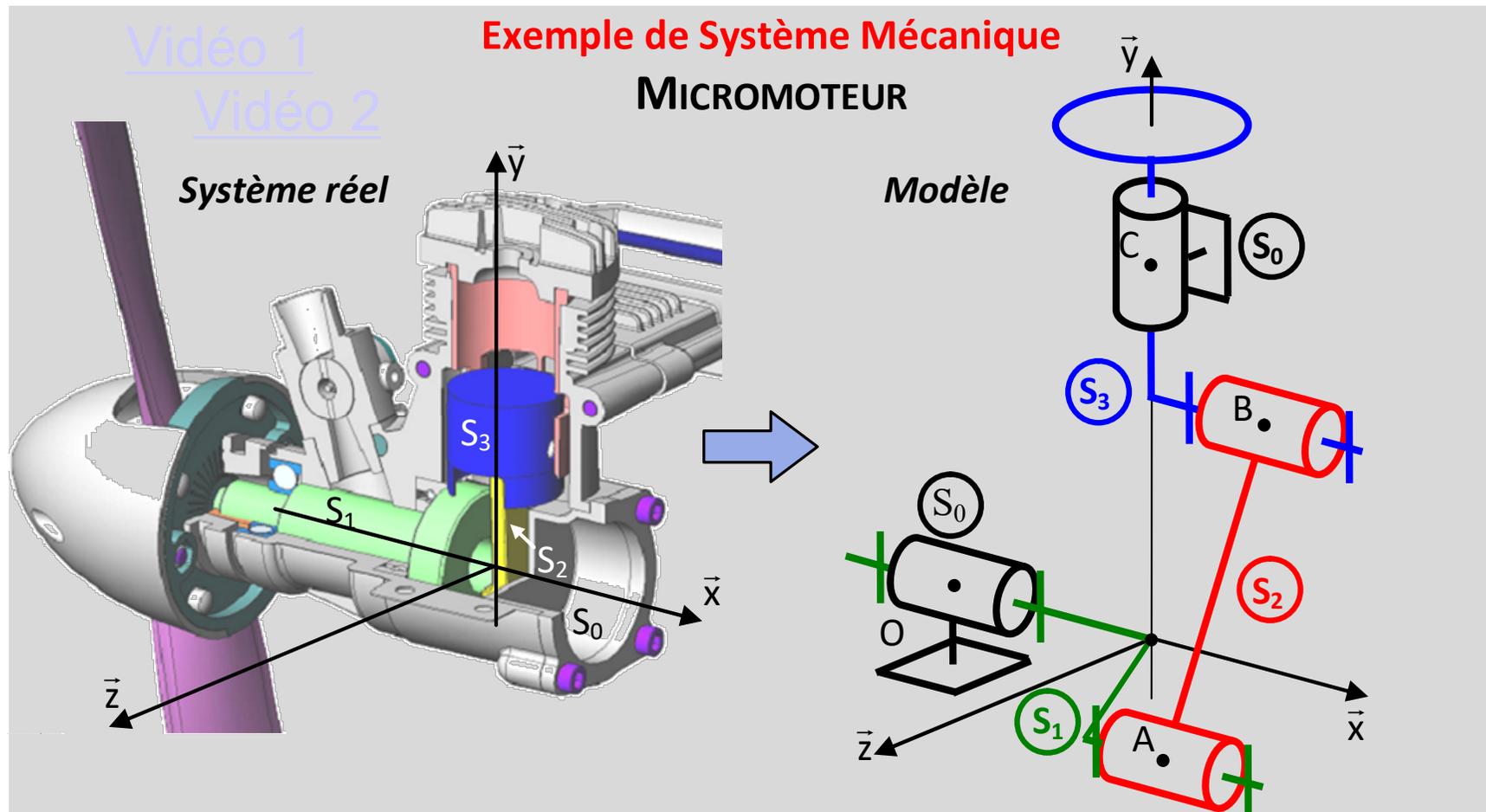


# Champs des vecteurs vitesse des points d'un solide



# Introduction – Notion de champ

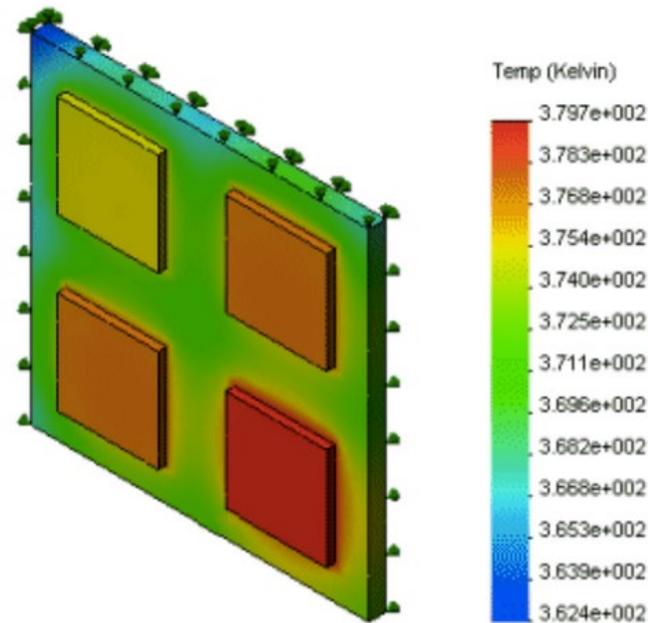
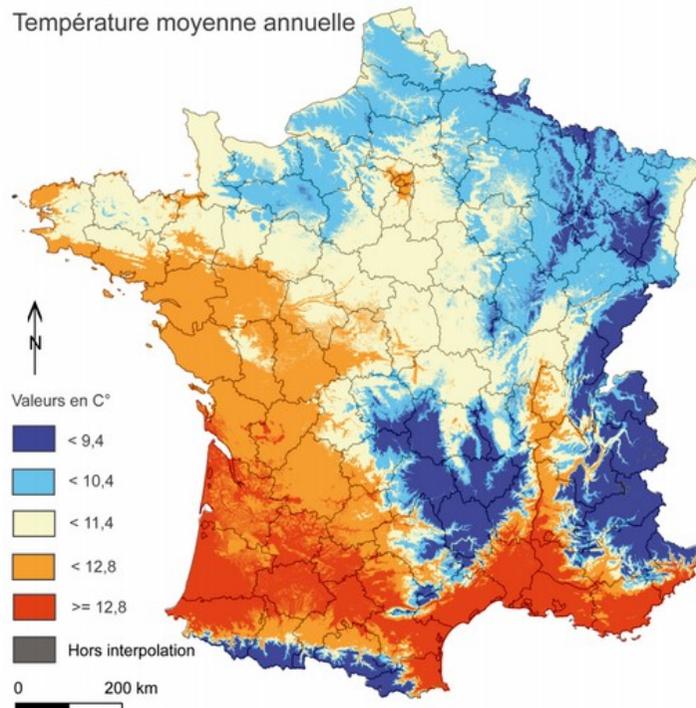


SII - F. MATHURIN

Un champ est une application qui, à tout point d'un domaine géométrique, associe une grandeur physique. Les champs permettent de caractériser l'état d'un système étudié.

Sont ainsi définis des champs des pressions (grandeur scalaire), des températures (scalaire), des déplacements (vectoriel), de champ magnétique (vectoriel)...

