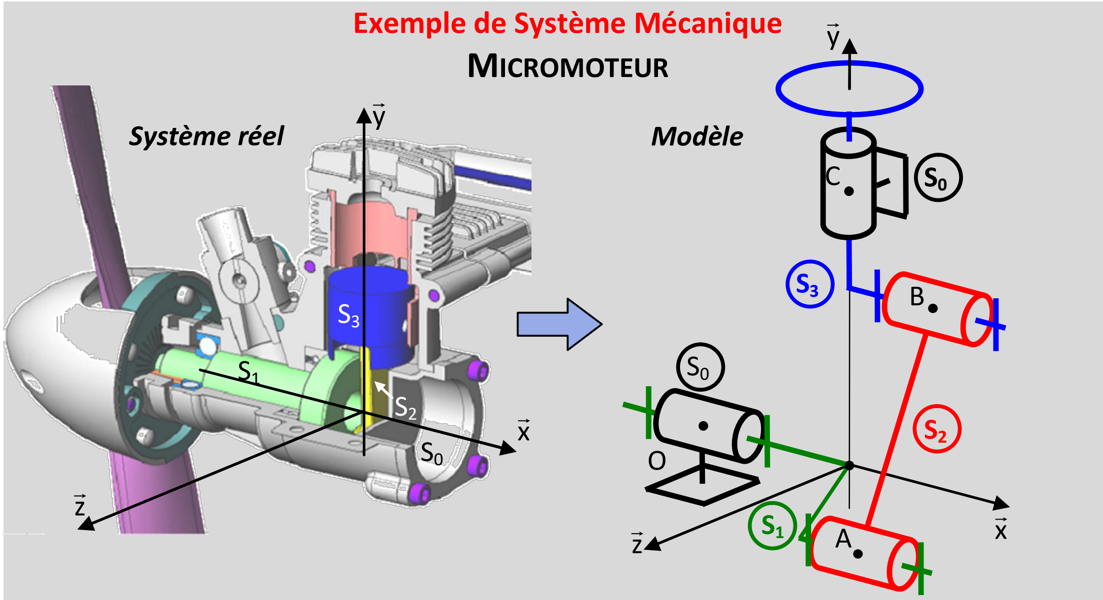
Champs des Vecteurs Vitesse des Points d'un Solide

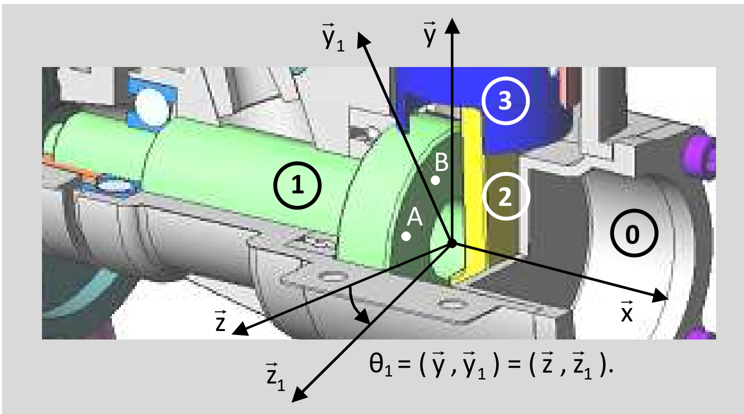


Un solide indéformable est un ensemble de points matériels dont on peut calculer, pour chacun, la vitesse et l'accélération en appliquant le calcul direct. Toutefois la cinématique d'un solide en mouvement possède des particularités qui permettent une étude simplifiée du mouvement global sans avoir à étudier chaque point individuellement. L'objectif de ce cours est de mettre en évidence ces particularités.

1 - Definition

On associe au bâti 0 le repère $R_0(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et on associe au vilebrequin 1 le repère $R_1(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$.

On s'intéresse ici au mouvement de rotation du vilebrequin 1 autour de l'axe $(O,\vec{x})$ par rapport au bâti 0.



