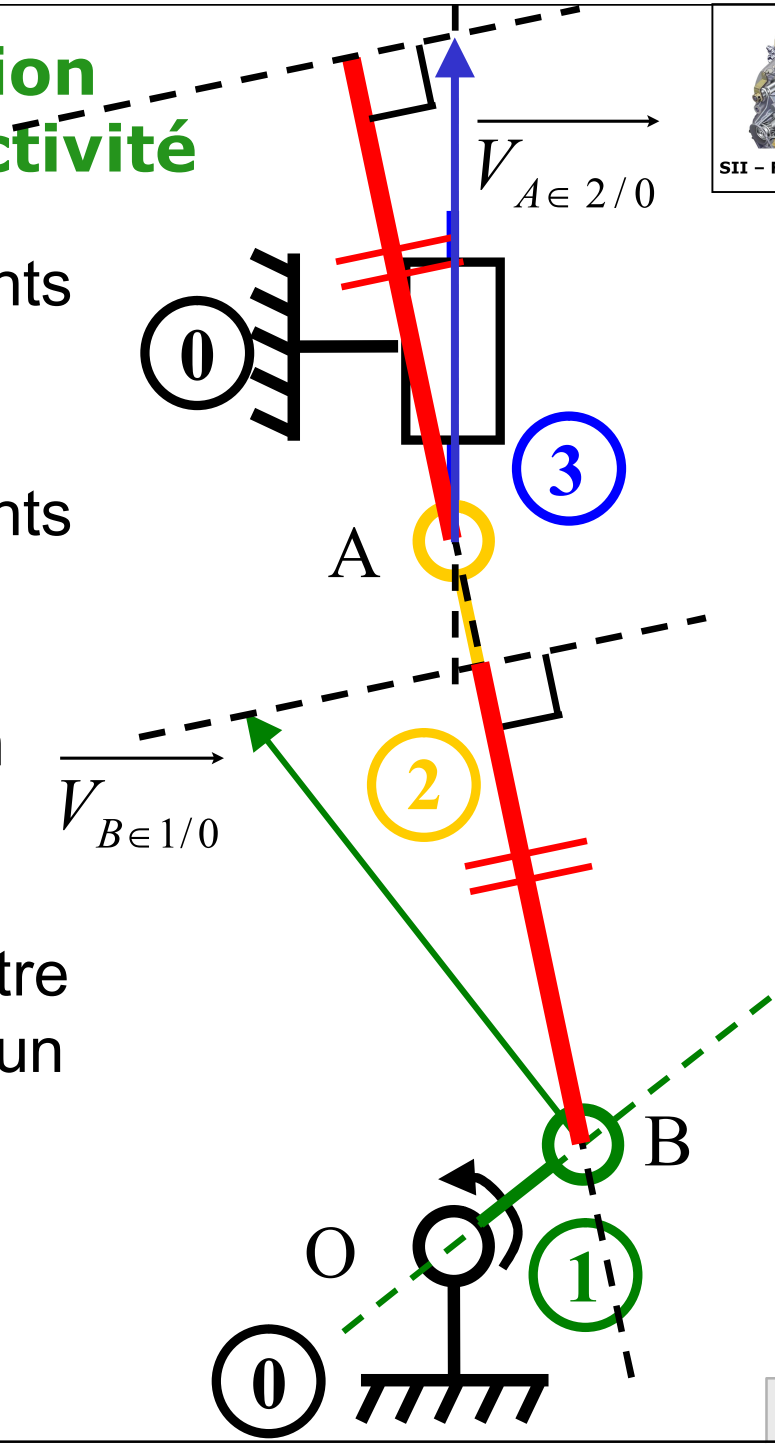
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

Etape 3. Progression de solide en solide.

Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.



3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

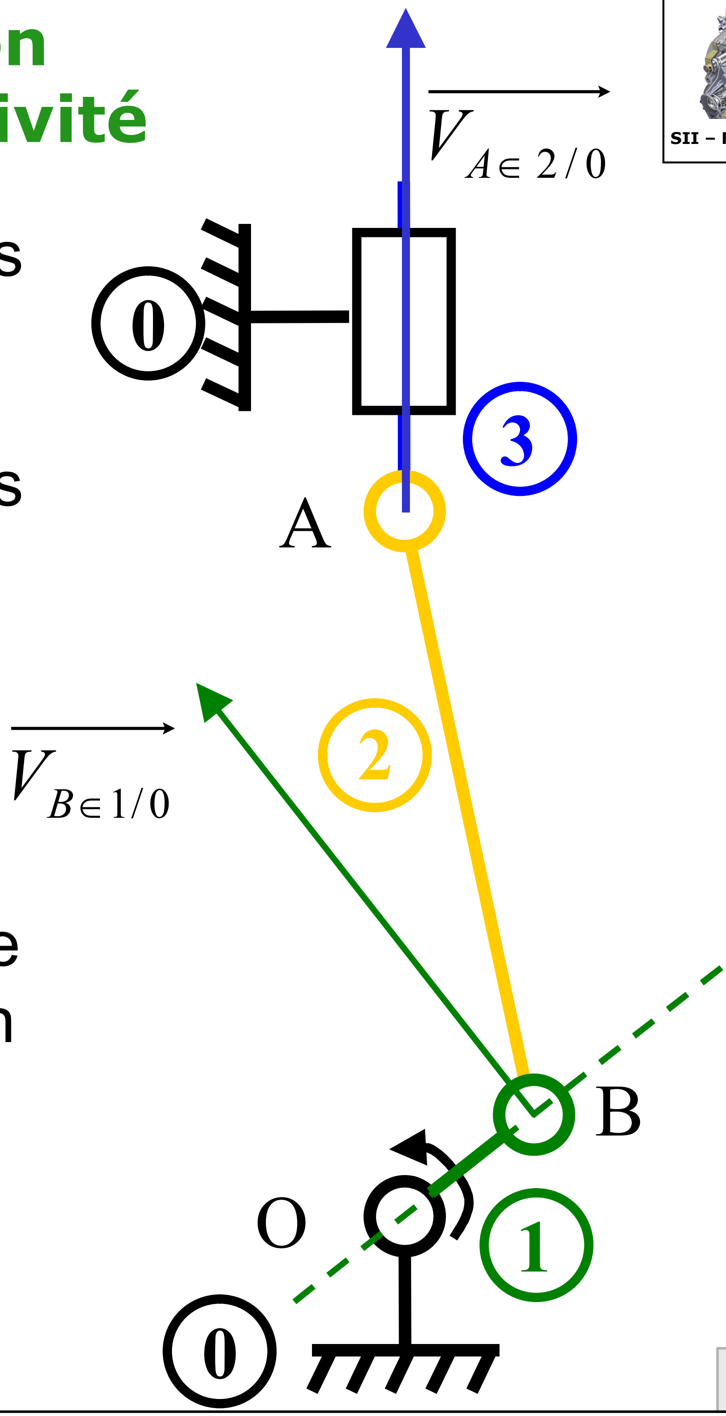
Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

Etape 3. Progression de solide en solide.