Température moyenne annuelle



Champ des températures en moyenne annuelle pour la France (géométrie plane) et champ des températures stabilisées d'une carte électronique (géométrie 3D)

# Introduction – Notion de champ

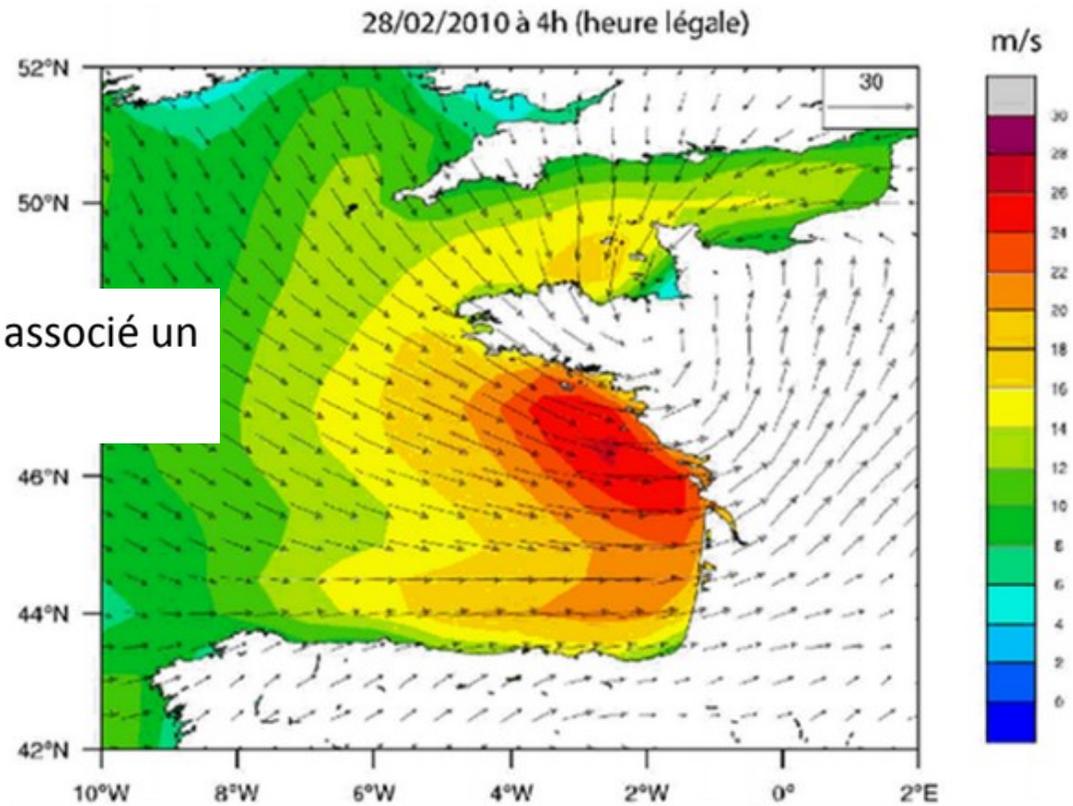


SII – F.MATHURIN

**Champ de vecteurs** : application d'un espace affine de dimension 3 (ou 2 pour une géométrie plane), dans l'espace vectoriel associé

$$P \in \mathcal{E} \xrightarrow{\vec{M}} \vec{M}(P) \in E$$

En tout point  $P$  du **domaine d'étude** est associé un vecteur  $\vec{M}(P)$ .



Vecteurs vitesse du vent lors de la tempête Xynthia



- 1. Définition**
- 2. Mouvements élémentaires**
- 3. Exemple**
- 4. Torseur cinématique**
- 5. Torseur cinématique des liaisons normalisées**



# 1. Définition

2. Mouvements élémentaires

3. Exemple

4. Torseur cinématique

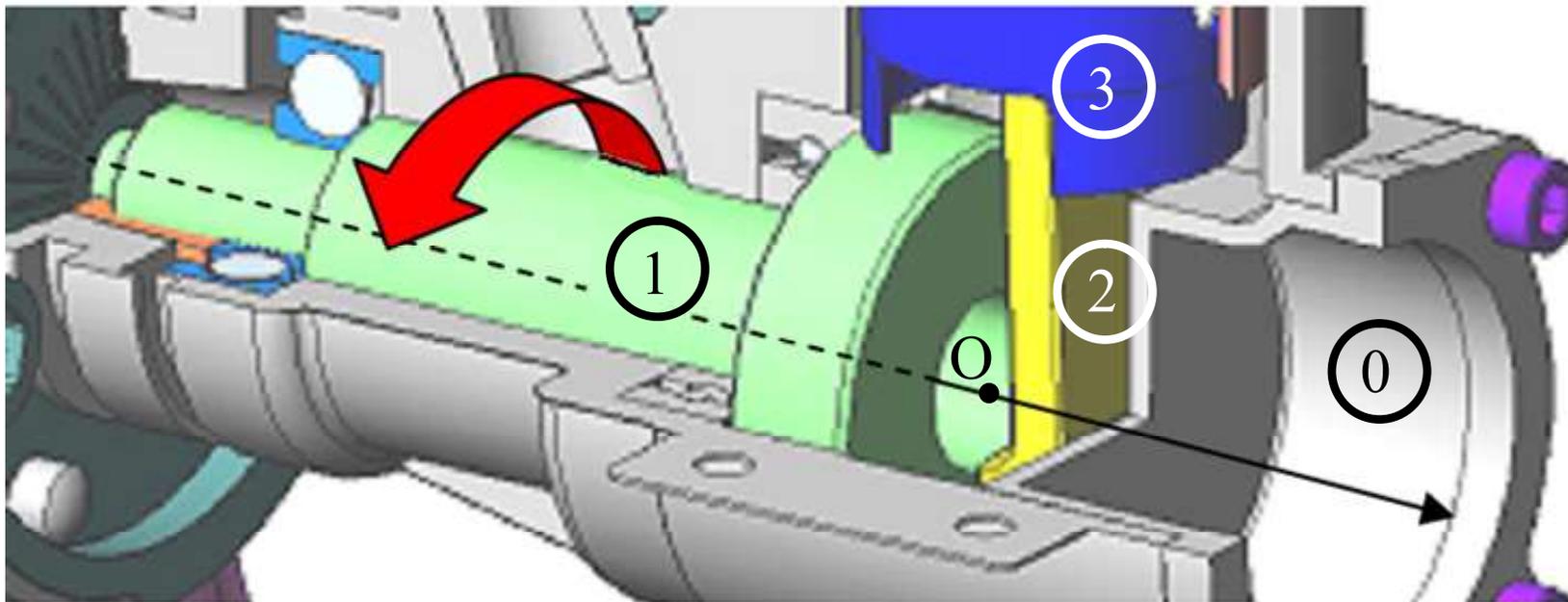
5. Torseur cinématique des liaisons normalisées

# 1. Définition



SII - F.MATHURIN

On s'intéresse ici au mouvement de rotation du vilebrequin 1 autour de l'axe  $(O, \vec{x})$  par rapport au bâti 0.