Pour 2 points A et B quelconques appartenant au solide 1 supposé indéformable, on montre que : $\overrightarrow{V_{A\in 1/R}} = \overrightarrow{V_{B\in 1/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/R}}$.

Démonstration

En utilisant la formule de dérivation vectorielle pour le vecteur $\overrightarrow{AB}$, on a :

$$\left.\frac{d}{dt}\overrightarrow{AB}\right|_{R} = \left.\frac{d}{dt}\overrightarrow{AB}\right|_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{R_1/R}} \wedge \overrightarrow{AB}$$

Or les point A et B étant liés au solide 1, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est invariant par rapport à R_1. Sa dérivée temporelle dans le repère R_1 est donc nulle : $\left.\frac{d}{dt}\overrightarrow{AB}\right|_{R_1} = \vec{0}$.

 Florestan MATHURIN

En utilisant la relation de Chasles on obtient : $\left.\dfrac{d}{dt}\left(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}\right)\right|_R = \left.\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OB}\right|_R - \left.\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OA}\right|_R = \overrightarrow{\Omega_{R_1/R}} \wedge \overrightarrow{AB}$

Or par définition : $\overrightarrow{V(A/R)} = \left.\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OA}\right|_R$ et $\overrightarrow{V(B/R)} = \left.\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OB}\right|_R$

On obtient donc : $\overrightarrow{V(A/R)} = \overrightarrow{V(B/R)} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_1/R}}$

$\overrightarrow{\Omega_{R_1/R}} = \overrightarrow{\Omega_{1/R}}$ pour un solide indéformable (équivalence repère/solide) et si les points A et B ont une réalité physique sur le solide 1 alors $\overrightarrow{V(A/R)} = \overrightarrow{V_{A\in 1/R}}$ et $\overrightarrow{V(B/R)} = \overrightarrow{V_{B\in 1/R}}$ ce qui permet de retrouver l'expression $\overrightarrow{V_{A\in 1/R}} = \overrightarrow{V_{B\in 1/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/R}}$

En généralisant on retiendra que pour 2 points A et B quelconques appartenant à un même un solide indéformable S, on a : $\boxed{\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}}$

Attention il faut bien maitriser la notion d'appartenance d'un point à un solide ! Pour cela il faut être vigilant aux notions d'appartenance cinématique, de point géométrique, de point lié et de point coïncidant !!!

(1) Il en existe un 2ème qui sera présenté aussi dans ce cours. A vous ensuite de trouver celui qui vous conviendra le mieux !

Petit moyen mnémotechnique(1) pour la relation $\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ **:**

Il est indispensable de ne pas faire d'erreur sur cette relation. Pour la retenir on peut utiliser le moyen mnémotechnique suivant :

$$\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$$

Dans le 3ème terme de la relation, on retrouve :

- En 1ère position le point apparu en 1ère position dans le début de la relation.
- En 2ème position le point apparu en 2ème position dans le début de la relation.
- En 3ème position ne peut alors se trouver que le vecteur $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$.

(2) il est notamment anticommutatif !

Compte tenu des propriétés du produit vectoriel(2), on peut également écrire pour tout point E et D $\in$ S la relation sous cette forme : $\overrightarrow{V_{D\in S/R}} = \overrightarrow{V_{E\in S/R}} + \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \wedge \overrightarrow{ED}$ mais le moyen mnémotechnique précédent n'est plus valable …

Attention de ne jamais confondre le champ des vecteurs vitesse des points d'un solide avec le champ des vecteurs accélération des points d'un solide qui s'écrit :

$$\overrightarrow{\Gamma_{A\in S/R}} = \overrightarrow{\Gamma_{B\in S/R}} + \left(\overrightarrow{\Omega_{S/R}} \wedge \overrightarrow{AB}\right) \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \left.\frac{d}{dt}\overrightarrow{\Omega_{S/R}}\right|_0$$

De toute façon, il est inutile de s'encombrer avec cette relation puisqu'elle ne s'utilise jamais …