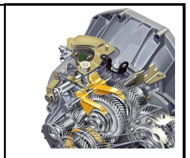
Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.

Etape 5. Mesure de la vitesse en sortie.



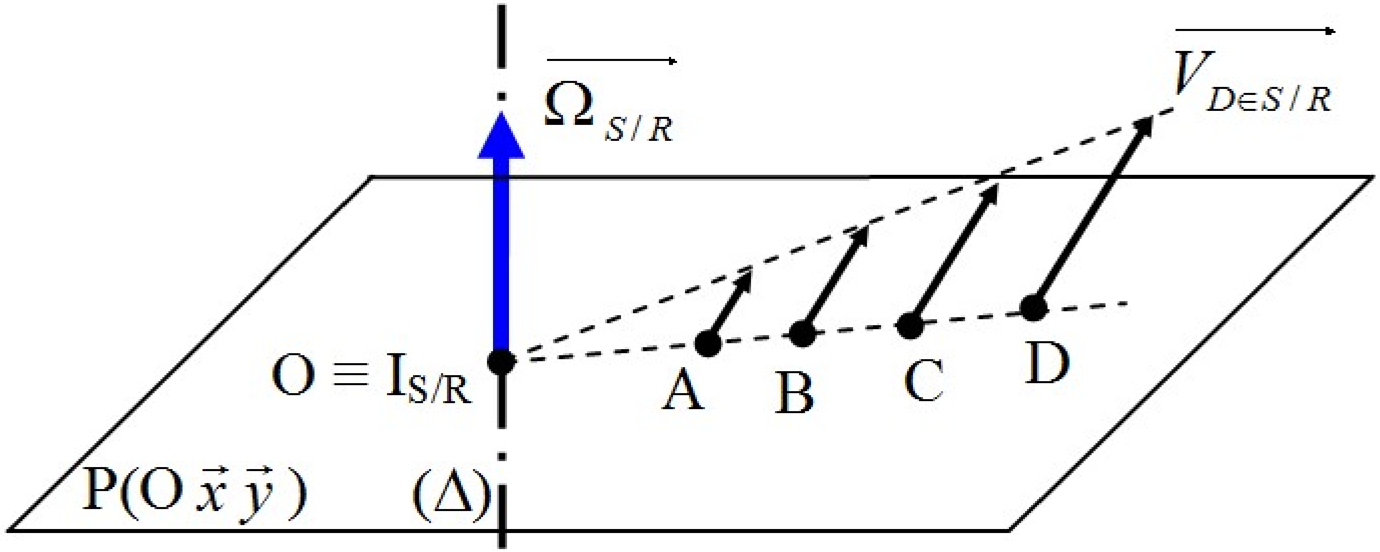
1. Mouvement plan sur plan
2. Equiprojectivité
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité
4. **Notion de CIR**

4. Notion de CIR



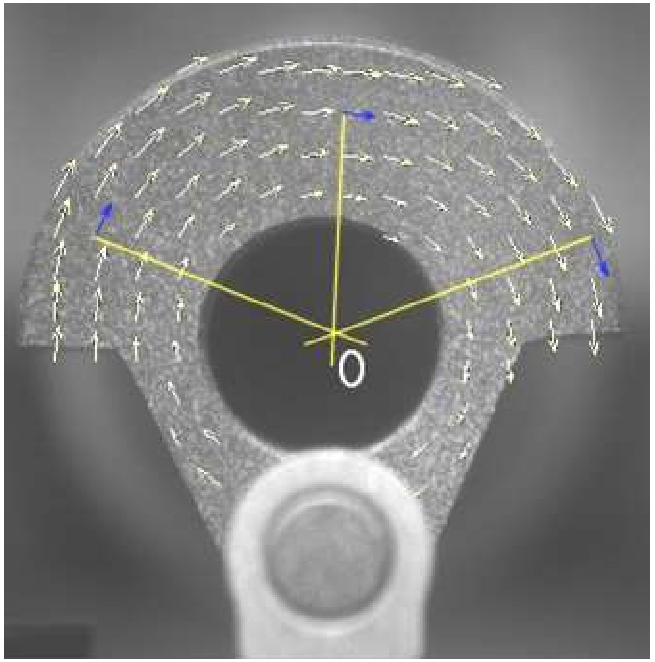
Soit un solide S en mouvement plan sur plan dans P par rapport au repère R tel que :

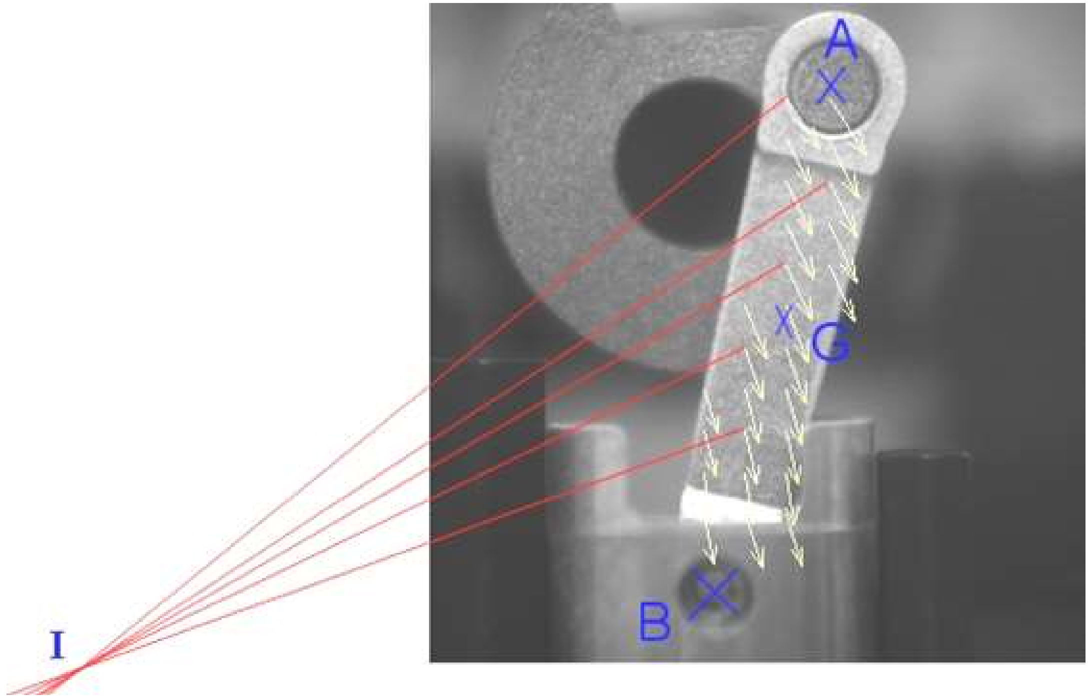
$$\{C_{S/R}\} = {}_{A}\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}} \neq \vec{0} \end{Bmatrix}$$ avec $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}.\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = 0$.