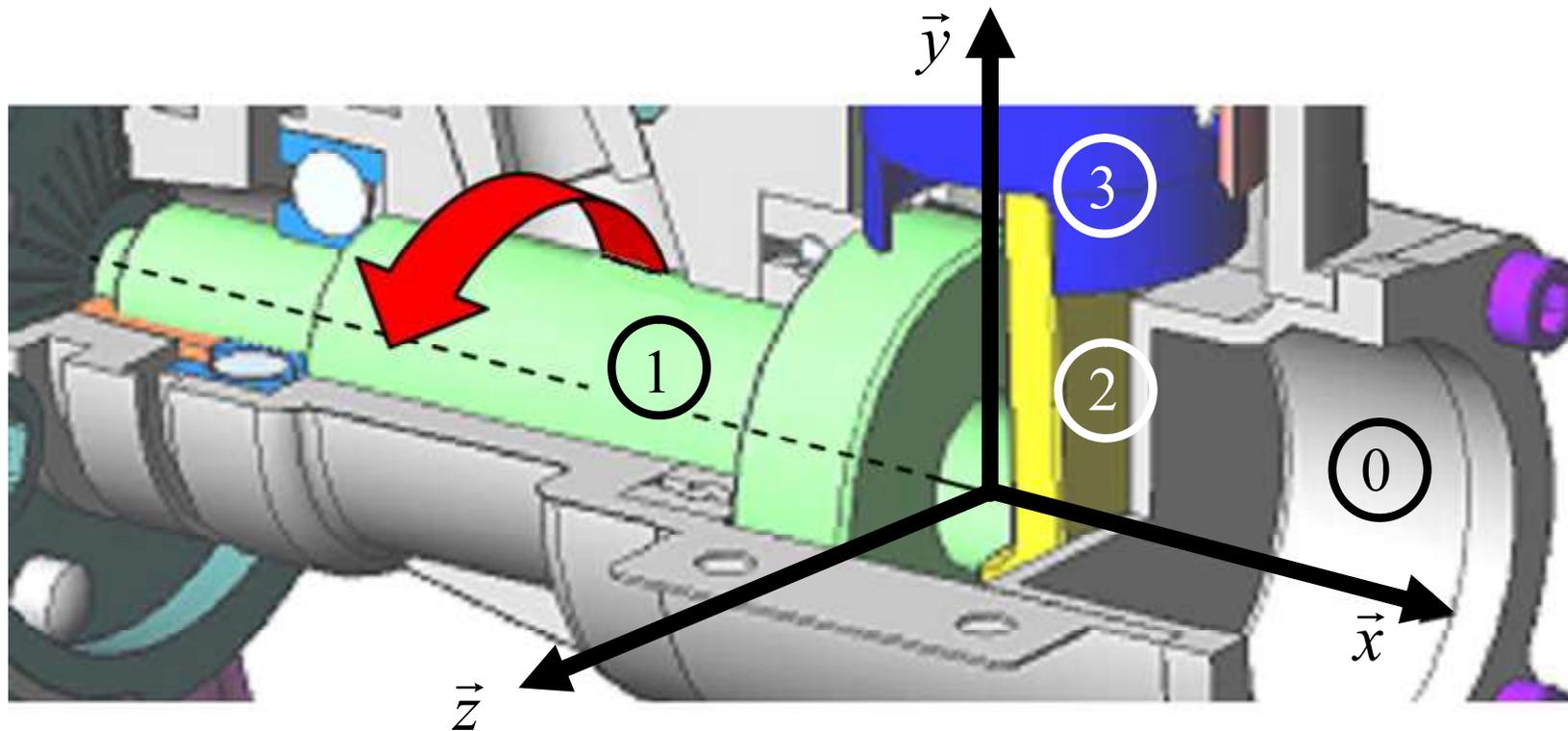


# 1. Définition



SII - F.MATHURIN

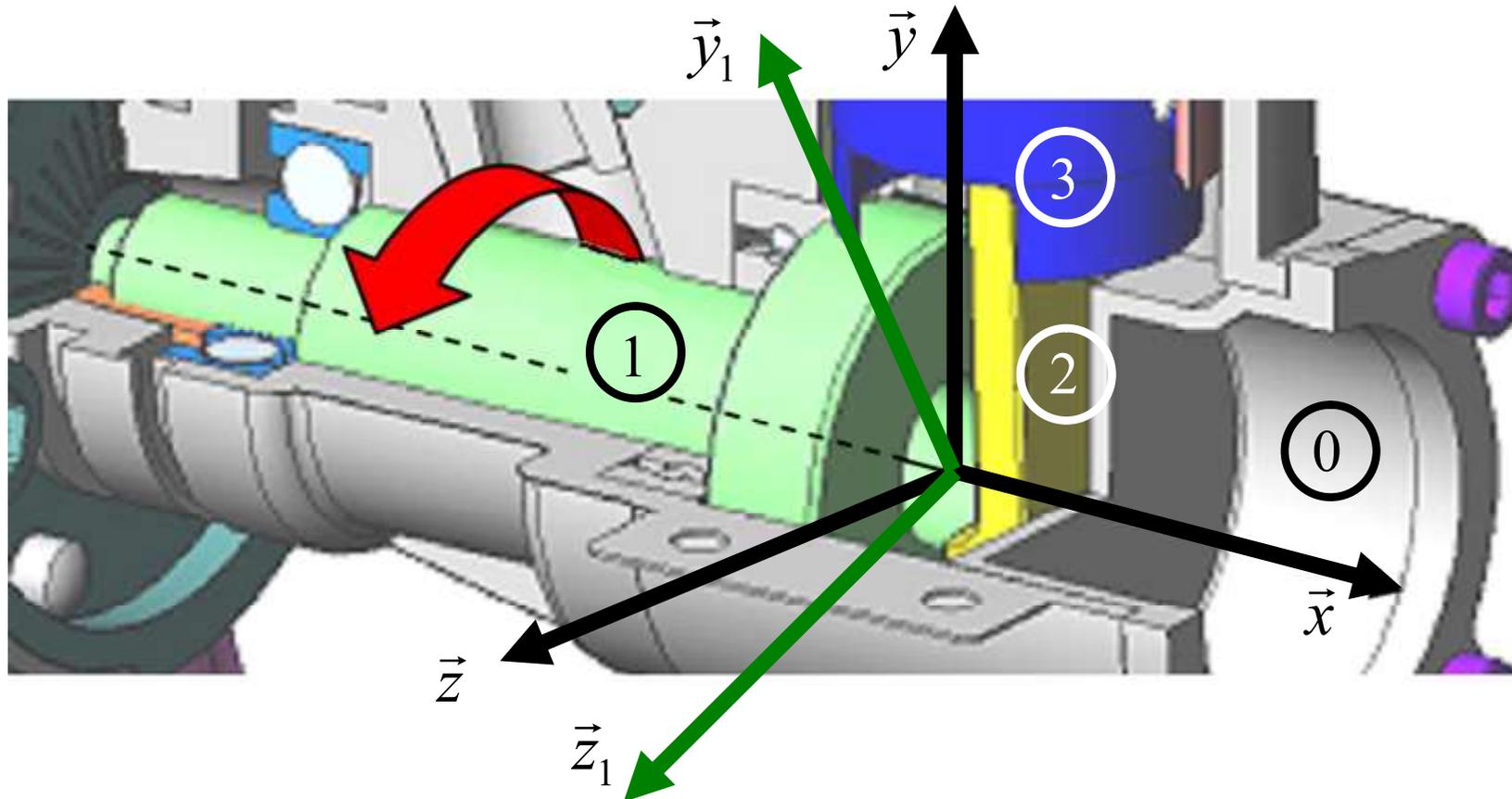
On s'intéresse ici au mouvement de rotation du vilebrequin 1 autour de l'axe  $(O, \vec{x})$  par rapport au bâti 0.





# 1. Définition

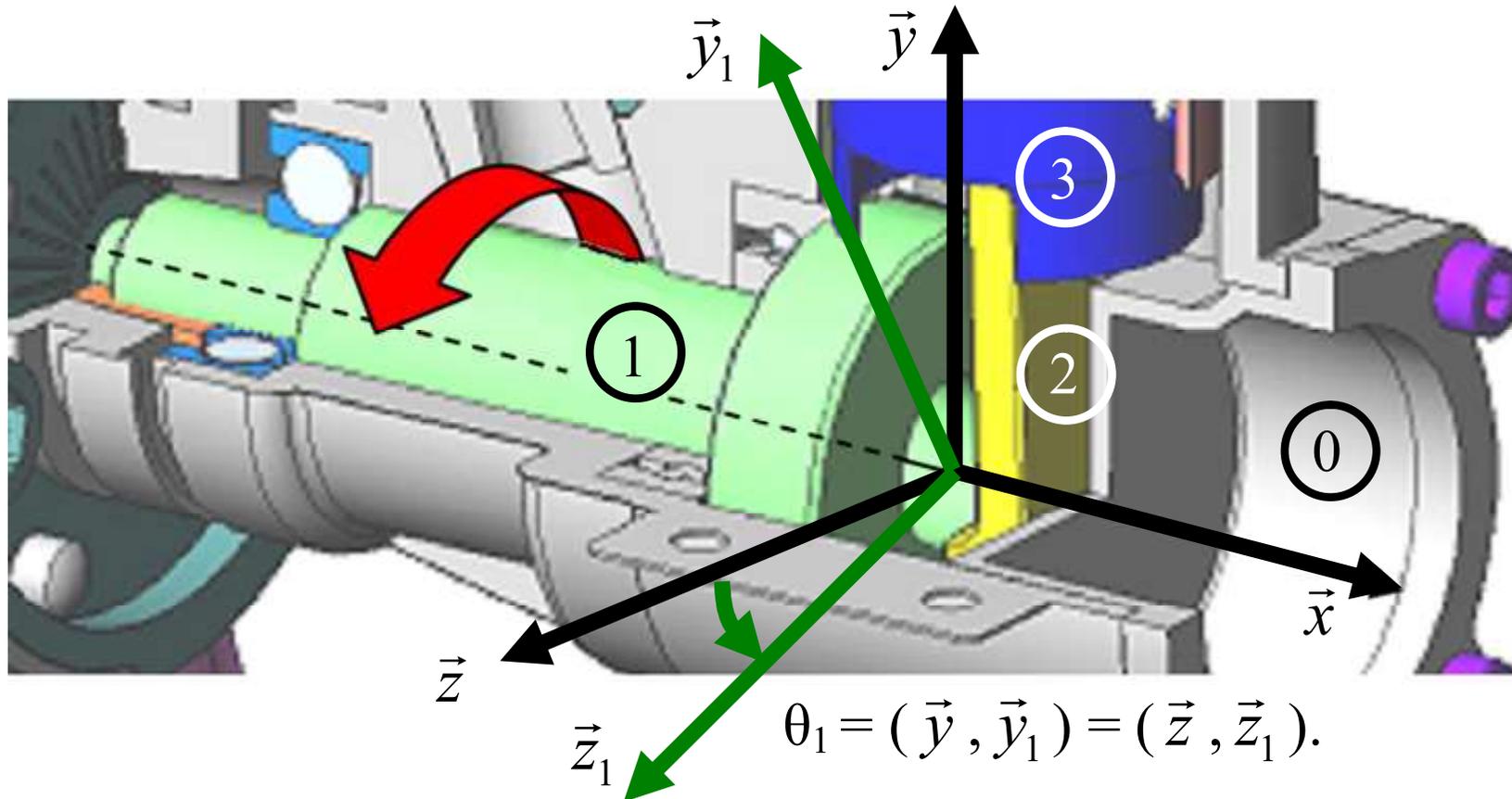
On s'intéresse ici au mouvement de rotation du vilebrequin 1 autour de l'axe  $(O, \vec{x})$  par rapport au bâti 0.