2 - MOUVEMENTS ELEMENTAIRES

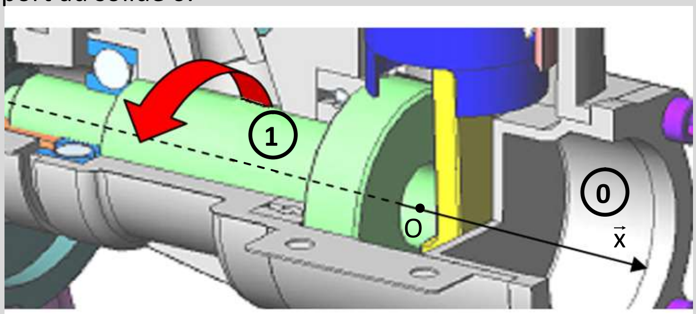
(3) on les appelle aussi mouvements simples

Pour aborder une étude cinématique, on s'intéresse systématiquement à la nature des mouvements présents dans le système. Par conséquent bien connaitre les mouvements élémentaires(3) permet de bien comprendre les cinématiques des systèmes mais cela est aussi très utile pour appréhender les champs des vecteurs vitesse d'un solide.

2.1. Mouvement de rotation autour d'un axe fixe

Dans le cas d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe d'un solide S par rapport à un repère R, il existe au moins deux points du solide S qui restent fixes dans le mouvement par rapport à R. Ces deux points caractérisent l'axe de rotation Δ de S/R. L'axe Δ est **l'axe instantané de rotation** de S/R.

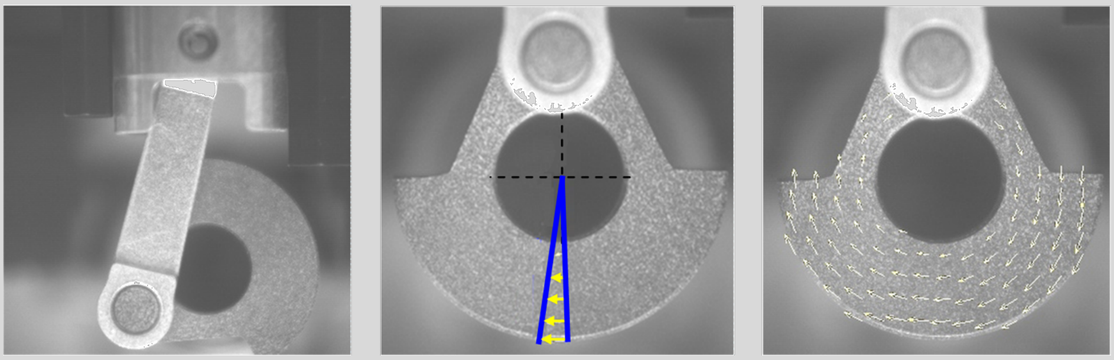
Exemple : le vilebrequin 1 du moteur est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe par rapport au solide 0.



L'axe instantané de rotation du vilebrequin 1 par rapport au bâti 0 est l'axe $(O, \vec{x})$.

Par conséquent tous les points P de l'axe $(O, \vec{x})$ restent fixes au cours du mouvement :

$$\forall P \in (O, \vec{x}) \rightarrow \overrightarrow{V_{P \in S/R}} = \vec{0}$$



Visualisation expérimentale du champ de vecteur vitesse du vilebrequin (amplifié 10x sur la figure) par analyse d'images obtenues d'une caméra rapide (600000 images par secondes) grâce à une technique de corrélation d'images.