Dans ce cas le torseur est un glisseur et qu'il admet un axe instantané de rotation (Δ) parallèle à $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$

4. Notion de CIR





Visualisation expérimentale du CIR à un instant t donné pour le mouvement du vilebrequin et de la bielle du micromoteur par rapport au corps par analyse d'images obtenues d'une caméra rapide (600000 images par secondes) grâce à une technique de corrélation d'images.

4. Notion de CIR

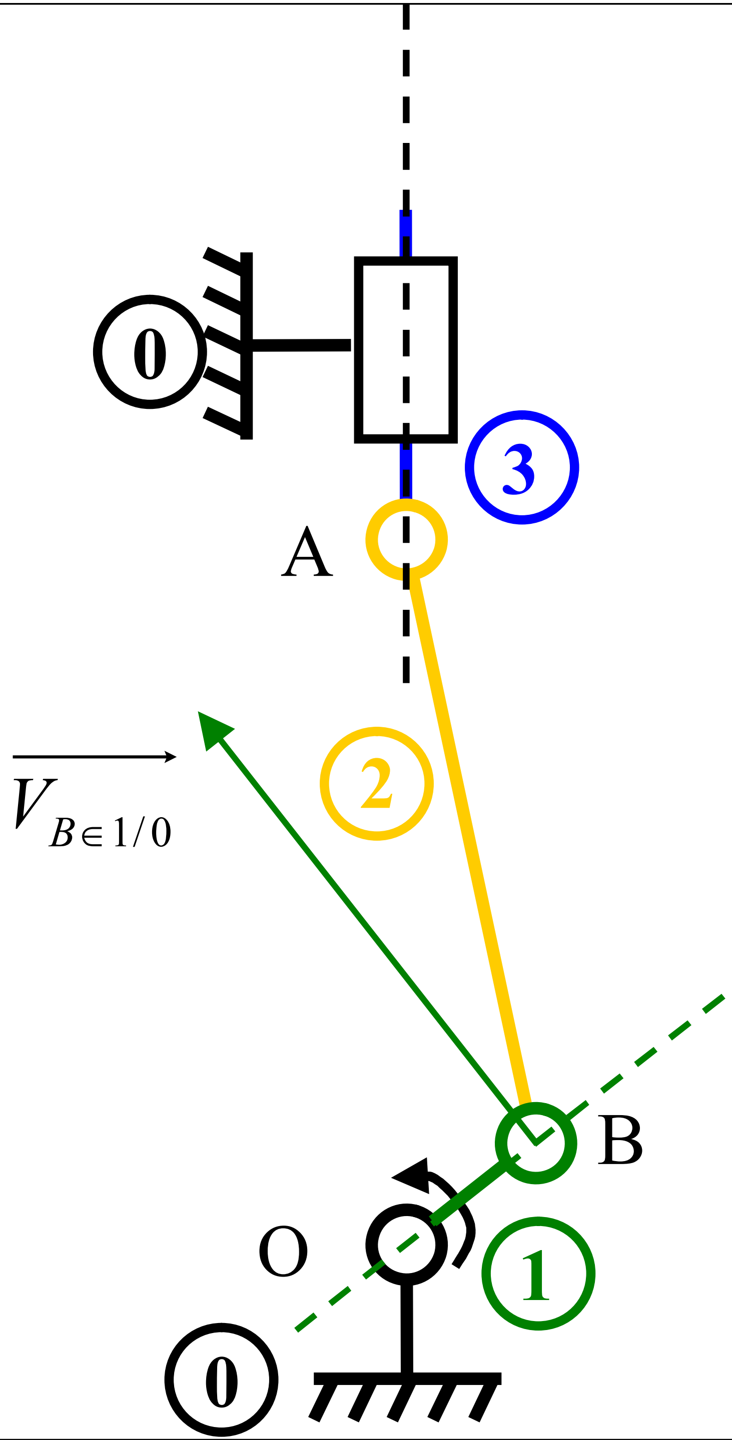
Le CIR n'existe pas si le solide est en translation. Dans ce cas, il peut être considéré comme étant à l'infini.

Pour un mouvement de rotation plane, le CIR est confondu avec le centre de la rotation (il ne bouge pas)

A l'instant t + Δt le CIR peut être différent (d'où le nom instantané). (Animation flash)