# 1. Définition

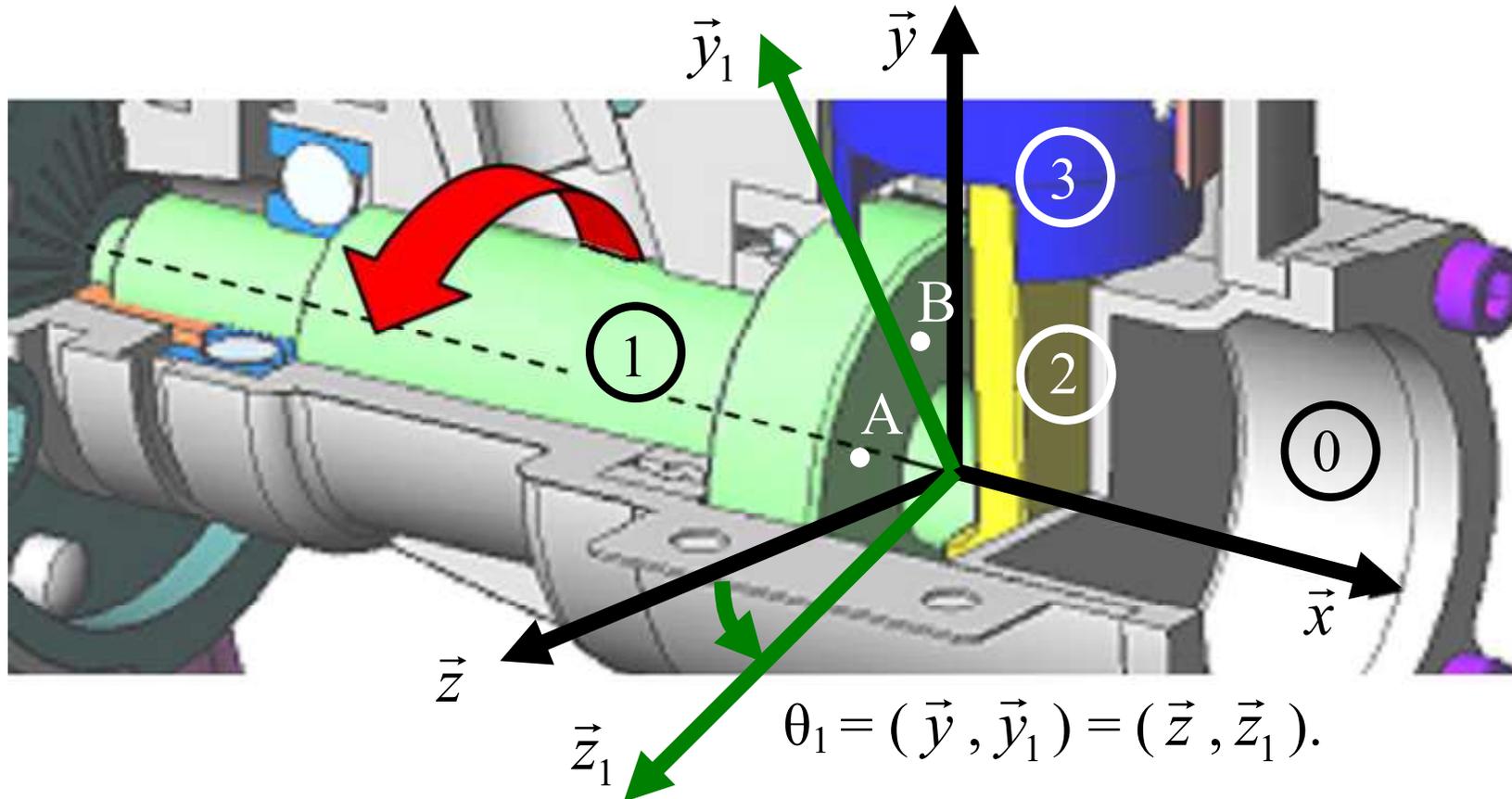
On s'intéresse ici au mouvement de rotation du vilebrequin 1 autour de l'axe  $(O, \vec{x})$  par rapport au bâti 0.





# 1. Définition

On s'intéresse ici au mouvement de rotation du vilebrequin 1 autour de l'axe  $(O, \vec{x})$  par rapport au bâti 0.