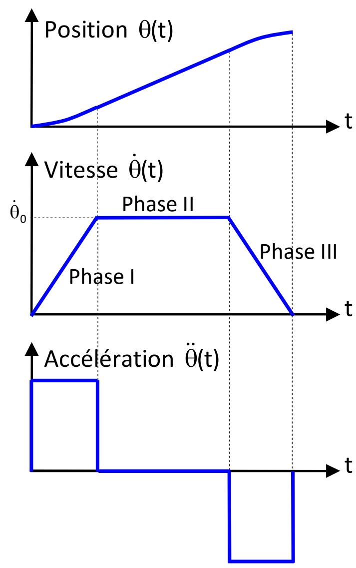
- Une liaison pivot permet d'obtenir ce mouvement.
- Le champ des vitesses s'écrit ici pour tout point A du vilebrequin : $\overrightarrow{V_{A \in S/R}} = \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$.
- Les trajectoires de tous les points du vilebrequin sont des cercles centrés sur l'axe Δ.

Dans de très nombreux cas, un solide peut suivre un **mouvement de rotation uniforme** ou un **mouvement de rotation uniformément varié**.

Exemple d'une loi de mouvement en trapèze de vitesse.

***Phase II** : mouvement uniforme : la vitesse est la même au cours du mouvement. Graphiquement, on observe une fonction constante (segment de droite horizontal).*

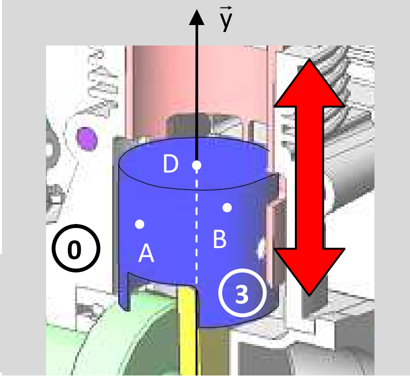
***Phase I** et **Phase III** : mouvement uniformément varié : l'accélération est la même au cours du mouvement. Graphiquement, on observe une portion de droite (segment de droite incliné)*

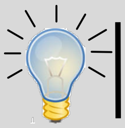


2.2. Mouvements de translation

Dans le cas d'un mouvement de translation d'un solide S par rapport à un repère R, le solide ne change pas d'orientation par rapport à R. La position de S/R est définie par un paramètre dimensionnel (exemple λ) variable au cours du temps.

Dans le cas du moteur on constate que le piston 3 du moteur est en mouvement de translation suivant l'axe $(D, \vec{y})$.



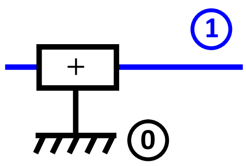


(4) Dans ce cas, seul le calcul direct permet de déterminer le vecteur vitesse...

- Une liaison glissière permet d'obtenir ce mouvement.
- Tous les vecteurs vitesse des points du piston sont égaux au cours du mouvement et le champ des vitesses s'écrit ici : $\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}}$ $\forall$ A et B $\in$ (S) [4].

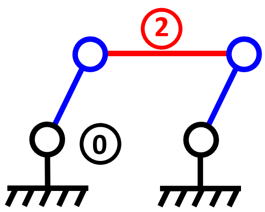
Les trajectoires de tous les points sont identiques et superposables.

Si ces trajectoires sont des droites, on parle de mouvement de TRANSLATION RECTILIGNE.



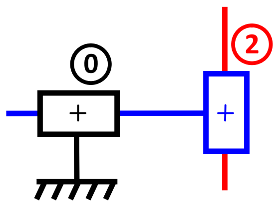
1/0 : Translation rectiligne

Si ces trajectoires sont des cercles, on parle de mouvement de TRANSLATION CIRCULAIRE.



2/0 : Translation circulaire

Si ces trajectoires sont des trajectoires quelconques obtenues par association en série de liaisons glissières, on parle de mouvement de TRANSLATION.



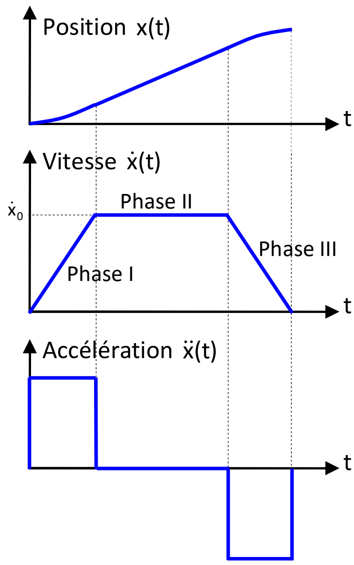
2/0 : Translation

Dans de très nombreux cas, un solide peut suivre un **mouvement de translation uniforme** ou un **mouvement de translation uniformément varié**.