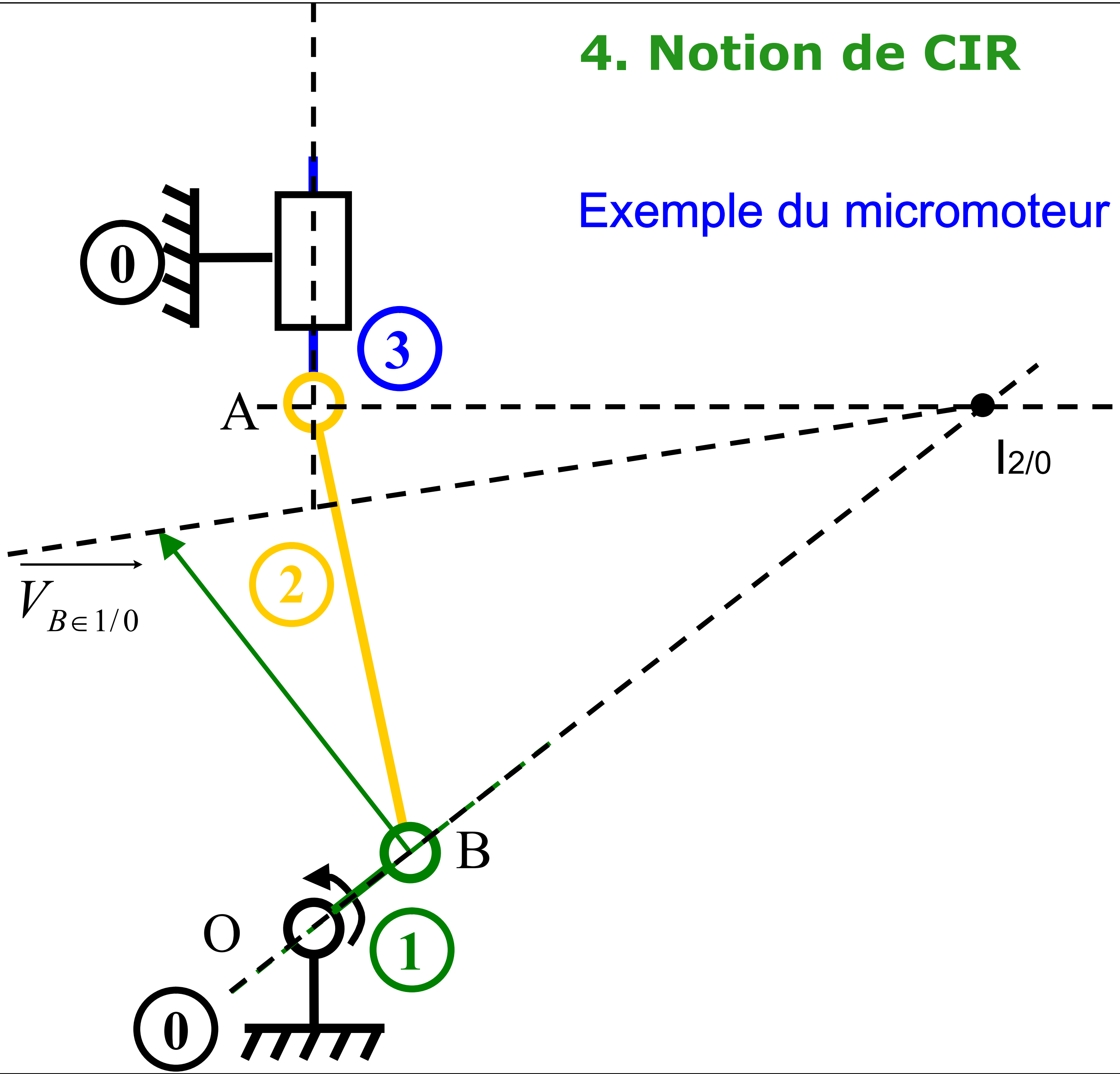
4. Notion de CIR

Exemple du micromoteur



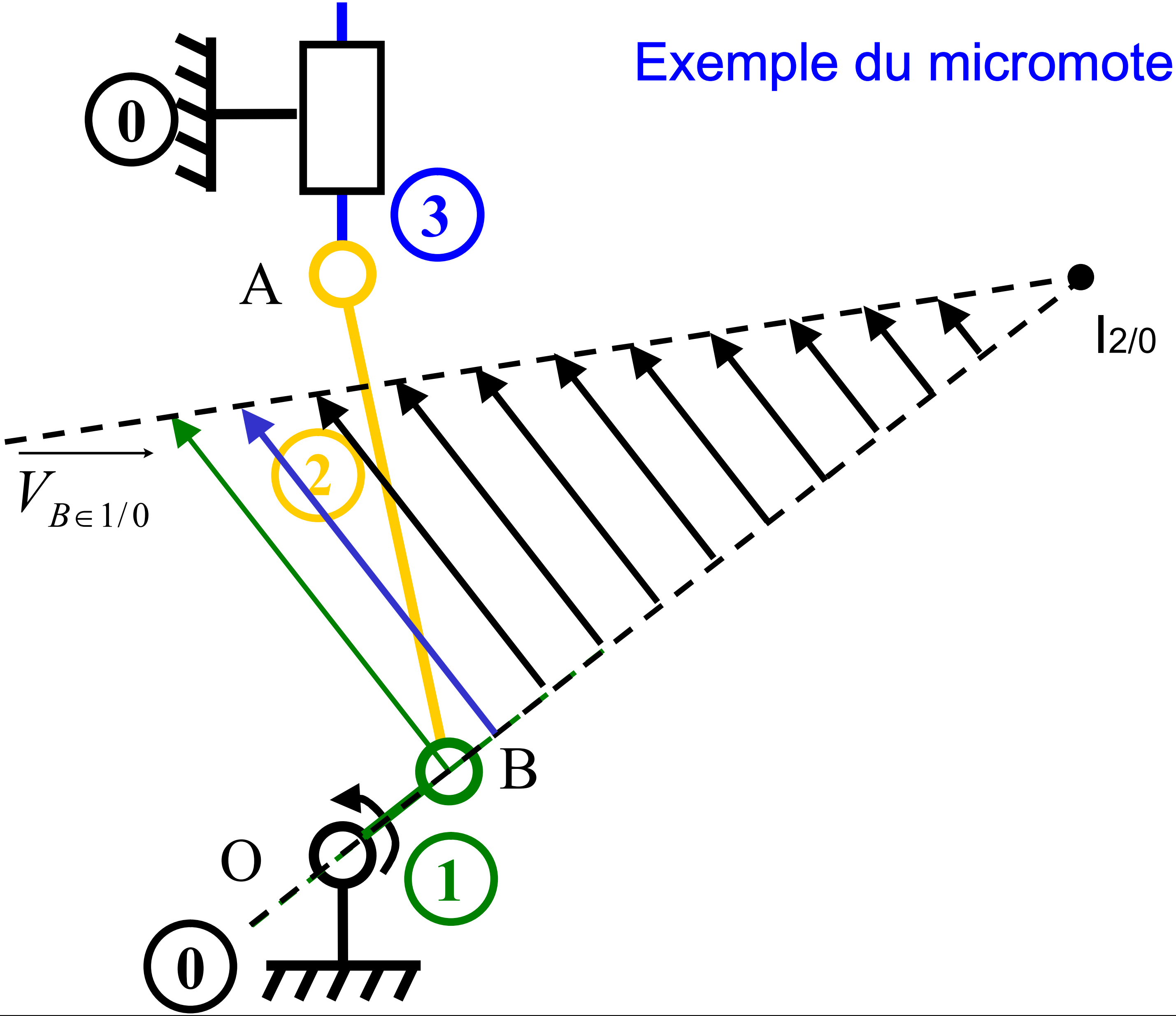
4. Notion de CIR