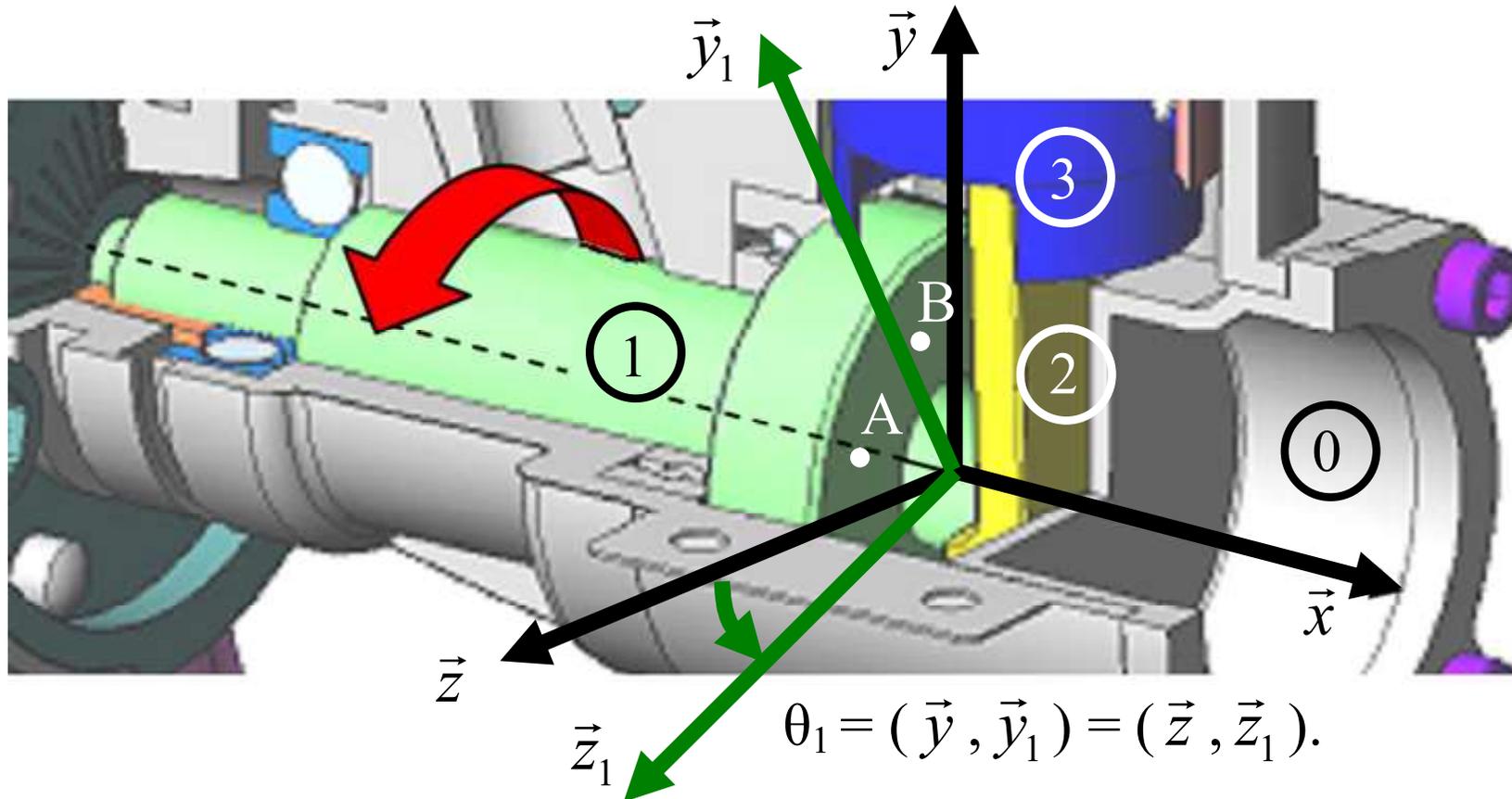


# 1. Définition



Pour 2 points A et B quelconques appartenant au solide 1 supposé indéformable, on montre que :

$$\vec{V}_{A \in 1/R} = \vec{V}_{B \in 1/R} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{1/R}$$





1. Définition

## **2. Mouvements élémentaires**

3. Exemple

4. Torseur cinématique

5. Torseur cinématique des liaisons normalisées

## 2. Mouvements élémentaires

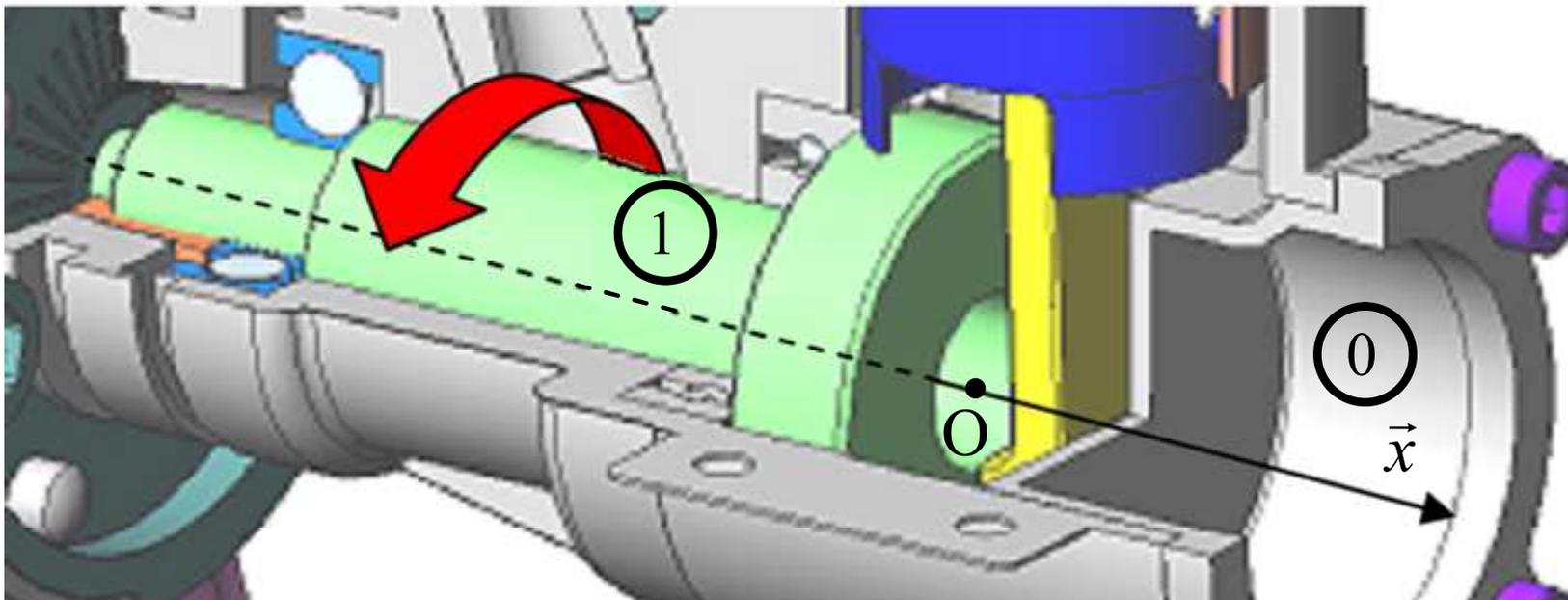


SII - F. MATHURIN

### Mouvement de rotation autour d'un axe fixe

➡ Axe instantané de rotation de 1/R : axe  $(O, \vec{x})$

➡  $\vec{v}_{O \in S/R} = \vec{0}$



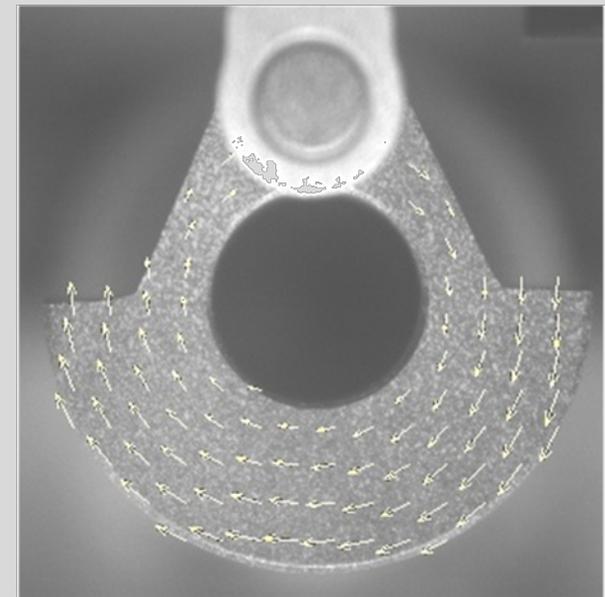
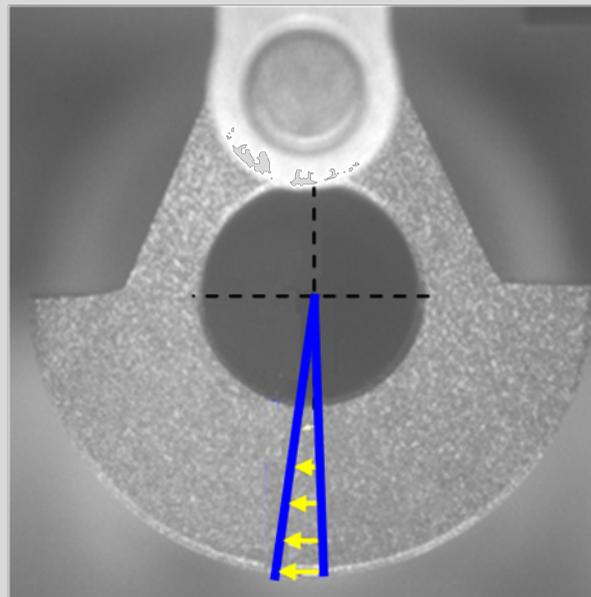
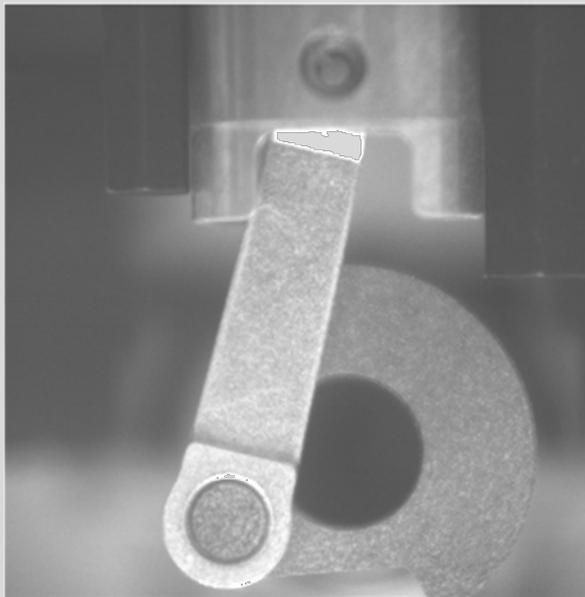
## 2. Mouvements élémentaires