Exemple d'une loi de mouvement en trapèze de vitesse.

***Phase II** : mouvement uniforme : la vitesse est la même au cours du mouvement. Graphiquement, on observe une fonction constante (segment de droite horizontal).*

***Phase I** et **Phase III** : mouvement uniformément varié : l'accélération est la même au cours du mouvement. Graphiquement, on observe une portion de droite (segment de droite incliné)*



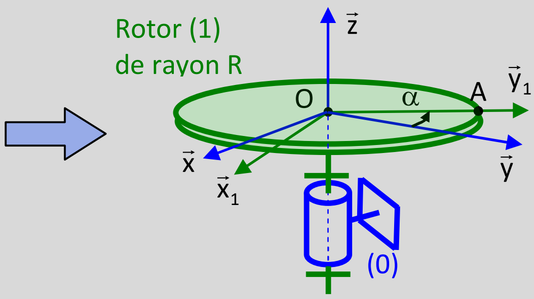
3 - Application Simple

Calcul du vecteur vitesse d'un point d'un rotor par le champ des vecteurs vitesse

Objectif : Calculer $\overrightarrow{V_{A,1/0}}$ par le champ des vecteurs vitesse.

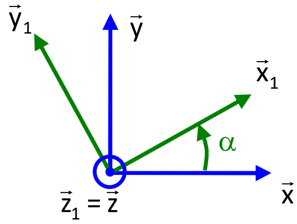
Système réel **Modèle**


Turbine bulbe de basse chute ALSTOM



On commence bien sûr par représenter le paramétrage sur une figure plane :

Rappel : Il est IMPERATIF que le paramètre angulaire soit représenté dans le premier cadran compris entre 0 et $\pi/2$. On représente toujours cet angle indépendamment de sa valeur et de son signe.



$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\alpha}.\vec{z}$

On s'interroge sur la nature du mouvement du rotor 1 par rapport à 0. Le mouvement est un mouvement de rotation autour d'un axe fixe $(O, \vec{z})$. Ici, on retrouve un mouvement élémentaire

→ On passe par un point de vitesse connue (ici, c'est le point O).

En effet, il est judicieux de passer par le point O puisque $\overrightarrow{V_{O\in 1/0}} = \vec{0}$

On applique le champ des vecteurs vitesse au mouvement de 1/0 entre le point A et le point O. On applique la définition en prenant soin de ne pas se tromper sur celle-ci.

→ $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O\in 1/0}} + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$

On définit le vecteur rotation à l'aide des figures planes. → $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\alpha}.\vec{z}$

On exprime le vecteur $\overrightarrow{AO}$. → $\overrightarrow{AO} = -R.\vec{y}_1$

Le produit vectoriel s'écrit en « notation ingénieur » et s'effectue à l'aide des figures géométrales

On effectue le produit vectoriel. → $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}} = \vec{0} - R.\vec{y}_1 \wedge \dot{\alpha}.\vec{z}$

On obtient donc $\boxed{\overrightarrow{V_{A,1/0}} = -R.\dot{\alpha}.\vec{x}_1}$

4 - Torseur Cinematique

Pour caractériser de manière condensée le champ des vecteurs vitesse d'un solide en mouvement par rapport à un repère R, on utilise un outil mathématique appelé torseur.

On appelle ce torseur, **torseur cinématique** et on le note : $\{\mathcal{V}_{S/R}\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}}\end{matrix}\right\}$

La **résultante** de ce torseur cinématique, est le vecteur vitesse (instantané) de rotation S par rapport à R : $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$.

Le **moment** de ce torseur est le vecteur vitesse de A ∈ S par rapport à R : $\overrightarrow{V_{A\in S/R}}$ tel que ∇ A et B ∈ (S) $\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$.