Exemple du micromoteur



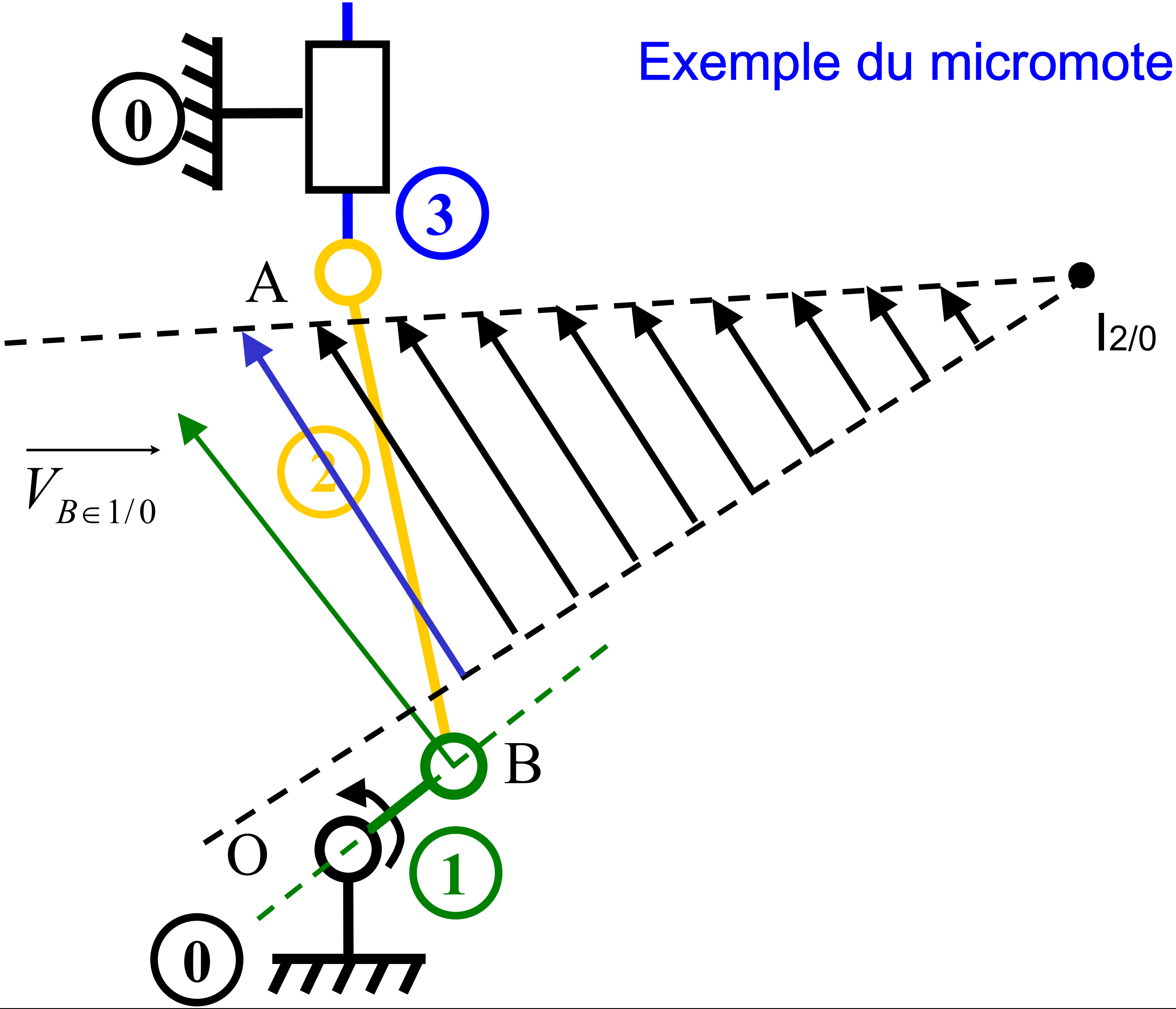
4. Notion de CIR

Exemple du micromoteur



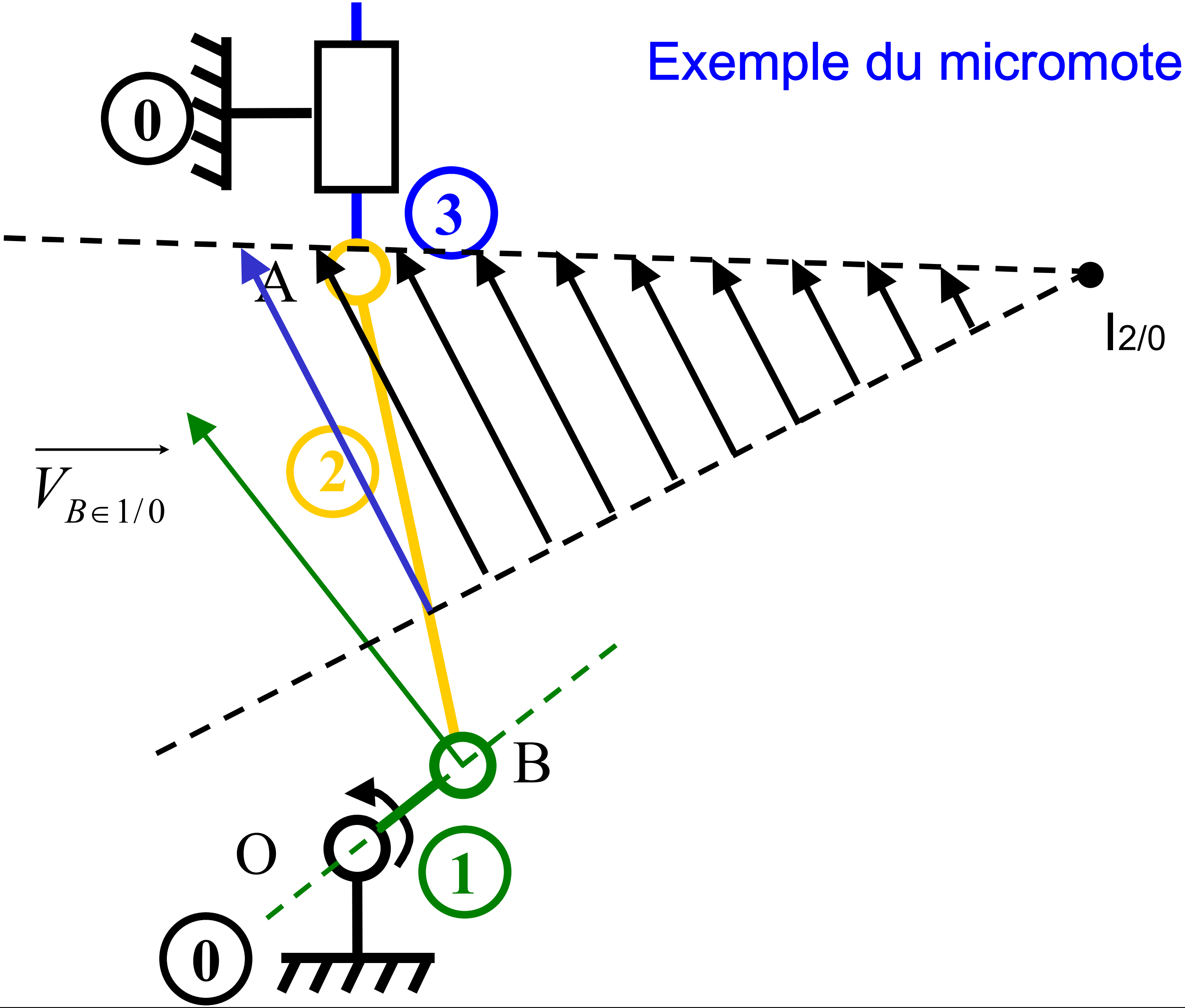