SII - F. MATHURIN

### Mouvement de rotation autour d'un axe fixe

Vidéo



*Visualisation expérimentale du champ de vecteur vitesse du vilebrequin (amplifié 10x sur la figure) par analyse d'images obtenues d'une caméra rapide (600000 images par secondes) grâce à une technique de corrélation d'images.*

## 2. Mouvements élémentaires



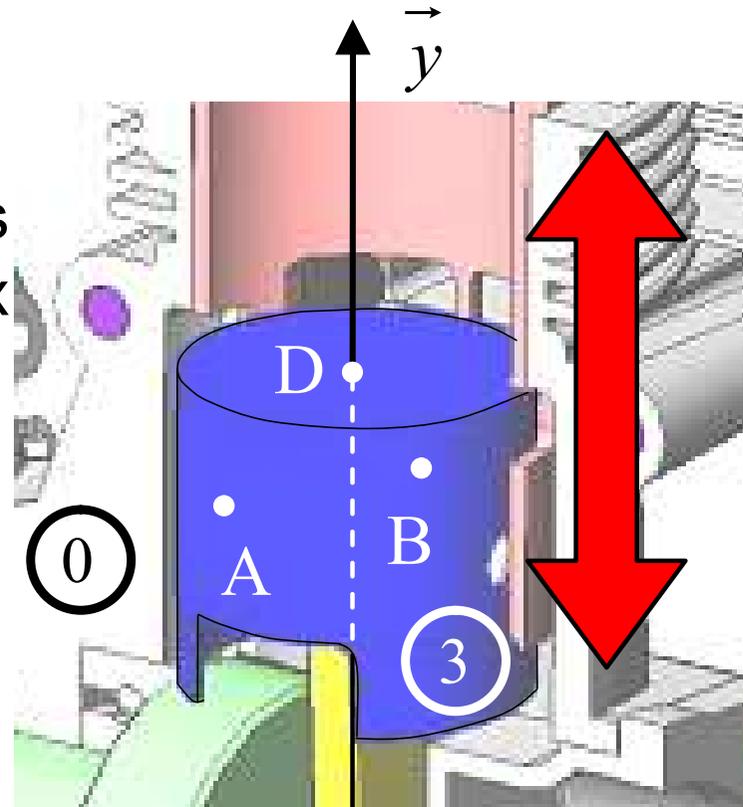
SII - F. MATHURIN

### Mouvement de translation

→ Tous les vecteurs vitesse des points du piston sont égaux au cours du mouvement

$$\vec{v}_{A \in S/R} = \vec{v}_{B \in S/R}$$

$$\forall A \text{ et } B \in (S).$$

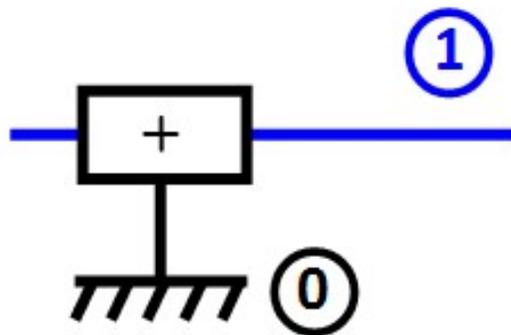


## 2. Mouvements élémentaires

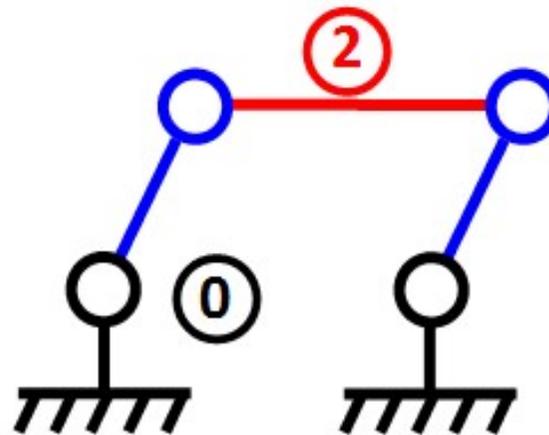


SII - F.MATHURIN

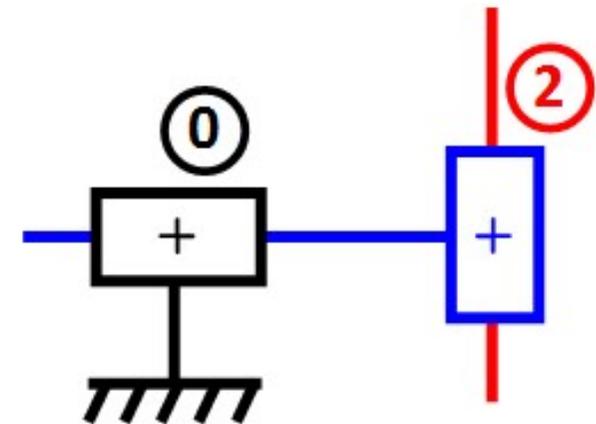
### Mouvement de translation



1/0 : Translation rectiligne



2/0 : Translation circulaire



2/0 : Translation



1. Définition

2. Mouvements élémentaires

### **3. Exemple**

4. Torseur cinématique

5. Torseur cinématique des liaisons normalisées

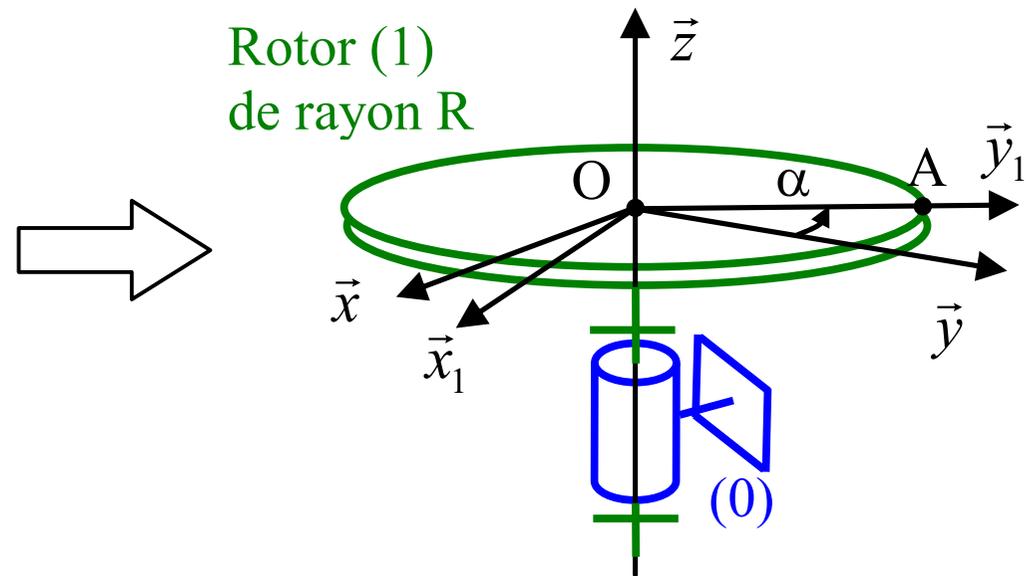
### 3. Exemple

*Systeme reel*



Turbine bulbe de basse chute ALSTOM

*Modele*





1. Définition
2. Mouvements élémentaires
3. Exemple
- 4. Torseur cinématique**
5. Torseur cinématique des liaisons normalisées