Définition : Un torseur est un couple ordonné de deux champs vectoriels tel que :

- Le 1er champ, appelé résultante du torseur, noté $\vec{R}$, est un champ constant.
- Le 2ème champ, appelé moment du torseur, noté $\vec{M}$, est un champ variable vérifiant la définition des champs de ce moment : $\forall$ A et B $\in$ (Espace) $\overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_B} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R}$

A cause du terme $\overrightarrow{\Omega_{S/R}} \wedge \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ le champ des vecteurs accélération des points d'un solide ne vérifie pas la relation semblable à celle d'un champ des vecteurs vitesse d'un point d'un solide. **Il est donc impossible de bâtir un torseur avec le vecteur accélération comme moment !!!**

4.1. Notations

Soit les vecteurs $\overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \Omega_x.\vec{x} + \Omega_y.\vec{y} + \Omega_z.\vec{z}$ et $\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = v_x.\vec{x} + v_y.\vec{y} + v_z.\vec{z}$. La notation condensée de ces vecteurs en torseur cinématique peut se faire de deux manières :

- « En colonne » : en bas à gauche, on indique le point où on exprime le torseur. En bas à droite on indique la base dans laquelle on exprime $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ et $\overrightarrow{V_{A\in S/R}}$ qui ont pour composantes respectives $(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ et (v_x, v_y, v_z).

$$\{\mathcal{V}_{S/R}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \Omega_x & v_x \\ \Omega_y & v_y \\ \Omega_z & v_z \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

- « En ligne » : en bas à gauche, on indique le point où on exprime le torseur. Il n'est plus utile de préciser la base d'expression des vecteurs puisque celle-ci est clairement explicitée dans le torseur.

$$\{\mathcal{V}_{S/R}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \Omega_x.\vec{x} + \Omega_y.\vec{y} + \Omega_z.\vec{z} \\ v_x.\vec{x} + v_y.\vec{y} + v_z.\vec{z} \end{Bmatrix}$$

La notation en ligne est à privilégier car elle permet d'éviter de faire des projections lorsqu'un vecteur possède des composantes exprimées dans des bases différentes.

4.2. « Transport » du torseur cinématique

Sachant que le champ des vecteurs vitesse des points d'un solide indéformable vérifie la relation fondamentale $\forall$ A et B $\in$ S $\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$, l'expression du torseur cinématique dépend du point en lequel on exprime le moment.

Par conséquent ${}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}} \end{Bmatrix}$ et ${}_B\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{B\in S/R}} \end{Bmatrix}$ représentent le même torseur cinématique.

$$\boxed{\{\mathcal{V}_{S/R}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}} \end{Bmatrix} = {}_B\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{B\in S/R}} \end{Bmatrix} \quad \forall \text{ A et B} \in \text{S tel que } \overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}}$$

Petit moyen mnémotechnique[5] pour la relation $\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$:

$\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ peut s'écrire aussi $\overrightarrow{V_{B\in S/R}} = \overrightarrow{V_{A\in S/R}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ est la résultante du torseur cinématique ($\vec{R}$)

B A BA R → **BABAR[6]**

[5] un 2ème moyen pour retenir cette formule !

[6] Attention « on calcule un vecteur vitesse par le champ des vecteurs vitesse » BABAR n'est que le moyen mnémotechnique !

4.3. Torseurs cinématiques particuliers

- $\{\mathcal{V}_{S/R}\} = \left\{\begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \vec{0} \end{matrix}\right\}_A$ et $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}.\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = 0 \rightarrow \forall P \in S,\ \overrightarrow{V_{P\in S/R}} = \overrightarrow{V_{A\in S/R}} + \overrightarrow{PA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \vec{0}$

  → Le solide S est immobile /R.