4. Notion de CIR

Exemple du micromoteur



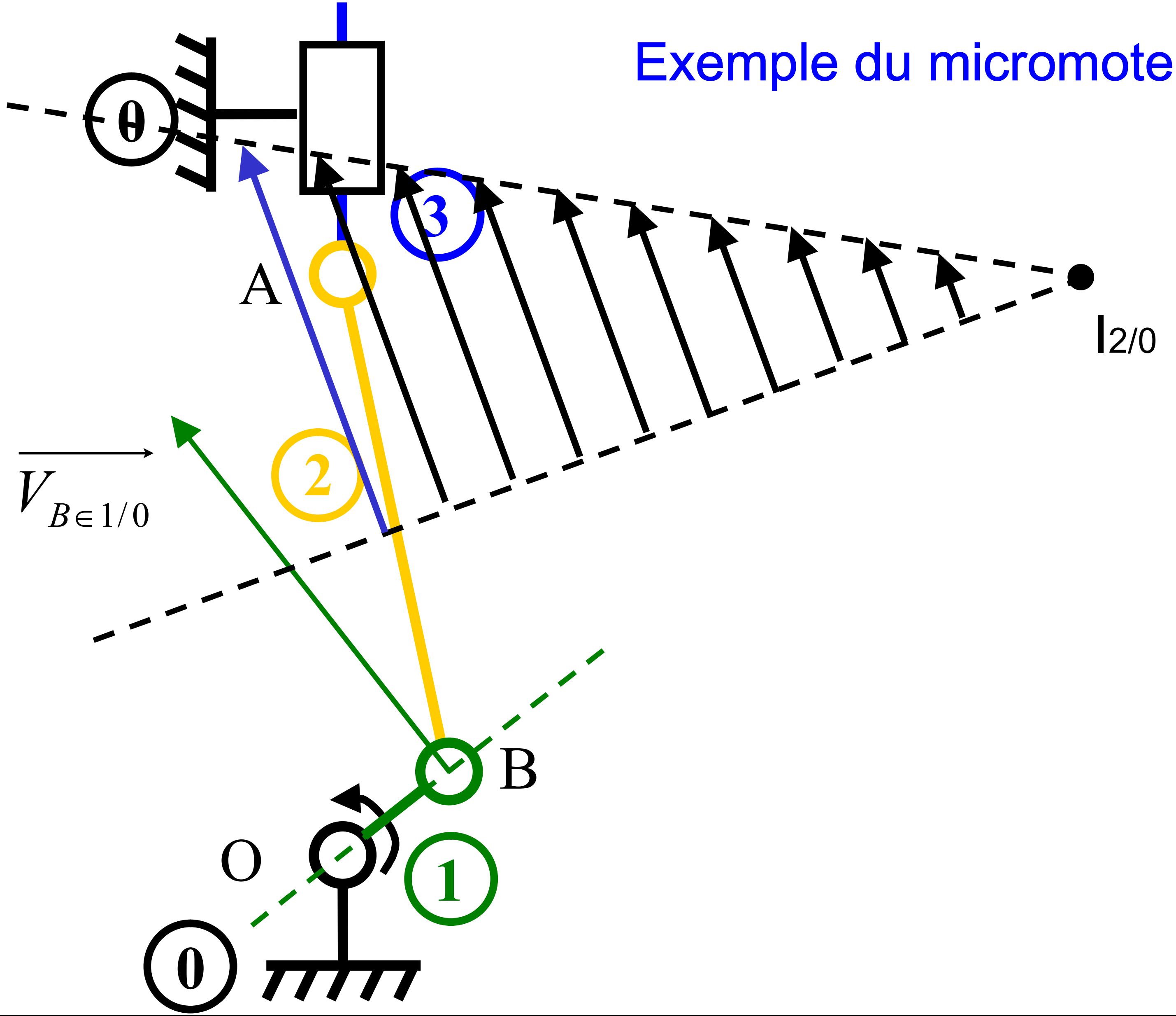
4. Notion de CIR

Exemple du micromoteur



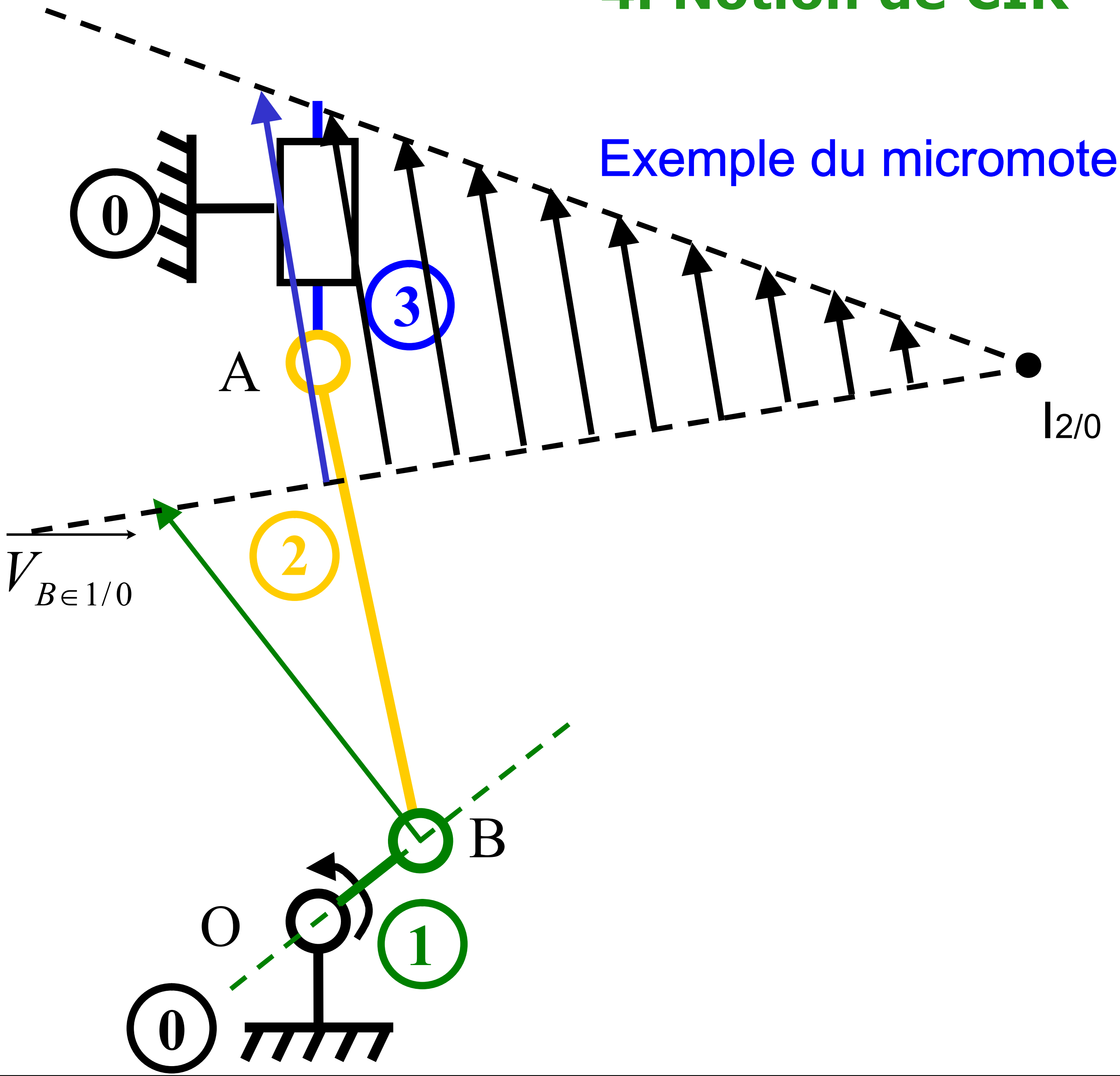