## 4. Torseur cinématique



SII - F.MATHURIN

Pour caractériser de manière condensée le champ des vecteurs vitesse d'un solide en mouvement par rapport à un repère R, on utilise un outil mathématique appelé torseur :

$$\{v_{S/R}\} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}_{S/R} \\ \overrightarrow{V}_{A \in S/R} \end{array} \right\}}$$

Résultante

Moment

## 4. Torseur cinématique



SII - F.MATHURIN

### Torseurs particuliers

➔ Le solide S est immobile /R

$$\left\{ \mathcal{V}_{S/R} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}_{S/R} = \vec{0} \\ \overrightarrow{V}_{A \in S/R} = \vec{0} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{V}_{P \in S/R} = \overrightarrow{V}_{A \in S/R} + \overrightarrow{PA} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{S/R} = \vec{0} \\ \overrightarrow{\Omega}_{S/R} \cdot \overrightarrow{V}_{A \in S/R} = 0 \end{array}$$

➔ Le solide S est en mouvement de translation/R

$$\left\{ \mathcal{V}_{S/R} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}_{S/R} = \vec{0} \\ \overrightarrow{V}_{A \in S/R} \neq \vec{0} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{V}_{P \in S/R} = \overrightarrow{V}_{A \in S/R} + \overrightarrow{PA} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{S/R} = \overrightarrow{V}_{A \in S/R} \\ \overrightarrow{\Omega}_{S/R} \cdot \overrightarrow{V}_{A \in S/R} = 0 \end{array}$$

## 4. Torseur cinématique



SII - F.MATHURIN

### Torseurs particuliers

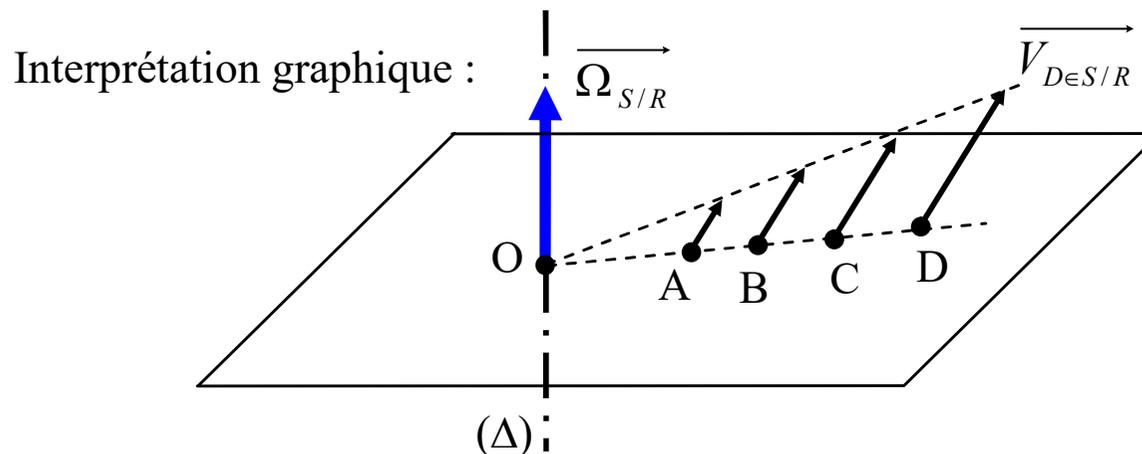
➔ Glisseur

$$\{ \mathcal{U}_{S/R} \}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{S/R} \neq \vec{0} \\ \vec{V}_{A \in S/R} \neq \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\vec{\Omega}_{S/R} \cdot \vec{V}_{A \in S/R} = 0$$

$$\vec{V}_{P \in S/R} = \vec{V}_{A \in S/R} + \vec{PA} \wedge \vec{\Omega}_{S/R}$$

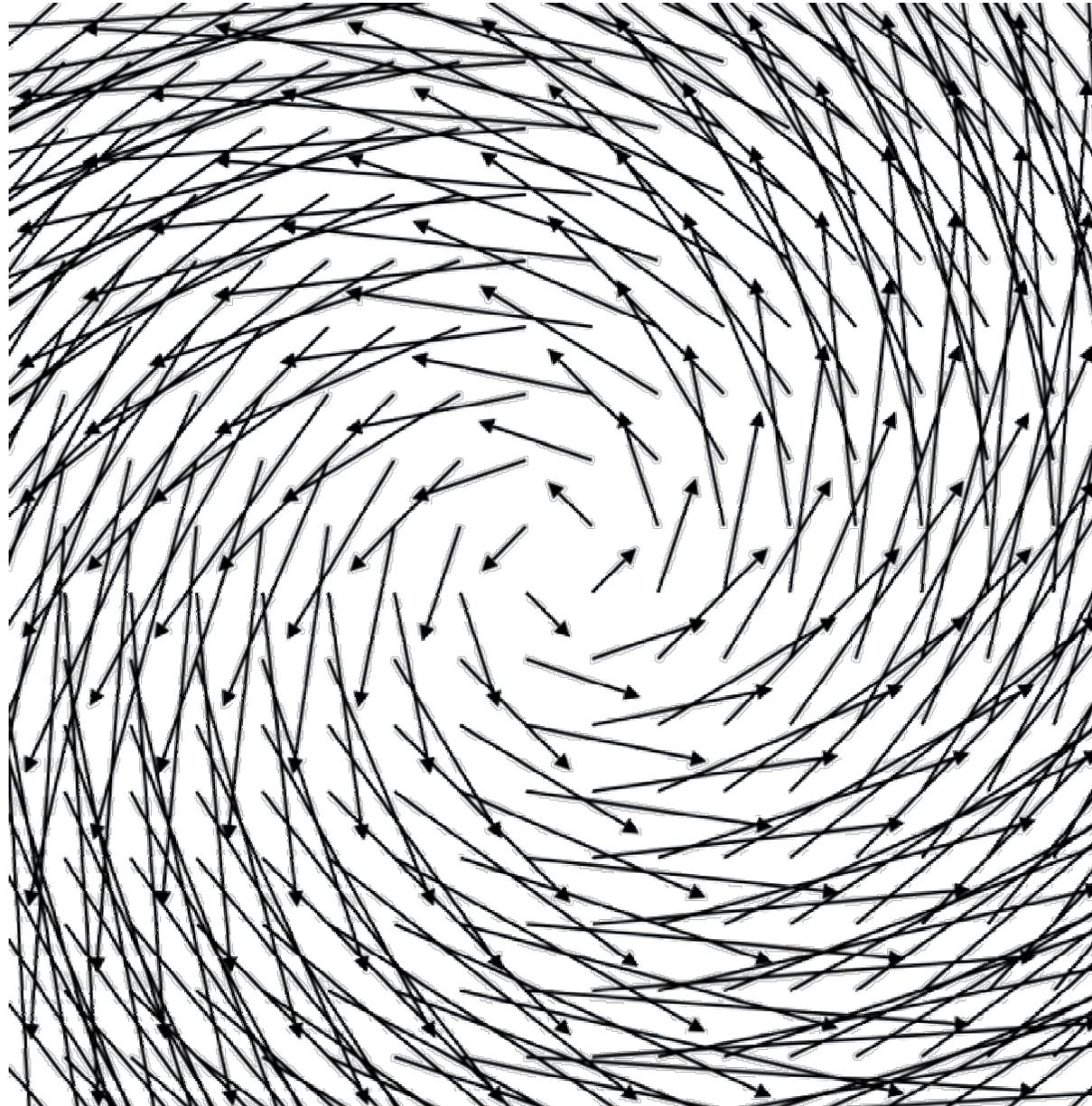
Le mouvement de S/R à l'instant t est un mouvement de rotation autour de  $(\Delta)$ , axe central du torseur cinématique appelé axe instantané de rotation ou axe de viration