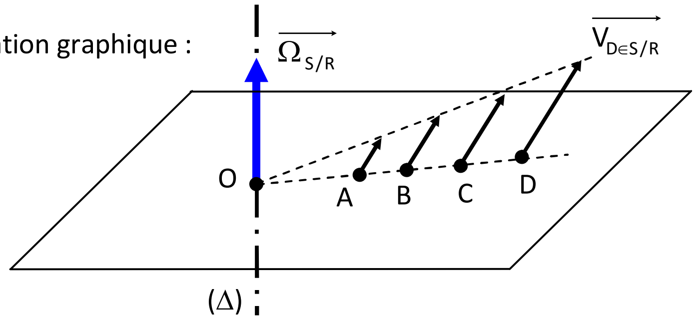
- $\{\mathcal{V}_{S/R}\} = \left\{\begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}} \neq \vec{0} \end{matrix}\right\}_A$ et $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}.\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = 0 \rightarrow \forall P \in S,\ \overrightarrow{V_{P\in S/R}} = \overrightarrow{V_{A\in S/R}} + \overrightarrow{PA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \overrightarrow{V_{A\in S/R}}$

  → Tous les points de S ont même vitesse /R : le solide est animé d'un mouvement de translation.

- $\{\mathcal{V}_{S/R}\} = \left\{\begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}} \neq \vec{0} \end{matrix}\right\}_A$ et $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}.\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = 0$ → le torseur est un **glisseur**, il admet un axe central (Δ) parallèle à $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ et $\forall O \in (\Delta)$, $\overrightarrow{V_{O\in S/R}} = \vec{0}$. De plus on a $\forall P \in S$, $\overrightarrow{V_{P\in S/R}} = \overrightarrow{V_{A\in S/R}} + \overrightarrow{PA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$

  → Le mouvement de S/R **à l'instant t** est un mouvement de rotation autour de (Δ), axe central du torseur cinématique appelé **axe instantané de rotation** ou axe de viration.

  Interprétation graphique :



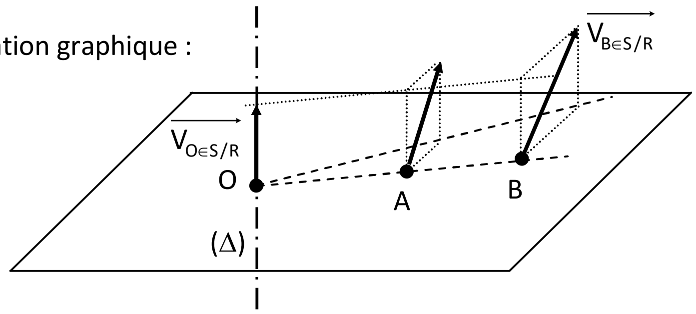
A l'instant t + Δt l'axe instantané de rotation peut être différent (d'où le nom instantané).

- $\{\mathcal{V}_{S/R}\} = \left\{\begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}} \neq \vec{0} \end{matrix}\right\}_A$ et $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}.\overrightarrow{V_{A\in S/R}} \neq 0$ → le torseur est quelconque, il admet un axe central (Δ) parallèle à $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ et on a $\forall O \in (\Delta)$, $\overrightarrow{V_{O\in S/R}} = \lambda.\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ avec $\lambda \in R$.

  → De plus $\forall O \in (\Delta)$ et $\forall P \in S$, $\overrightarrow{V_{P\in S/R}} = \overrightarrow{V_{A\in S/R}} + \overrightarrow{PA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}$

→ Le mouvement de S/R **à l'instant t** est un mouvement hélicoïdal autour de (Δ), axe central du torseur cinématique : rotation de vitesse $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ autour de (Δ) plus translation de vitesse $\overrightarrow{V_{O\in S/R}} = \lambda.\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ parallèlement à (Δ)

Interprétation graphique :