4. Notion de CIR

Exemple du micromoteur

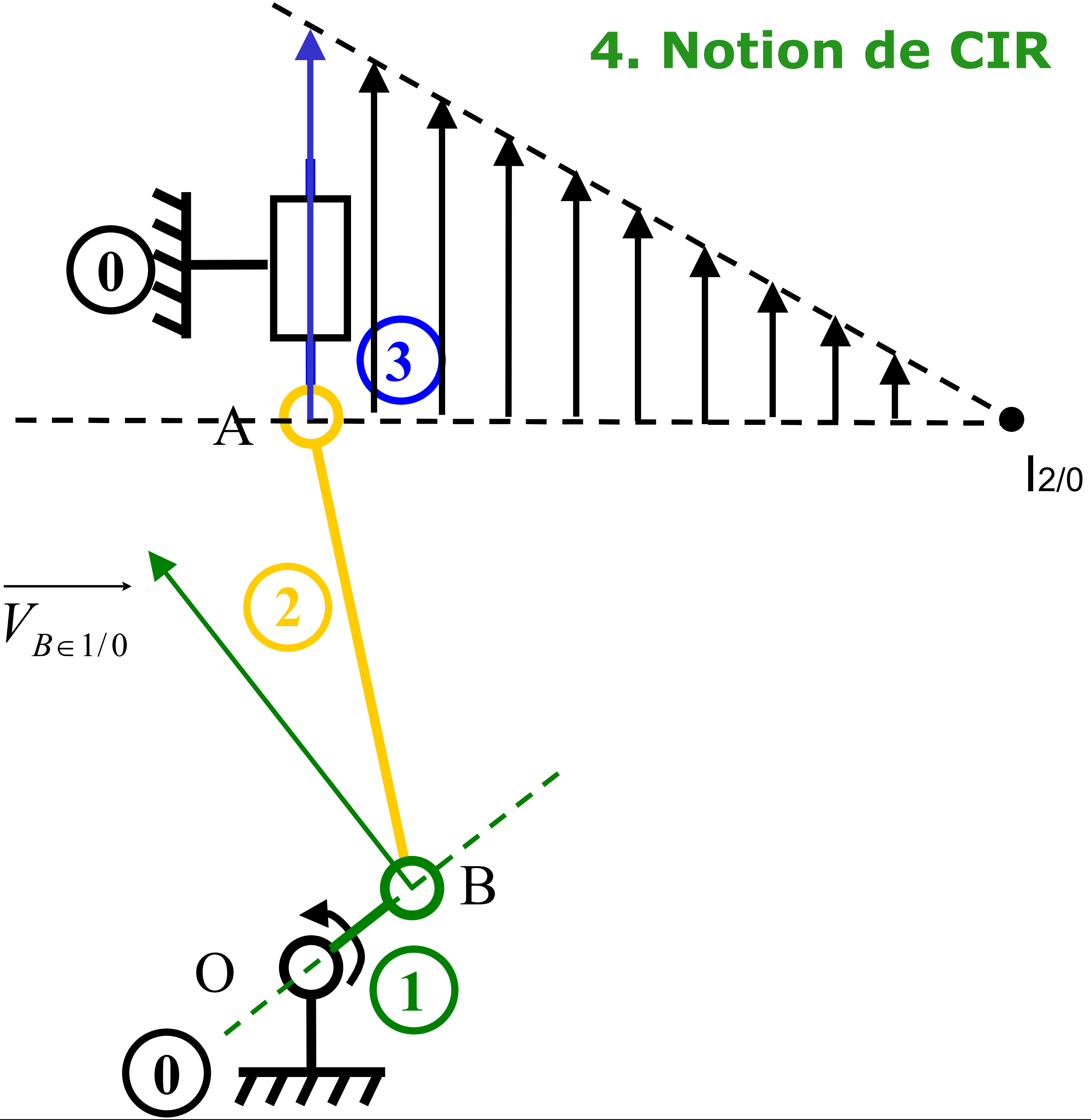


4. Notion de CIR

Exemple du micromoteur