## 4. Torseur cinématique



SII - F.MATHURIN



## 4. Torseur cinématique



SII - F. MATHURIN

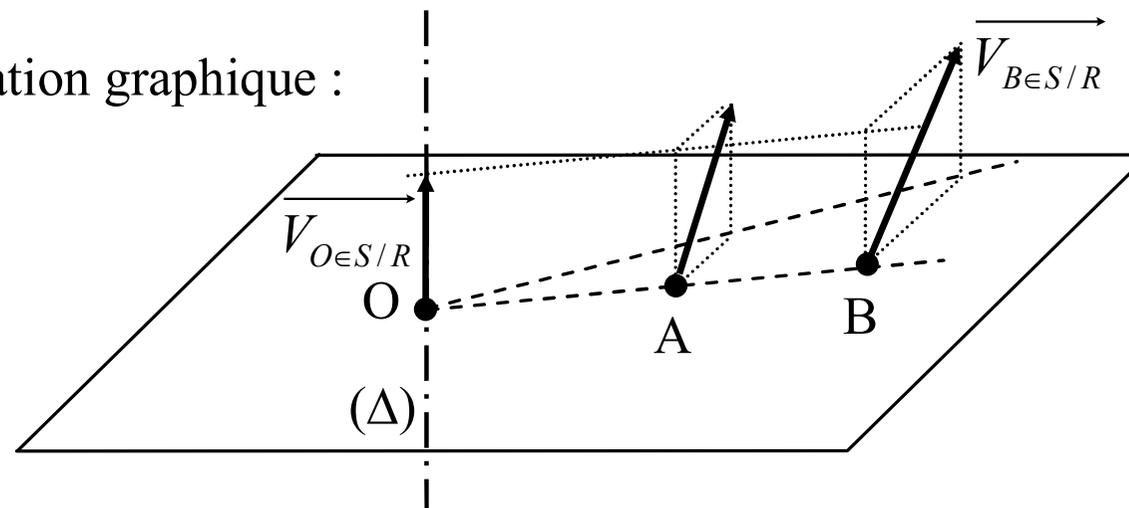
### Torseurs particuliers

➔ Torseur quelconque

$$\{ \mathcal{V}_{S/R} \}_A = \begin{cases} \overrightarrow{\Omega}_{S/R} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{V}_{A \in S/R} \neq \vec{0} \end{cases} \quad \begin{aligned} \overrightarrow{\Omega}_{S/R} \cdot \overrightarrow{V}_{A \in S/R} &\neq 0 \\ \overrightarrow{V}_{P \in S/R} &= \overrightarrow{V}_{A \in S/R} + \overrightarrow{PA} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{S/R} \end{aligned}$$

Le mouvement de S/R à l'instant t est un mouvement hélicoïdal autour de  $(\Delta)$ , axe central du torseur cinématique

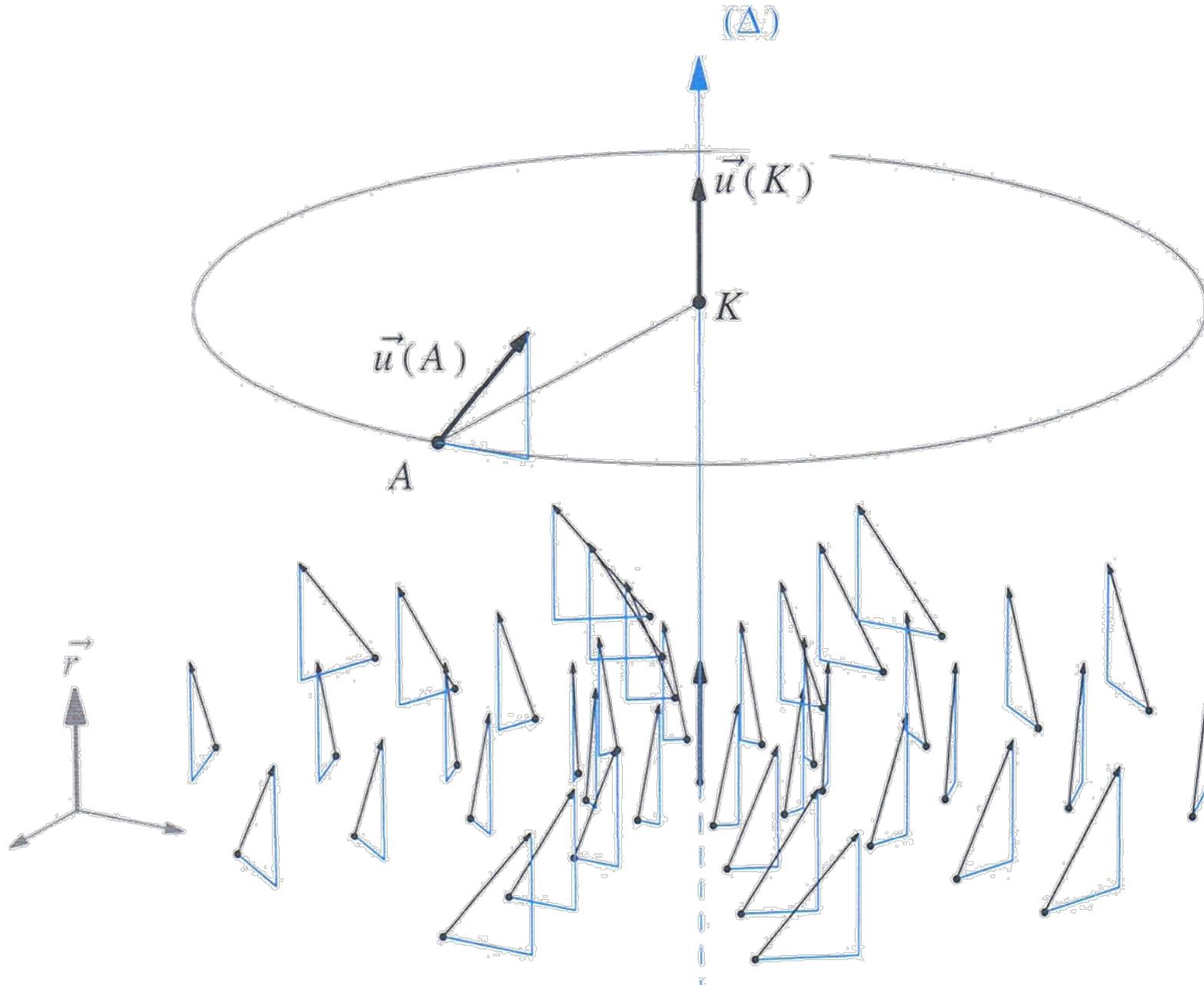
Interprétation graphique :



# 4. Torseur cinématique



SII - F.MATHURIN





1. Définition
2. Mouvements élémentaires
3. Exemple
4. Torseur cinématique
- 5. Torseur cinématique des liaisons normalisées**

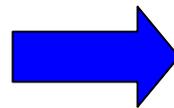
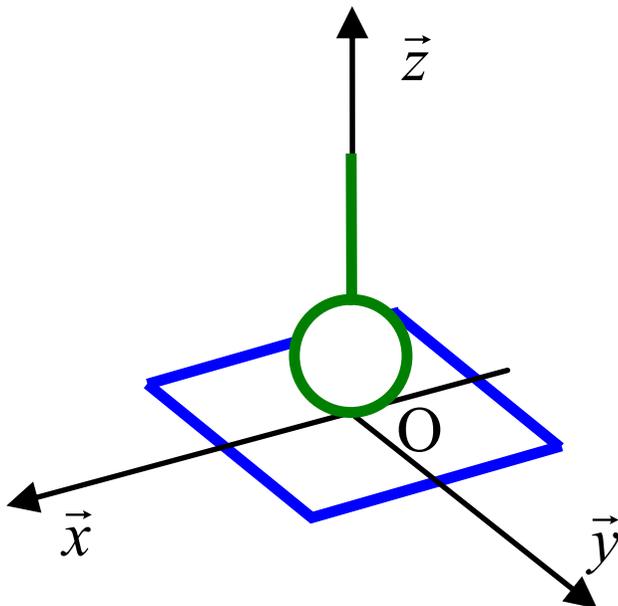
## 5. Torseur cinématique des liaisons normalisées



SII - F. MATHURIN

Il existe un torseur cinématique pour chaque liaison normalisée.

Exemple : Liaison ponctuelle en O de normale  $(O, \vec{z})$



$$O \left\{ \begin{array}{cc} \Omega_x & v_x \\ \Omega_y & v_y \\ \Omega_z & 0 \end{array} \right\} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