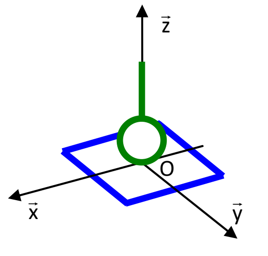
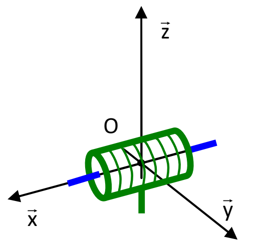
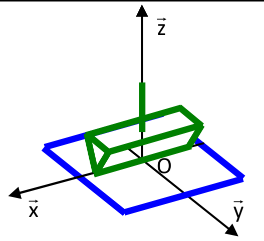
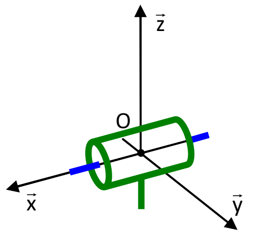
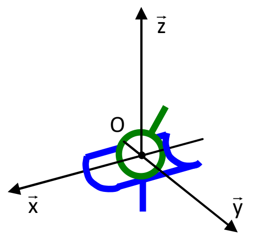
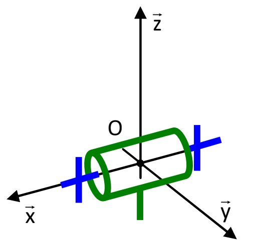
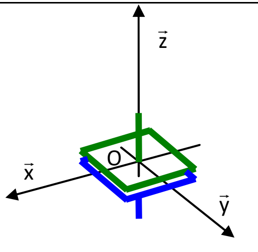
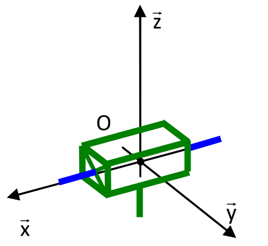
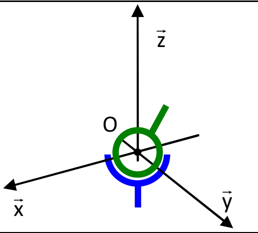
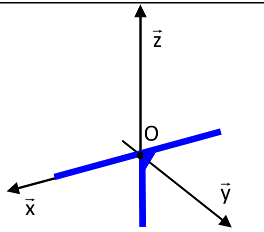


Tous les torseurs cinématiques des liaisons normalisées sont à connaître par cœur ! La page entière est donc à connaître par cœur !

[7] La relation de dépendance s'écrit : $v_x = \frac{pas}{2.\pi}.\Omega_x$

5 - TORSEURS CINEMATIQUES DES LIAISONS NORMALISEES

Chaque liaison normalisée possède un torseur cinématique.

Liaison ponctuelle en O de normale $(O,\vec z)$		Liaison hélicoïdale d'axe $(O,\vec x)$	
	${}_O\left\{\begin{matrix}\Omega_x & v_x\\ \Omega_y & v_y\\ \Omega_z & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$		${}_O\left\{\begin{matrix}\Omega_x & v_x\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$ + 1 <u>relation de dépendance</u> [7]
Liaison Linéaire Rectiligne d'axe $(O,\vec x)$ et de normale $(0,\vec z)$		Liaison pivot glissant d'axe $(O,\vec x)$	
	${}_O\left\{\begin{matrix}\Omega_x & v_x\\ 0 & v_y\\ \Omega_z & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$		${}_O\left\{\begin{matrix}\Omega_x & v_x\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$
Liaison linéaire annulaire d'axe $(O,\vec x)$		Liaison pivot d'axe $(O,\vec x)$	
	${}_O\left\{\begin{matrix}\Omega_x & v_x\\ \Omega_y & 0\\ \Omega_z & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$		${}_O\left\{\begin{matrix}\Omega_x & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$
Liaison appui plan de normale $(O,\vec z)$		Liaison glissière d'axe $(O,\vec x)$	
	${}_O\left\{\begin{matrix}0 & v_x\\ 0 & v_y\\ \Omega_z & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$		${}_O\left\{\begin{matrix}0 & v_x\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$
Liaison rotule en O		Liaison complète	
	${}_O\left\{\begin{matrix}\Omega_x & 0\\ \Omega_y & 0\\ \Omega_z & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$		${}_O\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$