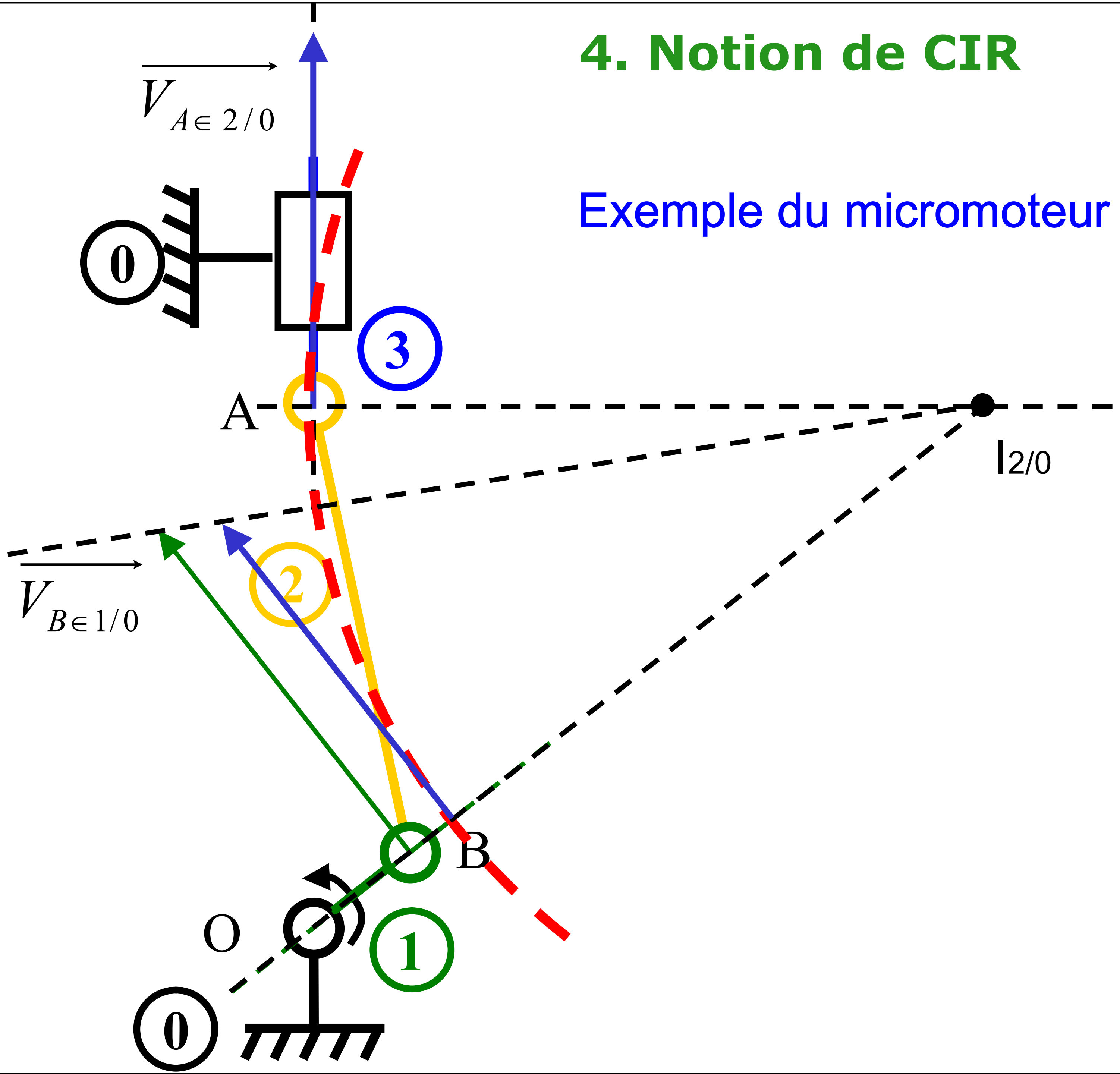


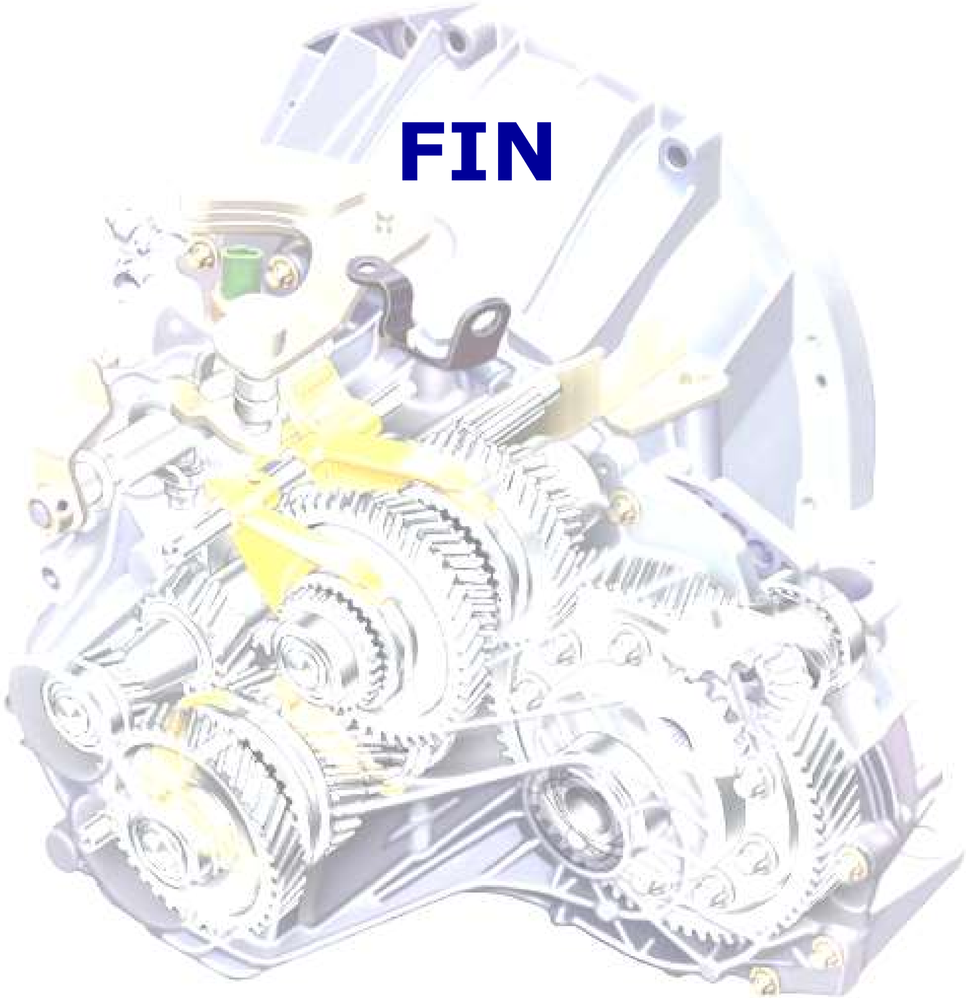
4. Notion de CIR



4. Notion de CIR

Exemple du micromoteur





FIN